転置一般化ヤコビ行列を用いた宇宙ロボットのデジタル制御* (第2報, 関節トルク入力型と関節速度入力型の統合制御則)

平 雄 一 郎^{*1}, 相 良 慎 一^{*2}, 加 藤 了 三^{*2}

Digital Control of Space Robot Using Transpose of Generalized Jacobian Matrix (2nd Report, A Unified Approach for Torque and Velocity Type Control Laws)

Yuichiro TAIRA, Shinichi SAGARA^{*3} and Ryoza KATOH

^{*3} Department of Mechanical and Control Engineering, Kyushu Institute of Technology,
1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka, 804-8550 Japan

We have proposed two different digital control methods, where the controlled variables are joint torque and joint angular velocity, of space robot manipulators using the transpose of Generalized Jacobian Matrix. These methods are developed in discrete time domain so that the stability of system can be guaranteed when digital computers are used as controllers. The relation between the two methods, however, is not reported, although the basic concepts of these methods are similar. This paper presents a novel digital control method, which integrates joint torque control with joint velocity control, of nonredundant space robot manipulators using the transpose of Generalized Jacobian Matrix. The merit of this new control law is to be applicable to both joint's torque controller and joint's velocity controller by only tuning the controller gains. Furthermore, computer simulation of a 6-DOF space robot manipulator is performed. Simulation result demonstrates the effectiveness of the proposed method.

Key Words: Space Robot, Digital Control, Manipulator, Transpose of Generalized Jacobian Matrix, Joint Torque Type Control, Joint Velocity Type Control

1. は じ め に

現在, 日本の国際宇宙ステーション用マニピュレータである JEMRMS (Japanese Experiment Module Remote Manipulating System) など, 将来の宇宙開発に向けてマニピュレータを有する宇宙ロボットの研究開発が着々と進められている⁽¹⁾. このマニピュレータを有する宇宙ロボットの制御法を大別すると, ロボット本体(ベース)とマニピュレータの両方を制御する方法と, ベースの変動を許容してマニピュレータのみで制御する方法がある. 前者はベースを制御するために限りある搭載燃料を消費しなければならない. したがって, 燃料節約のため, マニピュレータの動作中はベースを制御しない方が望ましいと考えられる.

ベースを制御しない宇宙用ロボットマニピュレータの制御手法はこれまで数多く提案されている⁽²⁾⁻⁽⁶⁾. 先駆的な研究として, Vafa ら⁽³⁾は外力が作用しない

系の質量中心が不変であることを利用した Virtual Manipulator という概念を提案している.

また, 梅谷ら⁽⁴⁾は運動量・角運動量保存則を用いてタスク空間と関節空間の微分関係を記述する一般化ヤコビ行列を提案し, それを用いて分解速度制御を行っている. しかしながら, これは未知質量物体把持による物理パラメータ変化を考慮していないため, Murotsu ら⁽⁵⁾は把持した未知質量物体のパラメータ同定法を提案している. また山本ら⁽⁶⁾は, デジタル計算機の使用を前提とした, 簡単化一般化ヤコビ行列を用いたデジタル適応型分解速度制御手法を提案している. しかしながら, 提案されている制御法の多くは一般化ヤコビ行列の逆行列を用いる必要があり, マニピュレータが特異姿勢になった場合, その逆行列が存在しないという問題が生じる. しかも, 一般化ヤコビ行列を求めるために必要な演算量は通常のヤコビ行列よりも格段に多く⁽⁷⁾, その逆行列や疑似逆行列を用いてさらに演算量を増やすことは望ましくない.

一方, 一般化ヤコビ行列の転置行列を利用する 2通りの制御手法が考えられる. その一つは, 運動学と動

* 原稿受付 2001年3月19日.

^{*1} 学生員, 九州工業大学大学院.

^{*2} 正員, 九州工業大学工学部(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1).

E-mail: sagara@cntl.kyutech.ac.jp

力学の両方を考慮して、目標関節トルクを導出する方法、すなわち、関節トルクを制御量とする方法である。連続時間系においては升谷ら⁽⁸⁾が、離散時間系においては著者ら⁽⁹⁾がそれぞれこの手法を提案している。

転置一般化ヤコビ行列を用いるもう一つの方法は、分解速度制御法のように運動学のみを考慮して、目標関節角速度を導出する方法、すなわち、関節角速度を制御量とする方法である。産業用ロボットマニピュレータに対しては、この手法が連続時間系で提案されている⁽¹⁰⁾が、宇宙用ロボットマニピュレータに対しては、著者らの知る限り報告されていない。さらに、連続時間系で保証された安定性と収束条件はデジタル計算機をコントローラとして実装した場合、サンプリング効果のために離散時間系ではその保証がないという問題がある。そこで著者ら⁽¹¹⁾は、宇宙用ロボットマニピュレータに対して、そのデジタル制御手法を提案している。

本論文では、ベースを制御しない非冗長宇宙用ロボットマニピュレータに対する、転置一般化ヤコビ行列を用いた統合型デジタル制御則を提案する。まず、マニピュレータの関節トルクおよび速度制御系の両者に対する安定性を証明し、コントローラのゲイン調整のみで速度型とトルク型のいずれのサーボ機構にも提案制御則が適用可能であることを示す。つぎに、3次元6リンク宇宙用ロボットマニピュレータを対象とした計算機シミュレーションにより提案手法の有用性を検証する。

2. 運動学と動力学

2.1 宇宙ロボットのモデル 本論文で対象とする、マニピュレータを有する宇宙ロボットのモデルを図1に示す。このモデルは空間に浮遊したベースに1本の n リンクマニピュレータを搭載している。また、解析のために設定する仮定およびおもな記号は以下のとおりである。

[仮定]

- A1: 宇宙ロボットを構成する要素はすべて剛体である。
- A2: 宇宙ロボットの初期運動量および角運動量は零である。すなわち、初期時点において宇宙ロボットは慣性座標系で静止している。
- A3: 宇宙ロボットに外力は働かない。すなわち、運動量および角運動量保存則が成立する。
- A4: マニピュレータの関節角度および角速度、手先・ベース・ターゲットの慣性座標系における位置および姿勢はすべて計測可能である。

Fig. 1 Model of a space robot

A5: ターゲットは慣性座標系で静止している。

A6: マニピュレータの各関節には高性能のトルク型もしくは速度型サーボ機構が取り付けられており、関節トルクもしくは角速度が迅速にその目標値に追従する。

[記号]

Σ_I : 慣性座標系

Σ_B : ベース座標系

Σ_E : 手先座標系

Σ_T : ターゲット座標系

${}^I\mathbf{r}_E$: Σ_I に関する Σ_I 原点から手先までの位置ベクトル ($\in R^3$)

${}^I\mathbf{r}_T$: Σ_I に関する Σ_I 原点からターゲットまでの位置ベクトル ($\in R^3$)

$\mathbf{r}_i$: Σ_B に関する Σ_B 原点から第 i リンクの質量中心までの位置ベクトル ($\in R^3$)

$\mathbf{r}_C$: Σ_B に関する Σ_B 原点から系全体の質量中心までの位置ベクトル ($\in R^3$)

$\mathbf{r}_E$: Σ_B に関する Σ_B 原点から手先までの位置ベクトル ($\in R^3$)

${}^I\mathbf{v}_E$: Σ_I に関する手先の並進速度ベクトル ($\in R^3$)

${}^I\boldsymbol{\omega}_E$: Σ_I に関する手先の角速度ベクトル ($\in R^3$)

$\mathbf{v}_i$: Σ_B に関する第 i リンクの質量中心の並進速度ベクトル ($\in R^3$)

$\boldsymbol{\omega}_i$: Σ_B に関する第 i リンクの質量中心の角速度ベクトル ($\in R^3$)

$\mathbf{q}$: 関節角度ベクトル ($\in R^n$)

$\dot{\mathbf{q}}_D$: 目標関節角速度 ($\in R^n$)

$\boldsymbol{\phi}$: ベースの姿勢角度ベクトル ($\in R^3$)

τ : 関節トルク ($\in R^n$)

τ_D : 目標関節トルク ($\in R^n$)

m_i : 第 i リンクの質量

${}^B I_i$: Σ_B に関する第 i リンクの慣性テンソル ($\in R^{3 \times 3}$)

U_3 : 単位行列 ($\in R^{3 \times 3}$)

ただし, $i = 0, \dots, n$ であり, “0” はベースを表す “B” と等価である. また, ベクトル $r = [x \ y \ z]^T$ に対して, 演算子 $\tilde{r}$ を次式で定義する.

$$\tilde{r} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix}$$

2.2 運動学 仮定 A2 および A3 より, 運動量と角運動量はともに零で保存されるため, Σ_I に関する手先速度と関節角速度の関係は次式で記述できる⁽⁸⁾.

$${}^I V_E = {}^I J_L^*(\phi, q) \dot{q} \quad (1)$$

$${}^I \Omega_E = {}^I J_A^*(\phi, q) \dot{q} \quad (2)$$

ここで, ${}^I J_L^*$ および ${}^I J_A^*$ は, それぞれ並進および角速度の一般化ヤコビ行列と呼ばれており, つぎの要素から構成される.

$${}^I J_L^* = {}^I A_B(\phi) J_L^*(q) \in R^{3 \times n}$$

$${}^I J_A^* = {}^I A_B(\phi) J_A^*(q) \in R^{3 \times n}$$

$$J_L^* = J_L - J_C + (\widetilde{r_E - r_C}) H_B^{-1} H_M \in R^{3 \times n}$$

$$J_A^* = J_A - H_B^{-1} H_M \in R^{3 \times n}$$

$$H_B = H_\Omega - m_C \tilde{r}_C^T \tilde{r}_C \in R^{3 \times 3}$$

$$H_M = H_{\Omega q} - m_C \tilde{r}_C J_C \in R^{3 \times n}$$

$$m_C = \sum_{i=0}^n m_i$$

$$J_C = \frac{1}{m_C} \sum_{i=0, i \neq B}^n m_i J_{Li} \in R^{3 \times n}$$

$$H_\Omega = \sum_{i=0, i \neq B}^n \{ {}^B I_i + m_i \tilde{r}_i^T \tilde{r}_i \} + {}^B I_B \in R^{3 \times 3}$$

$$H_{\Omega q} = \sum_{i=0, i \neq B}^n \{ {}^B I_i J_{Ai} + m_i \tilde{r}_i J_{Li} \} \in R^{3 \times n}$$

ただし, ${}^I A_B \in R^{3 \times 3}$ は Σ_B から Σ_I への回転変換行列である. また, $J_{Li} \in R^{3 \times n}$ および $J_{Ai} \in R^{3 \times n}$ は, それぞれ並進および角速度に対する第 i リンクのヤコビ行列であり, それらは

$$v_i = J_{Li}(q) \dot{q}, \quad \omega_i = J_{Ai}(q) \dot{q}$$

の関係満足する. なお, 手先に対する場合 ($i = E$) は J_{LE} および J_{AE} を, それぞれ J_L および J_A と表記する.

つぎに, 式 (1) および (2) をサンプリング周期 T で離散化すると, それぞれ

$${}^I V_E(k) = {}^I J_L^*(k) \dot{q}(k) \quad (3)$$

$${}^I \Omega_E(k) = {}^I J_A^*(k) \dot{q}(k) \quad (4)$$

となる. ただし, 簡単のためサンプリング時間 kT をサンプル時点 k と表記する.

2.3 動力学 宇宙用ロボットマニピュレータの運動方程式は次式で記述できる⁽⁸⁾.

$$H(q) \ddot{q} + \dot{H}(q) \dot{q} - f(q, \dot{q}) = \tau \quad (5)$$

ただし,

$$f = \frac{\partial}{\partial q} \left\{ \frac{1}{2} \dot{q}^T H(q) \dot{q} \right\} \in R^n \quad (6)$$

$$H = H_q - m_C J_C^T J_C - H_M^T H_B^{-1} H_M \in R^{n \times n}$$

$$H_q = \sum_{i=0, i \neq B}^n \{ J_{Ai}^T {}^B I_i J_{Ai} + m_i J_{Li}^T J_{Li} \} \in R^{n \times n}$$

であり, H は正定対称な慣性行列である.

つぎに, 式 (5) をサンプリング周期 T で離散化し, さらに, $\ddot{q}(k)$ を後退差分近似すると

$$\dot{q}(k) = \dot{q}(k-1) - T H^{-1}(k) \{ d(k) - \tau(k) \} \quad (7)$$

となる. ただし,

$$d(k) = \dot{H}(k) \dot{q}(k) - f(k) \in R^n \quad (8)$$

である.

3. 手先に関する誤差^{(9),(11)}

3.1 位置誤差 Σ_I に関するターゲットと手先の間の位置誤差を

$$e_{PI}(k) = {}^I R_T - {}^I R_E(k) \in R^3 \quad (9)$$

で定義すると, 位置に関する差分方程式

$$\begin{aligned} e_{PI}(k) &= e_{PI}(k-1) - T {}^I V_E(k) \\ &= e_{PI}(k-1) - T {}^I J_L^*(k) \dot{q}(k) \end{aligned} \quad (10)$$

を得る.

3.2 姿勢誤差 Σ_I に関するターゲットと手先の姿勢誤差を

$$E_{OI}^*(k) = \begin{bmatrix} {}^I n_T - {}^I n_E(k) \\ {}^I s_T - {}^I s_E(k) \\ {}^I a_T - {}^I a_E(k) \end{bmatrix} \in R^9 \quad (11)$$

で定義すると、姿勢に関する差分方程式

$$\mathbf{E}_{OI}^*(k) = \mathbf{E}_{OI}^*(k-1) + T\mathbf{E}_X(k)^T \mathbf{J}_A^*(k) \dot{\mathbf{q}}(k) \quad (12)$$

を得る。ただし、

$$\mathbf{E}_X(k) = \begin{bmatrix} {}^I\tilde{\mathbf{n}}_E(k) \\ {}^I\tilde{\mathbf{s}}_E(k) \\ {}^I\tilde{\mathbf{a}}_E(k) \end{bmatrix} \in R^{9 \times 3}$$

$${}^I\mathbf{A}_E(k) = \begin{bmatrix} {}^I\mathbf{n}_E(k) & {}^I\mathbf{s}_E(k) & {}^I\mathbf{a}_E(k) \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3}$$

$${}^I\mathbf{A}_T = \begin{bmatrix} {}^I\mathbf{n}_T & {}^I\mathbf{s}_T & {}^I\mathbf{a}_T \end{bmatrix} \in R^{3 \times 3}$$

であり、 ${}^I\mathbf{A}_*$ は Σ_* から Σ_I への回転変換行列、また、 ${}^I\mathbf{n}_*$, ${}^I\mathbf{s}_*$ および ${}^I\mathbf{a}_*$ ($\in R^3$) は Σ_I に関する Σ_* の各軸に沿った単位ベクトルである。さらに、制御則で用いる姿勢誤差を次式で定義する⁽¹²⁾。

$$\mathbf{e}_{OI}(k) = \frac{1}{2} \left\{ {}^I\tilde{\mathbf{n}}_E(k) {}^I\mathbf{n}_T + {}^I\tilde{\mathbf{s}}_E(k) {}^I\mathbf{s}_T + {}^I\tilde{\mathbf{a}}_E(k) {}^I\mathbf{a}_T \right\} \in R^3 \quad (13)$$

なお、姿勢誤差 $\mathbf{E}_{OI}^*(k)$ と $\mathbf{e}_{OI}(k)$ の間には

$$\mathbf{e}_{OI}(k) = -\frac{1}{2} \mathbf{E}_X^T(k) \mathbf{E}_{OI}^*(k) \quad (14)$$

の関係があり、条件式⁽⁸⁾

$${}^I\mathbf{n}_E^T(k) {}^I\mathbf{n}_T + {}^I\mathbf{s}_E^T(k) {}^I\mathbf{s}_T + {}^I\mathbf{a}_E^T(k) {}^I\mathbf{a}_T > -1$$

が満たされるならば、 $\mathbf{E}_{OI}^*(k) = \mathbf{0}$ と $\mathbf{e}_{OI}(k) = \mathbf{0}$ は等価となる。

4. デジタル制御系

ここでは、転置一般化ヤコビ行列を用いた統合型デジタル制御則

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_D(k) = & {}^I\mathbf{J}_L^{*T}(k) [k_P \mathbf{e}_{PI}(k) - \mathbf{K}_{LV} {}^I\mathbf{V}_E(k)] \\ & + {}^I\mathbf{J}_A^{*T}(k) [k_O \mathbf{e}_{OI}(k) - \mathbf{K}_{AV} {}^I\mathbf{\Omega}_E(k)] \end{aligned} \quad (15)$$

を提案する。ただし、スカラー $k_P > 0$ および $k_O > 0$ は、それぞれ位置および姿勢に関するゲインであり、また、正定対称行列 $\mathbf{K}_{LV} \in R^{3 \times 3}$ および $\mathbf{K}_{AV} \in R^{3 \times 3}$ は、それぞれ並進および角速度に関するゲイン行列である。なお、 $\mathbf{x}_D$ は関節トルク制御に対しては $\boldsymbol{\tau}_D$ 、関節速度制御に対しては $\dot{\mathbf{q}}_D$ となる。

4.1 関節トルク制御系 $\mathbf{x}_D = \boldsymbol{\tau}_D$ とした場合の提案制御則 (15) に関して、つぎの安定性に関する定理が成立する。なお、仮定 A6 より $\boldsymbol{\tau}(k) \approx \boldsymbol{\tau}_D(k)$ が成立することに注意されたい。

定理 1 マニピュレータの関節トルクが目標関節ト

ルクに追従する、すなわち、 $\boldsymbol{\tau}(k) \approx \boldsymbol{\tau}_D(k)$ であるとする。また、マニピュレータは非冗長、すなわち、 $n = 6$ とする。式 (7), (10), (12) および (15) で表現される系において、マニピュレータの動作中に条件

$$\text{rank} \begin{bmatrix} {}^I\mathbf{J}_L^{*T}(k) & {}^I\mathbf{J}_A^{*T}(k) \end{bmatrix} = 6 \quad (\text{full rank}) \quad (16)$$

$${}^I\mathbf{n}_E^T(k) {}^I\mathbf{n}_T + {}^I\mathbf{s}_E^T(k) {}^I\mathbf{s}_T + {}^I\mathbf{a}_E^T(k) {}^I\mathbf{a}_T > -1 \quad (17)$$

が成立するならば、平衡状態

$$\left. \begin{aligned} {}^I\mathbf{R}_E(k) &= {}^I\mathbf{R}_T, & {}^I\mathbf{n}_E(k) &= {}^I\mathbf{n}_T \\ {}^I\mathbf{s}_E(k) &= {}^I\mathbf{s}_T, & {}^I\mathbf{a}_E(k) &= {}^I\mathbf{a}_T \\ \dot{\mathbf{q}}(k) &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

は漸近安定である。

証明 Lyapunov 関数の候補として

$$W(k) = W_1(k) + W_2(k) + W_3(k) \quad (19)$$

を選定し、その一階差分 $\Delta W(k)$ を次式とする。

$$\Delta W(k) = W(k) - W(k-1) = \sum_{i=1}^3 \Delta W_i(k) \quad (20)$$

ただし、

$$W_1(k) = k_P \mathbf{e}_{PI}^T(k) \mathbf{e}_{PI}(k)$$

$$W_2(k) = \frac{k_O}{2} \mathbf{E}_{OI}^{*T}(k) \mathbf{E}_{OI}^*(k)$$

$$W_3(k) = \dot{\mathbf{q}}^T(k) \mathbf{H}(k) \dot{\mathbf{q}}(k)$$

$$\Delta W_i(k) = W_i(k) - W_i(k-1) \quad (i = 1, 2, 3)$$

である。

まず、式 (10) より、 $\Delta W_1(k)$ は次式で表現できる。

$$\begin{aligned} \Delta W_1(k) = & -2k_P T \dot{\mathbf{q}}^T(k) {}^I\mathbf{J}_L^{*T}(k) \mathbf{e}_{PI}(k) \\ & - k_P T^2 \dot{\mathbf{q}}^T(k) {}^I\mathbf{J}_L^{*T}(k) {}^I\mathbf{J}_L^*(k) \dot{\mathbf{q}}(k) \end{aligned} \quad (21)$$

同様に、式 (12), (14) および $\mathbf{E}_X^T \mathbf{E}_X = 2\mathbf{U}_3$ の関係より、 $\Delta W_2(k)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} \Delta W_2(k) = & -2k_O T \dot{\mathbf{q}}^T(k) {}^I\mathbf{J}_A^{*T}(k) \mathbf{e}_{OI}(k) \\ & - k_O T^2 \dot{\mathbf{q}}^T(k) {}^I\mathbf{J}_A^{*T}(k) {}^I\mathbf{J}_A^*(k) \dot{\mathbf{q}}(k) \end{aligned} \quad (22)$$

また、サンプリング点間において $\mathbf{H}(k) \approx \mathbf{H}(k-1)$ 、すなわち、 $\dot{\mathbf{H}}(k) \approx \mathbf{0}$ と仮定し、さらに、

$$\dot{\mathbf{q}}^T \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left\{ \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{H}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \right\} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{H}} \dot{\mathbf{q}}$$

の関係を用いると、式 (7) より、 $\Delta W_3(k)$ は

$$\begin{aligned} \Delta W_3(k) = & 2T \dot{\mathbf{q}}^T(k) \boldsymbol{\tau}(k) \\ & - T^2 [\mathbf{d}(k) - \boldsymbol{\tau}(k)]^T \mathbf{H}^{-1}(k) [\mathbf{d}(k) - \boldsymbol{\tau}(k)] \end{aligned}$$

となり, さらに, 条件 $\tau(k) \approx \tau_D(k)$ より

$$\begin{aligned} \Delta W_3(k) &= 2T\dot{q}^T(k)\tau_D(k) \\ &\quad - T^2[d(k) - \tau_D(k)]^T H^{-1}(k)[d(k) - \tau_D(k)] \end{aligned} \quad (23)$$

を得る.

式 (3), (4), (15), (21), (22) および (23) を用いると, 式 (20) は次式となる.

$$\begin{aligned} \Delta W(k) &= -2T\dot{q}^T(k)\bar{K}(k)\dot{q}(k) - T^2\dot{q}^T(k)\bar{Q}(k)\dot{q}(k) \\ &\quad - T^2[d(k) - \tau_D(k)]^T H^{-1}(k)[d(k) - \tau_D(k)] \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \bar{K}(k) &= \begin{bmatrix} {}^I J_L^*(k) \\ {}^I J_A^*(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{LV} & 0 \\ 0 & K_{AV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^I J_L^*(k) \\ {}^I J_A^*(k) \end{bmatrix} \\ \bar{Q}(k) &= \begin{bmatrix} {}^I J_L^*(k) \\ {}^I J_A^*(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_P U_3 & 0 \\ 0 & k_O U_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^I J_L^*(k) \\ {}^I J_A^*(k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

である. なお, K_{LV} , K_{AV} , $k_P U_3$ および $k_O U_3$ が正定対称行列であること, 条件式 (16) および $n = 6$ より, $\bar{K}(k) \in R^{n \times n}$ および $\bar{Q}(k) \in R^{n \times n}$ は正定対称行列となる.

式 (6) および (8) より $\dot{q}(k) = 0$ のとき $d(k) = 0$ となるので, 式 (24) において $\Delta W(k) = 0$ は $\dot{q}(k) = 0$ かつ $\tau_D(k) = 0$ のときのみ成立する. このとき, 式 (3) および (4) より ${}^I V_E(k) = 0$, ${}^I \Omega_E(k) = 0$ となることを考慮すると, 式 (15) は

$$\begin{bmatrix} {}^I J_L^*(k) & {}^I J_A^*(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_P e_{PI}(k) \\ k_O e_{OI}(k) \end{bmatrix} = 0$$

となり, これは条件式 (16) の下で $e_{PI}(k) = 0$ かつ $e_{OI}(k) = 0$ と等価である. さらに, $e_{OI}(k) = 0$ は条件式 (17) の下で $E_{OI}^*(k) = 0$ に等しい. したがって, 式 (24) において, $\Delta W(k) = 0$ となるのは平衡状態 (18) のときのみである.

以上より, 平衡状態 (18) のときに $W(k) = 0$ および $\Delta W(k) = 0$ であり, それ以外では $W(k) > 0$ および $\Delta W(k) < 0$ であるので, $W(k)$ は Lyapunov 関数であり, 平衡状態 (18) は漸近安定である. (証明終)

4.2 関節速度制御系 $x_D = \dot{q}_D$ とした場合の提案制御則 (15) に関して, つぎの安定性に関する定理が成立する. なお, 仮定 A6 より $\dot{q}(k) \approx \dot{q}_D(k)$ が成立することに注意されたい.

定理 2 マニピュレータの関節角速度が目標関節角速度に追従する, すなわち, $\dot{q}(k) \approx \dot{q}_D(k)$ であると

する. また, マニピュレータは非冗長もしくは冗長, すなわち, $n \geq 6$ とする. 式 (10), (12) および (15) で表現される系において, マニピュレータの動作中に条件

$$\text{rank} \begin{bmatrix} {}^I J_L^*(k) & {}^I J_A^*(k) \end{bmatrix} = 6 \quad (\text{full rank}) \quad (25)$$

$${}^I n_E^T(k) {}^I n_T + {}^I s_E^T(k) {}^I s_T + {}^I a_E^T(k) {}^I a_T > -1 \quad (26)$$

が成立するならば, 平衡状態

$$\left. \begin{aligned} {}^I R_E(k) &= {}^I R_T, & {}^I n_E(k) &= {}^I n_T \\ {}^I s_E(k) &= {}^I s_T, & {}^I a_E(k) &= {}^I a_T \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

は漸近安定である.

証明 Lyapunov 関数の候補として

$$W(k) = W_1(k) + W_2(k) \quad (28)$$

を選定し, その一階差分 $\Delta W(k)$ を次式とする.

$$\Delta W(k) = W(k) - W(k-1) = \sum_{i=1}^2 \Delta W_i(k) \quad (29)$$

ただし,

$$W_1(k) = k_P e_{PI}^T(k) e_{PI}(k)$$

$$W_2(k) = \frac{k_O}{2} E_{OI}^*(k) E_{OI}^*(k)$$

$$\Delta W_i(k) = W_i(k) - W_i(k-1) \quad (i=1, 2)$$

である.

まず, 式 (10) より, $\Delta W_1(k)$ は次式で表現できる.

$$\begin{aligned} \Delta W_1(k) &= -2k_P T \dot{q}^T(k) {}^I J_L^*(k) e_{PI}(k) \\ &\quad - k_P T^2 \dot{q}^T(k) {}^I J_L^*(k) {}^I J_L^*(k) \dot{q}(k) \end{aligned} \quad (30)$$

同様に, 式 (12), (14) および $E_X^T E_X = 2U_3$ の関係より, $\Delta W_2(k)$ は次式となる.

$$\begin{aligned} \Delta W_2(k) &= -2k_O T \dot{q}^T(k) {}^I J_A^*(k) e_{OI}(k) \\ &\quad - k_O T^2 \dot{q}^T(k) {}^I J_A^*(k) {}^I J_A^*(k) \dot{q}(k) \end{aligned} \quad (31)$$

式 (3), (4), (15), (30) および (31) を用いると, 式 (29) は

$$\begin{aligned} \Delta W(k) &= -2T \dot{q}^T(k) \dot{q}_D(k) \\ &\quad - \dot{q}^T(k) {}^I J_L^*(k) \bar{L}^I J_L^*(k) \dot{q}(k) \\ &\quad - \dot{q}^T(k) {}^I J_A^*(k) \bar{A}^I J_A^*(k) \dot{q}(k) \end{aligned}$$

となり, さらに, 条件 $\dot{q}(k) \approx \dot{q}_D(k)$ より

$$\begin{aligned} \Delta W(k) &= -2T \dot{q}_D^T(k) \dot{q}_D(k) \\ &\quad - \dot{q}_D^T(k) {}^I J_L^*(k) \bar{L}^I J_L^*(k) \dot{q}_D(k) \\ &\quad - \dot{q}_D^T(k) {}^I J_A^*(k) \bar{A}^I J_A^*(k) \dot{q}_D(k) \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (32)$$

を得る。ただし、

$$\begin{aligned}\bar{L} &= 2TK_{LV} + k_P T^2 U_3 \\ \bar{A} &= 2TK_{AV} + k_O T^2 U_3\end{aligned}$$

であり、 $\bar{L} \in R^{3 \times 3}$ および $\bar{A} \in R^{3 \times 3}$ はともに正定対称行列である。

式 (32) において $\Delta W(k) = 0$ となるのは、 $\dot{q}_D(k) = 0$ かつ ${}^I J_L^*(k) \dot{q}_D(k) = 0$ かつ ${}^I J_A^*(k) \dot{q}_D(k) = 0$ のとき、つまり、 $\dot{q}_D(k) = 0$ のときのみである。このとき、式 (3)、(4) および条件 $\dot{q}(k) \approx \dot{q}_D(k)$ より ${}^I V_E(k) = 0$ 、 ${}^I \Omega_E(k) = 0$ となることを考慮すると、式 (15) は

$$\begin{bmatrix} {}^I J_L^{*T}(k) & {}^I J_A^{*T}(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_P e_{PI}(k) \\ k_O e_{OI}(k) \end{bmatrix} = 0$$

となり、これは条件式 (25) の下で $e_{PI}(k) = 0$ かつ $e_{OI}(k) = 0$ と等価である。さらに、 $e_{OI}(k) = 0$ は条件式 (26) の下で $E_{OI}^*(k) = 0$ に等しい。したがって、式 (32) において、 $\Delta W(k) = 0$ となるのは平衡状態 (27) のときのみである。

以上より、平衡状態 (27) のときに $W(k) = 0$ および $\Delta W(k) = 0$ であり、それ以外では $W(k) > 0$ および $\Delta W(k) < 0$ であるので、 $W(k)$ は Lyapunov 関数であり、平衡状態 (27) は漸近安定である。(証明終)

4.3 統合型制御系 4.1 および 4.2 項で、提案手法を用いた場合の関節トルクおよび速度制御系の両者における安定性を証明した。したがって、提案手法は速度型とトルク型のどちらのサーボ機構にも適用可能である。なお、関節角速度と関節トルクの間には、単位などの差異があるため、それぞれの場合について制御則の各種ゲイン k_P 、 k_O 、 K_{LV} および K_{AV} を調整する必要がある。なお、提案手法を関節速度制御系に適用した場合、冗長マニピュレータに対しても系の安定性が保証される。

5. 計算機シミュレーション

ここでは、提案手法の有用性を検証するために、DADS および MATLAB ソフトウェアによる計算機シミュレーションを行った。シミュレーションで用いた 3 次元 6 リンクマニピュレータを搭載した宇宙ロボットのモデルおよびその物理パラメータを図 2 に示す。なお、これは Yoshida らが用いたモデル⁽¹³⁾を参考にした。また、条件として $T = 0.01$ s とした。さらに、初期目標関節トルクもしくは角速度が過大とならないように、上限を設定した位置誤差⁽⁸⁾

$$\bar{e}_{PI} = \begin{cases} e_{PI} & \|e_{PI}\| \leq e_{PI\max} \\ \frac{e_{PI}}{\|e_{PI}\|} e_{PI\max} & \|e_{PI}\| > e_{PI\max} \end{cases}$$

	Length m	Mass kg	Moment of inertia kg·m ²		
			I_{ix}	I_{iy}	I_{iz}
Base	3.5	2000	1933	1936	2537
Link1	0.25	5	0.16	0.06	0.17
Link2	2.5	50	0.79	35.0	35.4
Link3	2.5	50	0.79	35.0	35.4
Link4	0.5	10	0.27	0.45	0.27
Link5	0.25	5	0.04	0.06	0.06
Link6	0.5	5	0.07	0.23	0.26

Fig. 2 Simulation model

$$\bar{e}_{OI} = \begin{cases} e_{OI} & \|E_{OI}^*\| \leq \sqrt{2} e_{OI\max} \\ \frac{\sqrt{2} e_{OI}}{\|E_{OI}^*\|} e_{OI\max} & \|E_{OI}^*\| > \sqrt{2} e_{OI\max} \end{cases}$$

を用い、上限値 $e_{PI\max}$ および $e_{OI\max}$ を 0.2 とした。

5.1 関節トルク制御結果 関節トルクを制御量とする場合に対するシミュレーション結果の一例を示す。条件として、制御則のゲインを

$$k_P = 150, k_O = 150$$

$$K_{LV} = \text{diag}[300 \ 150 \ 600]$$

$$K_{AV} = \text{diag}[10 \ 10 \ 50]$$

とした。この場合の宇宙ロボットの挙動および手先に関する位置・姿勢誤差を図 3 に示す。なお、手先に取り付けた箱はその姿勢を分かり易くするために導入している。また、位置および姿勢誤差としてそれぞれ e_{PI} 、 E_{OI}^* のノルムを用いている。この図より、ベースが変動しているにもかかわらず、手先位置および姿勢はターゲットに到達しており、提案手法の有用性を確認した。

(a) Motion of the space robot

(b) Position and orientation errors

Fig. 3 Simulation result for torque control

5.2 関節速度制御結果 関節角速度を制御量とする場合に対するシミュレーション結果の一例を示す。条件として、制御則のゲインを

$$k_P = 1.5, k_O = 2.0$$

$$K_{LV} = \text{diag}[0.1 \ 0.1 \ 0.1]$$

$$K_{AV} = \text{diag}[0.1 \ 0.1 \ 0.1]$$

とした。この場合の宇宙ロボットの挙動および手先に関する位置・姿勢誤差を図4に示す。なお、手先に取り付けた箱はその姿勢を分かり易くするために導入している。また、位置および姿勢誤差としてそれぞれ e_{PI} , E_{OI}^* のノルムを用いている。この図より、ベースが変動しているにもかかわらず、手先位置および姿勢はターゲットに到達しており、提案手法の有用性を確認した。

6. お わ り に

本論文では、ベースを制御しない非冗長宇宙用ロボットマニピュレータに対して、転置一般化ヤコビ行

(a) Motion of the space robot

(b) Position and orientation errors

Fig. 4 Simulation result for velocity control

列を用いた、トルク入力型と速度入力型の統合デジタル制御則を提案するとともに、関節トルクおよび速度制御系の両者に対する安定性を証明した。さらに、3次元6リンク宇宙用ロボットマニピュレータを対象とした計算機シミュレーションにより、関節トルクおよび速度制御系の両者において、手先の位置および姿勢はターゲットに到達しており、提案手法の有用性を確認した。

文 献

- (1) 久保田 孝, 宇宙ロボット, 日本ロボット学会誌, **18**-7, (2000), 941-945.
- (2) Xu, Y. and Kanade, T. ed., *Space Robotics: Dynamics and Control*, (1993), Kluwer Academic Publishers.
- (3) Vafa, Z. and Dubowsky, S., On the Dynamics of Manipulators in Space Using the Virtual Manipulator Approach, *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, (1987), 579-585.
- (4) 梅谷陽二・吉田和哉, 一般化ヤコビ行列を用いた宇宙用ロボットマニピュレータの分解速度制御, 日本ロボット学会誌, **7**-4, (1989), 327-337.

- (5) Murotsu, Y., Senda, K., Ozaki, M., and Tsujio, S., Parameter Identification of Unknown Object Handled by Free-Flying Space Robot, *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, **17-3**, (1994), 488-494.
- (6) 山本俊彦・小林 順・大川 不二夫・加藤了三, 宇宙用マニピュレータのデジタル適応制御, *機論*, **62-593**, C(1996), 168-174.
- (7) 升谷保博・宮崎文夫・有本 卓, 近似ヤコビ行列を用いた宇宙用マニピュレータのセンサフィードバック制御, 第31回自動制御連合講演会前刷, (1988), 321-322.
- (8) 升谷保博・宮崎文夫, 宇宙用マニピュレータのセンサフィードバック制御, *日本ロボット学会誌*, **7-6**, (1989), 647-655.
- (9) 平 雄一郎・相良慎一・加藤了三, 転置一般化ヤコビ行列を用いた宇宙ロボットのデジタル制御, *機論*, **67-654**, C(2001), 436-442.
- (10) Chiacchio, P. and Siciliano, B., Achieving Singularity Robustness: An Inverse Kinematic Solution Algorithm for Robot Control, in Warwick, K. and Pugh, A. ed., *Robot Control: Theory and Applications*, (1988), 149-156, Peter Peregrinus.
- (11) Taira, Y., Sagara, S., and Katoh, R., Digital Kinematic Control of Space Robot Manipulators Using Transpose of Generalized Jacobian Matrix, *Proc. of the 2000 IEEE Int. Conf. on Industrial Electronics, Control and Instrumentation*, (2000), 596-601, (CD-ROM).
- (12) Luh, J. Y. S., Walker, M. W., and Paul, R. P. C., Resolved-Acceleration Control of Mechanical Manipulators, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **25-3**, (1980), 468-474.
- (13) Yoshida, K. and Umetani, Y., "Control of Space Manipulators with Generalized Jacobian Matrix", in (2), (1993), 165-204.