ポリトープシステムに関する動的機能と制御の研究*

(第1報, 線形行列不等式によるポリトープ・オブザーバの設計)

王 杜^{*1}, 郭 中 陽^{*2}, 萩原 一郎^{*3}

Dynamic Function and Control for Polytopic System (1st Report, Polytopic Observer Design by LMI Formulation)

Du WANG, Zhongyang GUO and Ichiro HAGIWARA^{*4}

^{*4} Department of Mechanical Engineering and Science, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1 O-okayama, Meguro ku, Tokyo, 152-8552 Japan

When a system is parameter dependent and its trajectories of changeable parameters are affinely located in a convex polytope set, the state estimation of such a system cannot be precisely performed by using the existing linear observer theory. In dealing with this kind of state estimation problem, the polytopic observer is developed and the algorithm is formulated by LMIs in order to obtain the solutions of *Riccati* inequalities in solving the estimation gain matrix. Meanwhile, the stability of the proposed polytopic observer is proved and the convergence of the state estimation is guaranteed. The effectiveness of polytopic observer is testified by simulation comparison study.

Key Words: Polytopic Model, Kalman Filter, Observer, Convex, LMIs

1. ま え が き

Kalman-Bucy フィルタ(以後簡単にカルマンフィルタと称す)は1960年代に発表⁽¹⁾されて以来, 操縦系や誘導系などさまざまな分野で広く使用されてきている。しかし, このように有用であるが, カルマンフィルタは線形定常状態空間モデルとガウスホワイトノイズ確率過程に基づいて定式化されているために, 十分でないことがある。現にガウスホワイトノイズ確率過程の限界に対して有色雑音への拡張の試みがなされている^{(2)~(4)}。また線形定常状態空間モデルの限界に対してもいくつかの試みがある^{(5)~(7)}。文献(5)では, 実際にパラメータが変化する車両サスペンションシステムに対して, データマップを構築して, オブザーバのゲインを調整して状態変数を推定する方式が取られている。また文献(6), (7)にも可変構造オブザーバの設計例が見られるなど, カルマンフィルタをそのまま使用することは実用の上でも困難な

場合がしばしば見られる。ところで, 文献(5)~(7)とも線形定常状態空間モデルの限界を打ち破ろうと意図したものに関わらず, これらの設計は全て線形定常状態空間モデルに基づいたものである。ここで, 本研究の目的は, パラメータがアフィン的に変動し, かつその変化の軌跡がポリトープの頂点を沿うLPV(パラメータが線形的に変化する)システムに対してオブザーバ設計理論を提案することである。このオブザーバの設計は本論文で初めて示すものでありここでポリトープ・オブザーバと呼ぶ。次に, ポリトープオブザーバを求めるために, 計算しやすい線形行列不等式(LMI)ソルバーと設計概要線図を示す。最後に設計したポリトープオブザーバの安定性を証明した上で, 状態変数の安定推定を確保し, 提案するオブザーバの有効性を例題で示す。

2. ポリトープ・オブザーバ

2.1 ポリトープシステム 与えられたシステムに対して変動変数 $\theta(\tau)$ が一般ポリトープ $\mathbf{P}^{(7)}$ (付録A)の範囲に属する場合は, ポリトープシステムの状態空間パラメータは図1に示すように行列写像 $\begin{bmatrix} A(\theta) & B(\theta) \\ C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix}$ で表せる。パラメータ $\theta(\tau)$ が $\mathbf{P}$ に属し凸分解できると同じように, A, B, C と D が θ のアフィン関数であるときはいつでも

* 原稿受付 2000年1月19日。

^{*1} 東京工業大学大学院(〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1)。

^{*2} 正員, 日野自動車(株)技術研究所(〒191-8660 日野市日野台3-1-1)。

^{*3} 正員, フェロー, 東京工業大学大学院理工学研究科。

E-mail: hagiwara@mech.titech.ac.jp

凸分解ができる。すなわちポリトープ $\mathbf{P}$ の頂点集合を

$$\mathbf{P} = \{\theta_i : i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

で表わすと状態空間パラメータは

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A(\theta(\tau)) & B(\theta(\tau)) \\ C(\theta(\tau)) & D(\theta(\tau)) \end{bmatrix}}_{S(\theta(\tau))} = \sum_{i=1}^n \alpha_i(\tau) \underbrace{\begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix}}_{S_i} \quad (2)$$

で表現できる。ここで、凸分解関係式

$$\theta(\tau) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(\tau) \theta_i; \quad (3)$$

$$\text{subject to: } 0 \leq \alpha_i(\tau) \leq 1, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i(\tau) = 1. \quad (4)$$

が存在する。ここで、 θ は取り得る値の範囲 (ポリトープ) の頂点値の線形和で表されるとし、またシステム $S(\theta(\tau))$ は θ のアフィン (Affine) 関数であるとする、式 (2) のようなポリトープモデルが表現できる。

2.2 カルマンフィルタ 状態フィードバックを実現するためには、状態変数を得る必要がある。ところが実際にはコストと計測技術の面で、全部の状態変数を計測するのは不可能である。そこで、入出力情報とモデル情報を用いて、すなわち適当なオブザーバを利用してある程度の精度で状態推定が行われている。線形定常システムとして、最もよく利用されている状態推定法はカルマンフィルタ⁽⁸⁾であり、その理論概要をここで議論ができるよう再現する。

与えられたシステムを

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Gw \\ y_v &= Cx + Du + Hw + v \end{aligned} \quad (5)$$

とする。ここで u が入力、 w が外乱ノイズ、 v が観測ノイズである。また x は w と v に無関係である。確率過程の特性は

$$\begin{aligned} E(w) &= 0, E(v) = 0; \\ E(ww^T) &= Q, E(vv^T) = R, E(wv^T) = N \end{aligned} \quad (6)$$

で与えられる。状態推定の問題は観測出力データ y_v が与えられたとき、理論モデルと観測システム出力の誤差を最小にするような推定値 $\hat{x}(t)$ を求めることである。そのため、設定される規範は

$$P = \lim_{t \rightarrow \infty} E\{[x - \hat{x}][x - \hat{x}]^T\}. \quad (7)$$

である。その最適解はカルマンフィルタと称される式(8)である。

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + K(C\hat{x} + Du - y_v) \\ \hat{y} &= C\hat{x} + Du \\ \hat{x} &= \hat{x} \end{aligned} \quad (8)$$

Fig. 1 Polytopic system image

ここでゲイン行列 K は式(9)で得られる。

$$\begin{aligned} K &= (PC^T + GN)F^{-1}, \\ F &= HH^T Q + HN + H^T N + R \end{aligned} \quad (9)$$

ここで P は推定誤差共分散行列のリカッチ方程式

$$\begin{aligned} \dot{P} &= Ric(P) = AP + PA^T \\ &\quad - (PC^T + GN)[F^2 F^T]^{-1}(CP + N^T G^T) + GQG^T \end{aligned} \quad (10)$$

の解となる。状態推定のカルマンフィルタ設計において状態推定の収束を確保するには、誤差共分散 P の変化率が負となる必要がある。それ故に、リカッチの不等式は

$$\begin{aligned} Ric(P) &= AP + PA^T - (PC^T + GN) \\ &\quad * [F^2 F^T]^{-1}(CP + N^T G^T) + GQG^T < 0 \end{aligned} \quad (11)$$

と線形行列不等式として得られる。そして、正定対称行列 P の解は線形行列不等式 (LMIs) の可解問題⁽⁹⁾に帰着する。すなわち、

$$\begin{aligned} \min \{ \text{Trace}(P) \} \quad \text{subject to} \\ \begin{bmatrix} AP + PA^T + GQG^T & PC^T + GN \\ CP + (GN)^T & F^2 F^T \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

である。この不等式は Schur 条件を意味し投影法⁽¹⁰⁾などで解くことができる。

2.3 ポリトープオブザーバ システムモデルがパラメータ可変の場合、上記カルマンフィルタのオブザーバでは良い精度のシステムの状態推定ができない。ポリトープ系においては、各頂点毎に線形定常システム S_i ($i = 1, \dots, N$) が存在し、この線形定常システムに対して、カルマンフィルタ方程式は

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i &= A_i \hat{x}_i + B_i u + K_i (C_i \hat{x}_i + D_i u - y_v) \\ \hat{y}_i &= C_i \hat{x}_i + D_i u \\ \hat{x}_i &= \hat{x}_i \end{aligned} \quad (13)$$

となり、対応するゲイン行列と誤差共分散行列のリカッチ方程式がそれぞれ式(14)と式(15)で与えられる。

$$\begin{aligned} K_i &= (P_i C_i^T + GN)F^{-1}, \\ \text{with } F &= HH^T Q + HN + H^T N + R \end{aligned} \quad (14)$$

$$\dot{P}_i = Ric(P_i) = A_i P_i + P_i A_i^T - (P_i C_i^T + GN) [F^2 F^T]^{-1} (C_i P_i + N^T G^T) + G Q G^T \quad (15)$$

この間、各々ポリトープ頂点でのホワイトノイズ信号の確率過程の特性は不変と仮定する。すなわち、式(6)の確率特性を保つ。パラメータポリトープの全頂点でのオブザーバ設計をまとめて、線形行列不等式の定式は

$$Ric(P_i) = \begin{bmatrix} A_i P_i + P_i A_i^T + G Q G^T & P_i C_i^T + GN \\ C_i P_i + (GN)^T & F^2 F^T \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$i=1, 2, \dots, n.$$

と

$$K_i = (P_i C_i^T + GN) F^{-1}, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad (17)$$

$$F = H H^T Q + H N + H^T N + R$$

になる。

パラメータ $\theta(\tau)$ が $\mathbf{P}$ に属するから、 P_i が θ のアファイン関数である時はいつでも凸行列ポリトープの特性をもつことになる。ポリトープの頂点凸分解に基づいて、 $P(\theta)$ は式(18)で得られる。

$$Ric\{P(\theta(\tau))\} = \sum_{i=1}^n \alpha_i(\tau) Ric(P_i) \quad (18)$$

結果として $P(\theta)$ の行列写像 $K_f(\theta)$ は

$$K_f(\theta(\tau)) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(\tau) K_i \quad (19)$$

と書け、関連するパラメータ値は

$$\theta(\tau) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(\tau) \theta_i; \quad \left[0 \leq \alpha_i(\tau) \leq 1, \sum_{i=1}^n \alpha_i(\tau) = 1 \right] \quad (20)$$

で得られる。結局、ポリトープシステムオブザーバ方程式は

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(\theta) &= (A(\theta)\hat{x}(\theta) + K_f(\theta)(C(\theta)\hat{x}(\theta) + D(\theta)u - y_v(\theta))) \\ \hat{y}(\theta) &= C(\theta)\hat{x}(\theta) + D(\theta)u \\ \hat{x}(\theta) &= \hat{x}(\theta) \end{aligned} \quad (21)$$

で表せ、オブザーバゲイン行列は式(22)になる。

$$K_f(\theta) = [P(\theta)C^T(\theta) + GN]F^{-1}, \quad (22)$$

$$F = H H^T Q + H N + H^T N + R$$

この中の $P(\theta)$ は下記リカッチ方程式の解である。

$$\begin{aligned} \dot{P}(\theta) &= Ric(P(\theta)) = \\ & A(\theta)P(\theta) + P(\theta)A^T(\theta) - (P(\theta)C^T(\theta) \\ & + GN)[F^2 F^T]^{-1} (C(\theta)P(\theta) + N^T G^T) + G Q G^T. \end{aligned} \quad (23)$$

以上の式 (21) と (22) 及び (23) は提案するポリトープオブザーバの定式である。基本ポリトープオブザーバ設計のイメージを図2に示す。

3. オブザーバの安定性解析

式(22)で示されるパラメータ可変オブザーバのゲイン行列 $K_f(\theta)$ は θ の値に依存する。実際のシステム運行中には、 θ の値が与えられるので、それ以外の不確かなどの外乱を受けることは避けられない。それゆえに、オブザーバを含むシステムの安定性を検討すべきである。ポリトープオブザーバのシステム構成方程式は

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(\theta) &= (A(\theta)\hat{x}(\theta) + K_f(\theta)(C(\theta)\hat{x}(\theta) + D(\theta)u - y_v(\theta))) \\ \hat{y}(\theta) &= C(\theta)\hat{x}(\theta) + D(\theta)u \\ \hat{x}(\theta) &= \hat{x}(\theta) \end{aligned} \quad (24)$$

となる。図3を参照して、このシステムをドイル記法で

$$S_k(\theta) \equiv \begin{bmatrix} A_k(\theta) & B_k(\theta) \\ C_k(\theta) & D_k(\theta) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$w_d = \Delta z, \quad w_d, z \in \mathbf{R}$$

定義する。ただし $u_1 = \begin{Bmatrix} u \\ y_v \end{Bmatrix}$, $y_1 = \begin{Bmatrix} \hat{y} \\ \hat{x} \end{Bmatrix}$ である。

ここで2次リヤプノフ関数を構成して式(23)で示されるシステムの安定性の解析を行う。図3を参照して、オブザーバシステム $S_k(\theta)$ から全部の外乱を対角規格化 $\Delta (\|\Delta\|_\infty < 1)$ で抽出する。 Δ の構造を下式で考える。

$$\Delta = \{diag[\delta_1 I_1, \delta_2 I_2, \dots, \delta_n I_n, \Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n]\}, \quad (26)$$

$$\delta_i, \Delta_i \in \mathbf{RH}_\infty$$

リヤプノフ関数 $V(x) = x Y x^T$ が全ての状態と場合不確かさの軌跡に対してこのリヤプノフ関数の微分が負に成ることであるならば、即ち $dV(x)/dt < 0$ 、不確かさをもつシステム $S_k(\theta, \Delta)$ の安定性が確保される。

任意ブロック対角の構造 Δ に関連する対称スケーリング行列の集合を

Fig. 2 Polytopic observer design scheme

Fig. 3 Stability analysis

$\Delta_s = \{S_\Delta : S_\Delta = S_\Delta^T, S_\Delta \Delta = \Delta S_\Delta, \forall \Delta\}$
 と定義すると

$$w_\Delta^T S_\Delta w_\Delta \leq z^T S_\Delta z \quad (28)$$

が成立する. このことから, 2次安定性の定理は以下に与えられる.

[定理] もし対称行列 Y と S_Δ が存在しかつ下記の線形行列不等式が可解であれば, パラメータ変動不確かさのシステム $S_k(\theta, \Delta)$ は2次安定である.

$$\begin{bmatrix} A_k^T(\theta)Y + YA_k(\theta) & YB_k(\theta) & C_k^T(\theta)S_\Delta \\ B_k^T(\theta)Y & -S_\Delta & D_k^T(\theta)S_\Delta \\ S_\Delta C_k(\theta) & S_\Delta D_k(\theta) & -S_\Delta \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

$Y > 0$

この場合にリヤプノフ関数 $V(x) = xYx^T$ はシステム $S_k(\theta, \Delta)$ の安定性を保証する.

[証明] $S_k(\theta, \Delta)$ の許される軌跡に対して正定 Y が存在しかつ $dV(x)/dt < 0$ が成立するとき, いつでもシステムの安定性が保証される. この条件において, 全ての許される軌跡と Δ に対して $dV(x)/dt < 0$ の条件が

$$\begin{aligned} 2[A_k(\theta)x + B_k(\theta)w_\Delta]^T Y x &< 0, \\ x \neq 0, \quad w_\Delta &= \Delta[C_k(\theta)x + D_k(\theta)w_\Delta] \end{aligned} \quad (30)$$

と書き換えられる.

ここで, スケーリング行列 S_Δ の定義と式(25)の $w_\Delta = \Delta z$ 及び式(28)によって, 式(31)の条件が満たされるときはいつでも式(30)が成り立つ.

$$\begin{aligned} w_\Delta^T S_\Delta w_\Delta &\leq \\ [C_k(\theta)x + D_k(\theta)w_\Delta]^T S_\Delta [C_k(\theta)x + D_k(\theta)w_\Delta] &\quad (31) \\ S_\Delta &> 0 \end{aligned}$$

そして,

$$\begin{aligned} 2[A_k(\theta)x + B_k(\theta)w_\Delta]^T Y x - w_\Delta^T S_\Delta w_\Delta + \\ [C_k(\theta)x + D_k(\theta)w_\Delta]^T S_\Delta [C_k(\theta)x + D_k(\theta)w_\Delta] &< 0, \quad (32) \\ w_\Delta, x &\neq 0 \end{aligned}$$

が成立する.

式(32)の同等表現が式(29)である. $\square$

これによって, 線形行列不等式(29)でシステムの不確かさ限界が計算できて, 式(29)は確かに式(33)でポ

リトープ定式化される. 従ってこのポリトープシステム $S_k(\theta, \Delta)$ の各頂点での安定性が確保されれば, 全システムの安定性が保証され, 状態推定が収束する.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} A_k^T(\theta)Y + YA_k(\theta) & YB_k(\theta) & C_k^T(\theta)S_\Delta \\ B_k^T(\theta)Y & -S_\Delta & D_k^T(\theta)S_\Delta \\ S_\Delta C_k(\theta) & S_\Delta D_k(\theta) & -S_\Delta \end{bmatrix} \\ &= Co \left\{ \begin{bmatrix} A_{k_i}^T Y_i + Y_i A_{k_i}^T & Y_i B_{k_i} & C_{k_i}^T S_\Delta \\ B_{k_i}^T Y_i & -S_\Delta & D_{k_i}^T S_\Delta \\ S_\Delta C_{k_i} & S_\Delta D_{k_i} & -S_\Delta \end{bmatrix}, i=1, 2, \dots, n \right\} \\ &= \sum_{i=1}^N \alpha_i(\tau) \begin{bmatrix} A_{k_i}^T Y_i + Y_i A_{k_i}^T & Y_i B_{k_i} & C_{k_i}^T S_\Delta \\ B_{k_i}^T Y_i & -S_\Delta & D_{k_i}^T S_\Delta \\ S_\Delta C_{k_i} & S_\Delta D_{k_i} & -S_\Delta \end{bmatrix} < 0, \\ &\quad Y_i > 0 \\ &\quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (33)$$

4. 適用例

近年減衰制御型セミアクティブサスペンションの開発が盛んに行われてきている. その中で定評ある *Karnopp*⁽¹²⁾ の提案したスカイフックモデルに基づく制御則はばね上とばね下の速度を必要とする. またほかの(例えば, LQG や非線形 H_∞ 状態フィードバックなどの制御)状態フィードバック制御則の中には, 期待する制御性能を追従するためには, 速度だけではなく変位も必要になる. しかし, 現実には本来必要とする状態量の全てを計測するのはコストの制約やセンサーを十分に使用することができないなどの問題があって困難でありオブザーバの使用は不可避となっている. ここで, 提案したポリトープオブザーバを検証するため, 図4の二自由度車両サスペンションモデルに適用してみよう.

システムの動力学方程式は

$$\begin{aligned} m\ddot{z}_2 + k(z_2 - z_1) + c(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) &= 0 \\ m_1\ddot{z}_1 + k_1(z_1 - w_0) - k(z_2 - z_1) - c(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) &= 0 \end{aligned} \quad (34)$$

である.

乗心地の評価出力を $\ddot{z}_2$ とし, 状態変数を

$X = [z_2, z_1, \dot{z}_2, \dot{z}_1]^T$ で設定すると, 状態方程式は

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ \frac{k}{m} & \frac{c}{m} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ \frac{F}{m} \end{bmatrix} w_0 \\ y = \begin{bmatrix} -k & k & -c & c \\ m & m & m & m \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0_{1 \times 1} \end{bmatrix} w_0 \end{cases} \quad (35)$$

と表せる. ここに,

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_t \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} -k & k \\ k & -k - k_t \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$C = \begin{bmatrix} -c & c \\ c & -c \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ k_t \end{bmatrix}$$

である。可変ダンパーとしてはできるだけ高い周波数まで対応できることが望ましい。最近使用されつつあるソレノイド駆動方式の可変ダンパーは図5の減衰係数変動パターンに対して、追従が可能であり、今回、そのようなダンパーの使用を想定する。この車両モデルのダンパーの減衰係数 $c(t)$ を図5のように変化させる制御を行うと、式(34)を参照して、ポリトープ状態空間モデルは下式で記述できる。

$$\begin{cases} S(c) = [A(c) & B(c) & C(c) & D(c)] \\ S(c) = \alpha_1 S_1(c_{\min}) + \alpha_2 S_2(c_{\max}) \end{cases} \quad (37)$$

ここで簡単な線形凸分解を用いて、

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{c - c_{\min}}{c_{\max} - c_{\min}}, \quad \alpha_2 = \frac{c_{\max} - c}{c_{\max} - c_{\min}} \\ \sum_{i=1}^2 \alpha_i = 1, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2 \end{cases} \quad (38)$$

となる。減衰係数が最小と最大 ($c_{\min}$ と $c_{\max}$) の間を変化することによって、ポリトープシステム伝達特性は図6のように示される。

ポリトープオブザーバの有効性を確認するため、減衰係数一定とする定常システム (減衰係数 $c = 2.5 \text{ Ns/m}$) のカルマンフィルタも設計した。これらのオブザーバの設計概要図を図7に示す。

Fig. 4 Suspension model

Fig. 5 Damping control pattern

路面入力 w として振幅 20mm で周波数 0.1~10Hz のサイン波信号を車両モデルに加えて、同時に図5のように減衰係数の制御を行い、状態量の推定を実施する。設定したパラメータを表1に示す。これらの条件下で、2秒間のシミュレーション結果によって、カルマンフィルタの状態推定結果とポリトープオブザーバの状態推定結果を図8、図9で比較する。図8はばね上とばね下のストローク変位推定結果で、図9はストローク速度推定結果である。いずれの図もポリトープオブザーバの有効性を明確に示している。

Fig. 6 Polytopic System Dynamics

Fig. 7 Design sketch of observers

Fig. 8 Suspension stroke estimation

Fig. 9 Suspension stroke speed estimation

Table 1. Assumed parameter values(unit: kg; N/m; Ns/m)

m	m_t	k	k_t	c	c_{min}	c_{max}
2.0	0.25	5.23	110	2.5	1.8308	3.2151

5. まとめ

(1) セミアクティブサスペンションやロボットアームなど実現象の制御を行う際、パラメータは変化するケースが殆どである。従って、モデルパラメータ一定とするカルマンフィルターの適用は十分でない。そこでパラメータは線形で変化するとし、凸分解で展開するポリトープオブザーバを初めて提案しセミアクティブ(2)ブサスペンションに適用した。可変ダンパーの減衰係数を制御する時に、カルマンフィルタより良い精度のストローク変位と速度の推定ができた。

(3) 更に、オブザーバゲイン行列の解を線形行列不等式の可解問題に帰着して、有効的に求められることを示した。またリヤプノフ関数を用いて、外乱の影響を受ける場合のポリトープオブザーバの安定性を証明した。

参考文献

- Maryak J. L., Spall J. C. and Heydon B. D., "Use of the Kalman Filter for Inference in State-Space Models with Unknown Noise Distributions", *13rd Triennial World Congress, IFAC 1996*, San Francisco, 475-480.
- Yau Stephen S. T. and Yau S. T., "New Direct Method for Kalman-Bucy Filtering System with Arbitrary Initial Condition", *IEEE, Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control*, Lake Buena Vista, Florida, Dec. 1994, 1221-1225.
- Yau Stephen S. T. and Hu G. Q., "Direct Method without the Riccati Equation for a Linear Filtering System with Arbitrary Initial Conditions", *13rd Triennial World Congress, IFAC 1996*, San Francisco, USA, 469-474.
- Nakai H. and Oosaku S., "Application of Practical Observer to Semi-Active Suspensions", *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Dallas Texas, Nov. 16-21, 1997, 1-7.
- 小野貴彦, 石原正, 猪岡光 「コントローラの演算時間による遅れを考慮した離散時間可変構造オブザーバの設計」, *日本機械学会論文集 (C 編)* Vol. 64, No. 620, 1998-4, pp. 190-195.
- 半場滋, 「有限時間整定オブザーバと非線形制御への応用」, *計測と制御*, Vol. 38, No. 9, 1999-9, 565-570.
- Tyu Hoang, *Convex Analysis and Global Optimization*, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- Kalman R. E. and Bucy R. S., "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory", *Trans. ASME J. Basic Engrg*, 85D, 1961, 95-108.
- Gahinet, P., A. Nemirovski, Alan J. Laub and Mahmoud Chilali, *LMI Control Toolbox for Use with Matlab*, The MathWorks Inc., 1995.
- Apkarian, P., G. Becker, P. Gahinet and H. Kajiwar, "LMI Techniques in Control Engineering from Theory to Practice", *Workshop Notes at the 35th IEEE Conference on Decision and Control*, Kobe, Japan, Dec. 1996.
- Zhou, K., J. C. Doyle, K. Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall Inc. Englewood Cliffs, NJ. 1996, 243-260.
- Karnopp, D., M. J. Crosby and R. A. Harwood, "Vibration Control Using Semi-Active Force Generators", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry*, May 1974, 619-626.

付録 A: ポリトープ

アファイン空間 v の中に、凸多面体が半閉空間の有限交点で表せる。ポリトープはコンパクトで、内部に空洞がない特殊な凸多面体のひとつである。ポリトープは完全にその頂点で特徴が決まる。例として、行列ポリトープ P は n 行 n 列の対称行列で式 (A1) で記述できる。

$$P = Co\{S_i : i=1, \dots, n\} \quad (A1)$$

ここで

$$P = Co\{S_i : i=1, \dots, n\} = \sum_{i=1}^n \alpha_i(\tau) S_i \quad (A2)$$

また(A3)の凸制約条件を満たす

$$\left\{ 0 \leq \alpha_i(\tau) \leq 1, \sum_{i=1}^n \alpha_i(\tau) = 1 \right\}. \quad (A3)$$

は頂点の凸殻であって、すなわち、 $S_i = (i=1, \dots, n)$ を含む最小の凸集合である。超平面 (システムとして $n=2$ であるが、幾何的に $n=2 \times 2$ となる) と超立方体 (システムとして $n=3$ であるが、幾何的に $n=3 \times 2$ となる) はポリトープの特殊例である。

ポリトープに次の二つの重要な特性がある。

(1) ポリトープのアファイン写像はまたポリトープ

- プである.
- (2) もしポリトープの全頂点が凸集合に属するならばまたその時に, そのポリトープは凸集合に属する
-