分子気体潤滑特性に及ぼす境界面の適応係数の影響*

(せん断応力の解法手法と DSMC 法による結果との比較)

山根 清美^{*1}, 福井 茂寿^{*2}

Effects of an Accommodation Coefficient on the Stresses at the Surface of Slider Gas Bearings with Nano-Meter Spacings (An Analysis Method for Shear Stress and Comparisons with the DSMC Results)

Kiyomi YAMANE^{*3} and Shigehisa FUKUI
^{*3} Department of Applied Mathematics and Physics, Tottori University,
4-101 Minami, Koyama, Tottori shi, Tottori, 680-0945 Japan

This paper clarified the effects of accommodation coefficient, which characterize the gas surface scattering at the boundary surfaces, on molecular gas film lubrication characteristics by the use of the molecular gas film lubrication (MGL) theory and the Direct Simulations Monte Carlo (DSMC) technique. Using the MGL theory, flow rate coefficient Q_p in the MGL equation and shear stress coefficient W_c in Kang's formula, which reflect molecular gas effects, are rigorously calculated with accommodation coefficient α and inverse Knudsen number D as parameters. An inverse step-type slider with nano-meter spacings was analyzed by the use of these coefficients, and the lubrication characteristics especially normal pressures and shearing stresses are compared with each simulation method. It is found that pressures and shearing stresses by the two methods are in good agreement with each accommodation coefficient. This means that MGL theory and these coefficients we calculated will be correct.

Key Words: Tribology, Hydro-dynamic Bearing, Rarefied Gas, Computational Fluid Dynamics, Information Processing Equipment, Molecular Gas-film Lubrication, Direct Simulation Monte Carlo Method, Flying Head Slider, Surface Accommodation Coefficient, Shear Stress

1. はじめに

超微小すきまあるいは低密度領域を対象とした気体潤滑は、広義に分子気体潤滑(MGL: Molecular Gas-film Lubrication)と呼ばれ^{(1)~(3)}, 気体の粒子性をも考慮した潤滑解析が行われる。分子気体潤滑の代表的な応用分野であるコンピュータの磁気ディスク装置では、記録密度向上のため浮動ヘッドスライダの浮上すきま量は 20 nm 程度まで微小化が進展している。このスライダ面には、空気力として圧力 p とせん断応力 τ_x の 2 種類の応力が作用するが(図 1), 近年, 従来は圧力に比べて無視できたせん断応力が相対的に増大し浮上量および浮上姿勢に影響を与えることが指摘され⁽⁴⁾⁽⁵⁾, せん断力 τ_x の算出手法の確立が重要となっている。

分子気体潤滑問題の代表的な解析手法には分子気体潤滑(MGL)理論^{(1)~(3)} およびモンテカルロ直接シミュレーション(DSMC)法^{(6)~(8)}がある。著者らは、前報⁽⁹⁾において分子気体潤滑問題への DSMC 法の適用法を

示し、従来から行われてきた発生圧力解析⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾に加えて、潤滑問題で重要な流速、温度を含めた詳細な解析を行い、DSMC 法および MGL 解析による結果がよく一致することを示した。

これらの分子気体潤滑の解析では、解析結果に影響を及ぼす他の要因として、気体分子のスライダ面あるいはディスク面での反射形態を表す反射モデルおよびその特性を表す適応係数 α がある⁽¹²⁾⁽¹³⁾。広く用いられる反射モデルには、壁面における分子の反射を拡散反射と鏡面反射の和であるとし、拡散反射の割合を適応係数 α ($0 \leq \alpha \leq 1$) とする Maxwell 形境界条件があり、上述の浮動ヘッドスライダの場合には、 $\alpha = 0.9$ 程度の値が用いられることが多い。

MGL 理論では、定式化が比較的容易なこの Max-

Fig. 1 Stresses on slider air bearing

* 原稿受付 2000 年 7 月 27 日.

^{*1} 正員, 鳥取大学大学院工学研究科(〒680-0945 鳥取市湖山町南 4-101).

^{*2} 正員, 鳥取大学工学部.

E-mail: fukui@damp.tottori-u.ac.jp

well 形境界条件を用いて、圧力およびせん断応力の算出式が与えられている。発生圧力に及ぼす適応係数の影響の解析手法と基本特性については、文献(3)、(14)に示され、せん断応力については、近年、文献(3)、(14)の解析手法を踏襲して Kang らによりせん断応力、とりわけスライダ面に働くせん断応力の算定式が導入され⁽⁵⁾⁽¹⁵⁾、実測値との比較⁽¹⁶⁾、さらには適応係数がせん断応力に及ぼす影響⁽⁵⁾⁽¹⁷⁾についても報告されている。しかしながら、せん断応力の考察は、スライダ面のみに止まり、潤滑領域内部のせん断応力および速度プロファイル等の詳細な解析結果がないことおよび計算結果の可否の検証が行われていないことが課題となっていた。

本研究では、MGL 理論に基づいて適応係数 α を考慮した圧力およびせん断応力の解析手法を確立し、適応係数の影響を定量化するとともにはん用的な解析手法である DSMC 法による結果との精緻な比較を行った。解析例として、すきま量が数十 nm の逆ステップ形スライダに働く圧力およびせん断応力を、適応係数 $\alpha=0.2\sim 1.0$ の広範な範囲で精密に解析を行った。両解析結果はすべての適応係数の範囲でよく一致し、せん断応力算定の一般式および MGL 理論が妥当であることを示した。

2. おもな記号

c_x, c_z : 分子速度
 D : 逆クヌッセン数
 $D=\sqrt{\pi}/(2Kn)=1/k=D_0PH$
 D_0 : 基準圧力, 基準すきまにおける逆クヌッセン数
 $D_0=p_a h_0/\mu\sqrt{2RT}$
 H : 無次元すきま $=h/h_0$
 h : すきま量
 h_0 : 基準すきま量
 Kn : クヌッセン数 $=\lambda/h$
 $k=(2Kn)/\sqrt{\pi}$
 l : 潤滑領域の長さ
 P : 無次元圧力 $=p/p_a$
 p : 圧力
 p_a : 基準圧力
 Q_P : ポアズイユ流れの流量係数
 $=-q\sqrt{2RT}/\{h^2(dp/dx)\}$
 Q_{Pcon} : 連続流のポアズイユ流れの流量係数 $=D/6$
 Q_C : クエット流れの流量係数 $=q_c/(\rho Uh/2)$
 q, q_c, q_P : 質量流量
 R : 気体定数
 T : 温度

U : 境界面速度 (x 方向)
 u_x, u_z : 流速
 V_x, V_z : 無次元流速 $=u_x/\sqrt{2RT}$ など
 V_0 : 走行面の無次元速度 $=U/\sqrt{2RT}$
 W_P, W_C : せん断応力係数 [式(28)]
 X, Z : 無次元位置 $=x/l, z/h_0$
 x, z : 座標
 ζ : すきま方向の等価無次元座標 $=D_0Z$
 $\alpha, \alpha_0, \alpha_1$: 境界面の適応係数 ($0\leq\alpha\leq 1$)
 β : 無次元圧力こう配 $=\varepsilon(dp/dX), \varepsilon=h_0/l$
 ϕ, ϕ_0, ϕ_1 : 速度分布関数 f の摂動分
 $\phi=(X/\varepsilon)\phi_0+\zeta_X\phi_1$
 Λ : ベアリング数 $=6\mu Ul/p_a h_0^2$
 λ : 分子平均自由行程
 μ : 粘性係数
 θ_P, θ_C : 無次元せん断応力
 $\theta_P=\tau_{xP}/p_a k_0\beta, \theta_C=\tau_{xC}/p_a V_0$
 σ_{ij} : 応力テンソル
 τ_x : せん断応力
 ζ_x, ζ_z : 無次元分子速度 $=c_x/\sqrt{2RT}$ など

3. 適応係数を考慮した圧力およびせん断力の解析手法

3・1 分子気体潤滑に基づく解析 3・1・1 項では任意の適応係数に対する圧力、せん断応力の解析手法のあらましを述べ、3・1・2 および 3・1・3 項にその理論的背景を記述する。

3・1・1 分子気体潤滑解析を援用した圧力とせん断応力解析の概要 分子気体潤滑(MGL)理論では、圧力 p 、せん断応力 τ_x は、有次元でそれぞれ次の 2 式により与えられる⁽¹⁾⁽⁵⁾。

$$\frac{d}{dx}\left\{\frac{Q_P(D, \alpha_0, \alpha_1)}{Q_{P,con}}\rho h^3\frac{dp}{dx}\right\}=6\mu U\frac{d}{dx}\{Q_C(D, \alpha_0, \alpha_1)\rho h\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned}\tau_x(z) &= \tau_{xP} + \tau_{xC} \\ &= \tau_{xP,con}(z)W_P(D, \alpha_0, \alpha_1) + \tau_{xC,con}W_C(D, \alpha_0, \alpha_1) \\ &\dots\dots\dots (2)\end{aligned}$$

ここで、 $\tau_{xP,con}, \tau_{xC,con}$ は、連続流におけるポアズイユ流れおよびクエット流れにおけるせん断応力で、次式となる。

$$\tau_{xP,con}(z)=-\frac{h}{2}\frac{dp}{dx}\left(1-\frac{2z}{h}\right), \tau_{xC,con}=-\frac{\mu U}{h} \dots\dots\dots (3)$$

分子気体潤滑(MGL)方程式(1)を解くことにより、発生圧力分布 $p(x)$ が求まり、式(2)によりその位置

x におけるせん断応力分布 $\tau_x(z)$ が求まる。式中の四つの係数、流量係数 Q_P, Q_C およびせん断応力係数 W_P, W_C は、分子気体効果の影響を表し、一般に逆クヌッセン数 D および上下の境界面の適応係数 α_0 (下面), α_1 (上面) の関数である。任意の適応係数に対する解析を行うには、 D および α_0, α_1 に対応するこれら四つの係数の値が必要となる。なお、一部の代表的な値は文献(14)にデータベース化されている。

3・1・2 任意の適応係数に対する圧力、速度プロファイルおよびせん断応力の解析手法 本報告では、簡単のためにスライダ面およびディスク面の適応係数が等しい場合を扱う。

$$\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha \quad \dots\dots\dots (4)$$

以下では、この条件下で適応係数 α を考慮した発生圧力、速度プロファイルおよびせん断応力の基本特性について述べ、最終的に適応係数 α を考慮した流量係数 Q_P, Q_C およびせん断応力係数 W_P, W_C の算出を行う。

1) 速度プロファイルの計算法 任意の適応係数 α に対する MGL 方程式は、無次元形で次式となる。

$$\frac{d}{dX} \left\{ \frac{Q_P(D, \alpha)}{Q_{Pcon}} PH^3 \frac{dP}{dX} \right\} = \Lambda \frac{d}{dX} (PH) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 P は無次元圧力、 H は無次元すきま、 Λ はベアリング数である。また、後で詳しく述べるようにクエット流れの対称性のため、流量係数 Q_C は恒等的に 1 となる。

この MGL 方程式を、対象とするすきま形状 $H(X)$ および適当な境界条件のもとに解くことにより、圧力 $P(X)$ が得られる。また、これから走行方向の任意の位置 X における逆クヌッセン数 D が得られる。

逆クヌッセン数 D が与えられた場合の無次元流速 $V_X(\beta)$ は、圧力こう配 β および走行面の速度 V_0 に比例する項の重畳、すなわちポアズイユ流れとクエット流れの重畳であるとし、次のように表現する。

$$\begin{aligned} V_X(\beta) &= V_{XP} + V_{XC} \\ &= (k_0\beta/2)(1 - \psi_P) + V_0\psi_C \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここで、変数 β はすきま方向の座標と等価な量で、次式で定義される。

$$\beta = D_0 Z \quad \dots\dots\dots (7)$$

このとき、速度プロファイルに対応する量 ψ_P, ψ_C は、次の積分方程式で与えられる⁽³⁾。

$$\begin{aligned} \psi_P(\beta)|_{\alpha_0=\alpha_1=\alpha} &= 1 + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^D K_{v-1}(\beta, \beta'; \alpha) \psi_P(\beta') d\beta' \\ &\quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_C(\beta)|_{\alpha_0=\alpha_1=\alpha} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} R_{v0}(\beta; \alpha) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^D K_{v-1}(\beta, \beta'; \alpha) \psi_C(\beta') d\beta' \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここで、 K_{v-1}, R_{v0} は、次の関係式で与えられる。

$$\begin{aligned} K_{v-1}(\beta, \beta'; \alpha) &= T_{-1}(|\beta - \beta'|) \\ &+ (1 - \alpha) \{ S_{-1}(\beta + \beta', 2D, \alpha) \\ &+ S_{-1}(2D - \beta - \beta', 2D, \alpha) \\ &+ (1 - \alpha)^2 \{ S_{-1}(2D + \beta - \beta', 2D, \alpha) \\ &+ S_{-1}(2D - \beta + \beta', 2D, \alpha) \} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{v0}(\beta; \alpha) &= \alpha \{ S_0(\beta, 2D, \alpha) \\ &+ (1 - \alpha) S_0(2D - \beta, 2D, \alpha) \} \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

式中の $S_n(x, y, \alpha)$ は一般化された Abramowitz 関数⁽³⁾、 $T_n(x)$ は Abramowitz 関数⁽¹⁸⁾ で、それぞれ次式で定義される。

$$S_n(x, y, \alpha) = \int_0^\infty \frac{t^n \exp(-t^2 - x/t)}{1 - (1 - \alpha)^2 \exp(-y/t)} dt \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$T_n(x) = \int_0^\infty t^n \exp(-t^2 - x/t) dt \quad \dots\dots\dots (13)$$

なお、得られた ψ_P, ψ_C から流量 Q_P, Q_C を求めるには、次式を用いる。

$$Q_P(D, \alpha) = -\frac{1}{D} + \frac{1}{D^2} \int_0^D \psi_P d\beta \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{aligned} Q_C &= \frac{2}{D} \int_0^D \psi_C d\beta \\ &= 1 \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

2) せん断応力の計算法 せん断応力は、式(8)、(9)を解くことにより得られた ψ_P, ψ_C を用いて得られる。走行方向のせん断応力 τ_x 、すなわち z 軸を横切る面に働く応力 σ_{zx} は、定義により次式で与えられる⁽⁸⁾。

$$\begin{aligned} \tau_x = \sigma_{zx} &= 2p_a \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta_x \zeta_x (\zeta_x \phi_1) E d\zeta_x d\zeta_y d\zeta_z \\ &\quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで、 ζ_x, ζ_z は無次元分子速度、 ϕ_1 は速度分布関数の摂動分、 E は次式である⁽¹⁾。

$$E = \frac{1}{\pi^{3/2}} \exp\{-(\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2)\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

式(16)で与えられる τ_x についても、圧力こう配 β および走行面の速度 V_0 に比例する項が重畳されており、 θ_P, θ_C を用いて次式のように分離することができる。

$$\begin{aligned} \tau_x &= \tau_{xP} + \tau_{xC} \\ &= 2p_a \{ (k_0\beta/2) \theta_P(\beta) + V_0 \theta_C(\beta) \} \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここで、 θ_P, θ_C は、ポアズイユ流れおよびクエット流れに起因するせん断応力を与え、それぞれ次式の積分により求められる。

$$\begin{aligned} \theta_P(s)|_{a_0=a_1=\alpha} = & -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ \int_0^D K'_{\tau 0}(s, s'; \alpha) \psi_P(s') ds' \right. \\ & + \int_0^s T_0(s-s') \psi_P(s') ds' \\ & \left. - \int_s^D T_0(s'-s) \psi_P(s') ds' \right\} \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_C(s)|_{a_0=a_1=\alpha} = & \frac{1}{\sqrt{\pi}} R_{\tau 1}(s; \alpha) \\ & + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ \int_0^D K'_{\tau 0}(s, s'; \alpha) \psi_C(s') ds' \right. \\ & + \int_0^s T_0(s-s') \psi_C(s') ds' \\ & \left. - \int_s^D T_0(s'-s) \psi_C(s') ds' \right\} \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

ここで、 $K'_{\tau 0}$ 、 $R_{\tau 1}$ は、次の関係式で与えられる。

$$\begin{aligned} K'_{\tau 0}(s, s'; \alpha) = & (1-\alpha) \{ S_0(s+s', 2D, \alpha) \\ & - S_0(2D-s-s', 2D, \alpha) \} \\ & + (1-\alpha)^2 \{ S_0(2D+s-s', 2D, \alpha) \\ & - S_0(2D-s+s', 2D, \alpha) \} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{\tau 1}(s; \alpha) = & \alpha \{ S_1(s, 2D, \alpha) \\ & - (1-\alpha) S_1(2D-s, 2D, \alpha) \} \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

式(19)、(20)で求められるせん断応力 θ_P 、 θ_C を、式(18)に従って重ね合わせるにより、すきま方向の任意の位置 s におけるせん断応力 $\tau_x(s)$ が得られる。なお、連続流のせん断応力 $\theta_{P,con}$ 、 $\theta_{C,con}$ はそれぞれ次式となる。

$$\theta_{P,con} = \frac{D}{2} - s, \quad \theta_{C,con} = \frac{1}{D} \dots\dots\dots (23)$$

3) 速度とせん断応力のすきま方向分布の基本的性質
すきま方向の速度プロファイルは、ポアズイユ流れがすきまの中立面に対して対称であるのに対し、クエット流れは中立点に関して回転対称である。このためクエット流れによる流量は一定で、連続流の場合と一致する。

$$Q_C|_{a_0=a_1=1} \equiv 1 \dots\dots\dots (24)$$

ポアズイユ流れおよびクエット流れに起因するせん断応力のすきま方向の分布 $\theta_P(s)$ 、 $\theta_C(s)$ の基本特性を調べる。式(19)、(20)で与えられる $\theta_P(s)$ 、 $\theta_C(s)$ のすきま s に関する微分から、それぞれ恒等的に以下の関係が示される。

$$\frac{\partial \theta_P(s)}{\partial s} = -1 \dots\dots\dots (25)$$

$$\frac{\partial \theta_C(s)}{\partial s} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

すなわち、ポアズイユ流れに起因するせん断応力 $\theta_P(s)$ はすきまに対し直線的に変化し、クエット流れに起因するせん断応力 θ_C はすきまに対し一定である。これらの結果は、スライダ面とディスク面の適応係数が異なる一般的な場合 ($a_0 \neq a_1$) にも成り立つ。さ

らに、式(25)と上下面の適応係数が等しい場合の、ポアズイユ流れの対称性から、任意の D に対して次式が成り立つ。

$$\theta_P|_{a_0=a_1} = \frac{D}{2} - s \dots\dots\dots (27)$$

ところで、式(2)で用いたせん断応力係数 W_P 、 W_C は、無次元せん断応力 θ_P 、 θ_C と、連続流のせん断応力 $\theta_{P,con}$ 、 $\theta_{C,con}$ との比として次式により定義される量である。

$$W_P(D, \alpha) = \frac{\theta_P}{\theta_{P,con}}, \quad W_C(D, \alpha) = \frac{\theta_C}{\theta_{C,con}} \dots\dots (28)$$

したがって、ポアズイユ流れのせん断応力係数 W_P は、式(23)および(27)から、逆クヌッセン数 D およびすきま s に関わらず次式となる。

$$W_P|_{a_0=a_1} \equiv 1 \dots\dots\dots (29)$$

Fig. 2 Flow rate Q_P v. s. D

Fig. 3 Shear stress coefficient W_C v. s. D

一方、クエット流れのせん断応力係数 W_c は、式(28)の第2式および式(26)から、すきま h に依存しない量であることがわかる。

3・1・3 流量係数 Q_P およびせん断応力係数 W_c の算出 流量係数 Q_P およびせん断応力係数 W_c を、適応係数 $\alpha=0.2\sim 1$ 、および逆クヌッセン数 $D=0.005\sim 100$ の範囲で数値計算により精密に求めた。具体的には、まず、式(8)、(9)の積分方程式を解き、 ψ_P 、 ψ_c を得る。次に、得られた ψ_P 、 ψ_c を用いて、流量係数 Q_P は式(14)の数値積分により算出し、せん断応力係数 W_c は式(20)の数値積分および式(23)、(28)により算出した。

図2は、ポアズイユ流れの流量係数 Q_P の計算結果である。横軸を逆クヌッセン数 D として、適応係数 $\alpha=0.2$ から1まで0.2刻みの値を示した。 D および適応係数 α の減少により流量は連続流の場合に比べ著しく増加する。なお、既存のデータベースに存在するとされた数値計算上の誤差は α が小さく、 D が大きいごく限られた範囲であり、比較的小さいことを確認し、修正を行った。

図3は、同じくせん断応力係数 W_c の計算結果である。 W_c は、 D が減少すると連続流の場合に比べ大きく減少し、かつ適応係数が小さいほど減少量が大きい。

図4は、面の単位走行速度(1 m/s)当たり、単位圧力(1 atm)当たりの、クエット流れに起因するせん断応力(次式)を、横軸を圧力とすきまの積 ph として表した。

$$\frac{\tau_{xc}}{pU} = \frac{\mu}{ph} W_c \quad \dots\dots\dots (30)$$

図4からすきまが小さい場合、あるいはそれと等価な

Fig. 4 τ_{xc}/pU v. s. ph

減圧環境下でのクエット流れに起因するせん断応力を簡便に見積もることができる。大気圧下($p=1$ atm)では、すきま $1\mu\text{m}$ 程度まではすきま量の減少とともにせん断応力はすきま h に反比例して急激に増加するが、これ以下では分子気体効果によりせん断力発生効率の低下が生じ、数十 nm 以下ではいずれもほぼ一定値に近づく。

3・2 DSMC法による解析 DSMC法^{(6)~(8)}は、クヌッセン数 Kn が無視できない分子気体領域の気体流れの粒子シミュレーション手法であり、境界面の適応係数を考慮した解析も可能である。前報⁽⁹⁾では、このDSMC法を分子気体潤滑問題へ適用する基本的な方法について詳述したが、ここでは特に流体に作用する応力の計算手法についてまとめる。

DSMC法では、流れの内部および境界面に作用する圧力およびせん断応力の算出は、シミュレーション粒子の状態のサンプリングおよび平均化により行われる。流体に作用する応力はテンソル σ_{ij} で表され、微小体積の平均値として次式により算出される。

$$\sigma_{ij} = -\frac{\eta}{V_{cell}\Delta t} \sum m(c_j - u_j)(c_i - u_i) \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここで、 m は分子質量、 c_i ($i=x, y, z$) は分子速度、 u_i はマクロ流速、 V_{cell} はセル体積、 Δt は時間刻み、 η は分子数比(1個のシミュレーション粒子が代表する実分子数)である。走行方向(x 方向)のせん断応力 τ_x は次式となる。

$$\tau_x = \sigma_{zx} = -\frac{\eta}{V_{cell}\Delta t} \sum m(c_x - u_x)(c_z - u_z) \quad \dots\dots\dots (32)$$

特に、境界面に働く応力 σ_{zj} は、入射および反射時のシミュレーション粒子の運動量差で与えられ、せん断力 τ_x ($=\sigma_{zx}$) および圧力 p_z ($=\sigma_{zz}$) は境界面上の微小面積の平均値として次式により算出できる。

$$\tau_x = \sigma_{zx} = -\frac{\eta}{S_{cell}\Delta t} \sum (mc_x - mc'_x) \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$p_z = \sigma_{zz} = -\frac{\eta}{S_{cell}\Delta t} \sum (mc_z - mc'_z) \quad \dots\dots\dots (34)$$

ここで、' を付した量は境界面で反射後の量であり、 S_{cell} は境界壁面上の微小面積である。

Fig. 5 Step type slider

4. ステップ形動圧気体軸受を対象とした 計算と DSMC 法による比較

分子気体潤滑(MGL)理論に基づく適応係数を考慮した圧力およびせん断応力解析の一例として、図5に示す逆ステップ形スライダのMGL解析結果を示す。解析は、境界面の適応係数がディスク面 α_0 とスライダ面 α_1 で等しい($\alpha_0=\alpha_1=\alpha$)とし、 α を変化させて行った($\alpha=0.2\sim 1$)。また、計算結果の検証のためDSMC法による結果との詳細な比較を行った。

解析対象の逆ステップ形スライダは、基本的には前報⁽⁹⁾と同じ形状で、二次元形状でディスク面が速度 U で走行し、その上にステップ部を有するスライダ面が固定されている定常問題とした。スライダ形状は、全長 $l=5\mu\text{m}$ 、流入端すきま $h_1=10\text{nm}$ 、流出端すきま $h_0=100\text{nm}$ で、ステップ部は $l_1/l=0.2$ 、境界面速

度 U は 94.6 m/s とした。また、DSMC法は、分子衝突計算に剛体球モデルおよび最大衝突数法を用い、その他のDSMC法の計算条件は下記とした。

- セル数：1280
- シミュレーション分子数：約80万個
- 分子数比 η ：1シミュレーション粒子あたり330万分子
- 時間ステップ Δt ： $1.5\times 10^{-5}\mu\text{s}$

4・1 拡散反射($\alpha=1$)の場合の圧力およびせん断応力

MGL解析は、まず式(1)により圧力分布(図6)を求め、次にその結果から式(2)によりせん断応力を求めた。また、流量係数 Q_p 、せん断応力係数 W_c には図2, 3の値を用いた。なお、潤滑領域のクヌッセ

Fig. 6 Pressure distribution ($\alpha=1$)

Fig. 8 Poiseuille and Couette terms of shear stress distributions on the slider surface ($\alpha=1$)

Fig. 7 Shear stress distribution on the slider and disk surface and the surface at $z/h_0=0.405$ ($\alpha=1$)

Fig. 9 Flow velocity profiles at $x/l=0.9$ ($\alpha=1$)

ン数の値は、流入端でクヌッセン数 6.8 (逆クヌッセン数 0.13), 流出端で同 0.68 (同 1.3) をとり, その間にはほぼ単調に減少 (増大) する。

図 7 は, 適応係数 $\alpha=1$ の場合のディスク面, スライダ面および流出端側の潤滑領域の内部 ($z/h_0=0.405$) のせん断応力を示す。せん断応力の符号は, 着目する面の向きにより異なり, 一般にディスク面および流れの内部では次の式 (35) が, スライダ面はこれと逆符号の式 (36) が用いられる。ここでは比較のためいずれも式 (35) の表現を用いて, スライダ面の符号を通常と逆にして表示した。

$$\tau_x(z) = -\frac{h}{2} \frac{dp}{dx} \left(1 - \frac{2z}{h}\right) - \frac{\mu U}{h} W_c \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$\tau_{x \text{ slider}} = -\tau_x|_{z=h} = -\frac{h}{2} \frac{dp}{dx} + \frac{\mu U}{h} W_c \quad \dots\dots\dots (36)$$

Fig. 10 Shear stress distributions at $x/l=0.9$ ($\alpha=1$)

Fig. 11 Pressure distributions ($\alpha=0.4, 0.6, 0.8, 1$)

せん断応力は, ディスク面 $\tau_{x \text{ Disk}}$ (MGL: 点線, DSMC: $\circ$) で最小, スライダ面 $-\tau_{x \text{ Slider}}$ (MGL: $-$, DSMC: $\bullet$) で最大となり, 潤滑領域内部 $\tau_x|_{z/h_0=0.405}$ (MGL: 破線, DSMC: $\diamond$) ではその中間の値を取る。また, 両解析法の結果は, MGL 方程式導出時の仮定⁽¹⁾である流れの準平行性を満たさないステップ部近傍および流入流出端のごく近傍を除き, 計算領域のほぼ全域でよく一致する。ただし, 次式で与えられる連続流に対する古典的な定義式による結果は, 図 7 と大幅に異なり妥当な結果は得られなかった。

$$\tau_{x, \text{con}}(z) = -\frac{h}{2} \frac{dp}{dx} \left(1 - \frac{2z}{h}\right) - \frac{\mu U}{h} \quad \dots\dots\dots (37)$$

このことは, 本研究で対象とする数十 nm 程度の超微小すきまでは, 分子気体力学に基づく表式を用いる必要があることを示している。

Fig. 12 Shear stress distributions on the slider surface ($\alpha=0.4, 0.6, 0.8, 1$)

Fig. 13 Effects of accommodation coefficient α on W and F_x

図8では、スライダ面のせん断応力についてポアズイユ流れによるせん断応力 τ_{xp} [式(36)の右辺第1項] とクエット流れによるせん断応力 τ_{xc} [式(36)の右辺第2項] に分離して示した。全体的にはクエット流れによるせん断応力 τ_{xc} が支配的であるが、圧力こう配 (dp/dx) が無視できないステップ部および流出端側ではポアズイユ流れによるせん断応力 τ_{xp} も大きい。なお、図4のチャートを用いて、圧力値 p とディスク面速度 U を与えることにより、簡便に見積もった τ_{xc} の値は DSMC 法による結果と良く一致した。

図9, 10に、圧力こう配 (dp/dx) が比較的大きい流出端付近 ($x/l=0.9$, 図6参照) でのすきま方向の流速分布およびせん断応力分布を示す。流速 (MGL: 実線, DSMC: ◎) は、走行するディスク面近傍で大きく、スライダ面側では小さく、わずかに逆流が生じている。せん断応力も同様で、MGL 解析 (実線) の結果は、DSMC 法の各セルの平均値 (◎), スライダ面 (●: 図7), ディスク面 (○: 図7) といずれの位置でもよく一致する。また、クエット流れに起因するせん断応力 τ_{xc} (破線) がすきま方向に一定であるのに対し、ポアズイユ流れに起因するせん断応力 τ_{xp} (点線) はスライダ面から傾き一定でディスク面側に向かって減少する。

4.2 圧力、せん断応力に及ぼす適応係数の影響

図11は、スライダ面の圧力分布への適応係数の影響を示す。DSMC 法による結果は適応係数ごとに記号 ○ ($\alpha=1$), △ (0.8), □ (0.6), ▽ (0.4) で示し、MGL 解析はいずれも実線 (—) で示した。両解析法の結果はいずれの適応係数でもよく一致する。

図12は、同じくせん断応力分布への適応係数の影響を示す。せん断応力はすきま h が小さい流入端付近で大きい値を取り、圧力の10分の1程度に達していることがわかる。また、両解析法の結果はいずれの適応係数でもよく一致し、算出したせん断応力係数 W_c は妥当であると思われる。なお、流出端付近では両解析法の結果に差異が生じており、この原因としては DSMC 法の境界条件の設定方法が考えられるが詳細は検討課題である。

図13は、図11, 12の圧力、せん断力をスライダ面全体で積分し、負荷容量 W とせん断力 F_x を算出し、適応係数の影響を表した。適応係数の減少に従ってスライダ面に作用する力は減少する。

また、以上の結果は、分子気体潤滑問題の解析では膨大な計算量が必要な DSMC 法を用いることなく、MGL 理論により簡便かつ高精度に発生圧力およびせん断応力が求められることを示している。

5. ま と め

分子気体潤滑 (MGL) 理論に基づき、気体分子と壁面との反射特性を表す適応係数 α を考慮した圧力、速度プロファイルおよびせん断応力の解析手法を確立し、この手法を用いて、逆ステップ形スライダのスライダ面に生じる圧力、せん断応力を、適応係数 $\alpha=0.2 \sim 1$ の範囲で求め、DSMC 法との精密な比較を行った。圧力、せん断応力は、適応係数の減少 (鏡面反射の割合が増加) に伴って低下することを定量的に示した。また、すべての適応係数の範囲で両解析結果はよく一致し、適応係数を考慮した分子気体潤滑理論、および算出した流量係数、せん断応力係数が妥当であることを示した。

文 献

- (1) Fukui, S. and Kaneko, R., *Molecular Gas Film Lubrication (MGL) Handbook of Micro/Nanotribology*, Chap. 13, ed. Bhushan, B., (1995), 559-604, CRC Press.
- (2) Fukui, S. and Kaneko, R., Analysis of Ultra Thin Gas Film Lubrication Based on Linearized Boltzmann Equation: First Report Derivation of Generalized Lubrication Equation Including Thermal Creep Flow, *ASME J. Tribology*, 110(1988), 253-262.
- (3) Fukui, S. and Kaneko, R., Analysis of Ultra thin Gas Film Lubrication Based on Linearized Boltzmann Equation (Influence of Accommodation coefficient), *JSME Int. J.*, 30(1987), 1660-1666. あるいは、福井茂寿・金子礼三, ボルツマン方程式に基づく薄膜気体潤滑特性の解析 (第2報, 境界面の適応係数の影響), 機論, 53-492, C(1987), 1807-1814.
- (4) Bogy, D. B., Lu, S., O'Hara, M. A., and Zhang, S., *ASME TRIB*, 6(1996), 11-16.
- (5) Kang, S. C., Jhon, M. S. and Crone, R. M., *Intl. Conf. Micromechatronics Inf. Precision Equipment*, Tokyo (1997), 77-83.
- (6) Bird, G. A., *Molecular Gas Dynamics and Direct Simulation of Gas Flows*, (1994), Clarendon Press, Oxford.
- (7) 南部健一 (保原充・大宮司久明編), ボルツマン方程式の確率解法, 数値流体力学, (1992), 第13章, 東大出版会.
- (8) 曾根良夫・青木一生, 分子気体力学, (1994), 朝倉書店.
- (9) 山根清美・福井茂寿, 分子気体潤滑問題への直接シミュレーションモンテカルロ (DSMC) 法の適用 (逆ステップ形動圧気体軸受を対象とした諸特性の詳細検証), 機論, 67-653, C(2001), 246-253.
- (10) Alexander, F. J., Garcia, A. L. and Alder, B. J., Direct simulation Monte Carlo for thin film bearings, *Phys. Fluids*, 6(1994), 3854-3860.
- (11) Huang, W. and Bogy, D. B., Three dimensional direct simulation Monte Carlo method for slider air bearing, *Phys. Fluids*, 9(1997), 1764-1769.
- (12) Rettner, C., Determination of Accommodation Coefficients for N_2 at Disk Drive Air Bearing Surface, *ASME J. Tribology*, 119(1997), 588-589.
- (13) Wenski, T. E., Olson, T., Rettner, C. T. and Garcia, A. L., Simulation of Air Slider Bearings With Realistic Gas Surface Scattering, *ASME J. Tribology*, 120(1998), 639-641.

- (14) Fukui, S. and Kaneko, R., A Database for Interpolation of Poiseuille Flow Rates for High Knudsen Number Lubrication Problems, *ASME J. Tribology*, 112(1990), 78-83.
 - (15) Kang, S.-C., A Kinetic Theory Description for Molecular Lubrication, *Ph. D. thesis*, (1997), Carnegie Mellon University.
 - (16) 鄧志生・松岡薫・篠原紘一, 分子気体力学モデルを用いた空気粘性力の計算, 機講論, No. 99-1 (1999), 157-158.
 - (17) Huang, W. and Bogoy, D. B., The Effect of Accommodation Coefficient on Slider Air Bearing Simulation, *ASME J. Tribology*, 122(2000), 427-435.
 - (18) Abramowitz, M. and Stegun, I. A., *Handbook of Mathematical Functions*, (1968), 1001-1003, Dover.
-