統計的エネルギー解析法における要素分割に関する検討*

鎌田 実^{*1}, 山崎 徹^{*2}
石橋 秀明^{*3}, 見坐地 一人^{*4}

Study on Subdivision in Statistical Energy Analysis

Minoru KAMATA^{*5}, Toru YAMAZAKI,
Hideaki ISHIBASHI and Kazuhito MISAJI^{*5} Department of Mechanical Engineering, The University of Tokyo,
7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113-8656 Japan

One of the main requirements for the successful use of Statistical Energy Analysis (SEA) is to divide a whole system into proper subsystems. It is assumed that the couplings between subsystems are weak in SEA. An SEA model without proper subsystems often provides unpleasant analytical results. This paper described a new method to judge whether the part on a system can be divided into two subsystems. On the basis of numerical study of a coupled beam system with Finite Element Method, an indicator for the judgment was defined as the ratio of initial slope of response on receiving subsystem to that on driven subsystem. The indicator was verified to be useful for determining the necessity of subdivision on two simple coupled beam, coupled plate systems and a complex floor panel of an automobile.

Key Words: Vibration of Continuous System, Statistical Energy Analysis, Forced Vibration, Modelling, Automobile

1. はじめに

振動騒音予測, 対策においては, 有限要素法 (Finite Element Method; 以下FEM) が一般的に用いられるが, 薄板構造物の場合には100Hz以上の周波数において, 細かくメッシュを切って大規模計算を実施したとしても, 予測精度以上に製品にばらつきがあるため, 解析結果の意味が薄れたり⁽¹⁾, そもそも高周波数域では計算自体が実用的でないことなどの問題が生じる. そのため, 自動車をはじめとして様々な分野において, 中高周波数域の振動騒音解析に有効な統計的エネルギー解析法 (Statistical Energy Analysis; 以下SEA)⁽²⁾が注目され, 適用検討がなされている^(3~5). 最近SEAは, 実験や解析に関するソフトウェアも販売されるようになるなど, 一般に使い得る手法になりつつある. しかし, 一方では精度向上のための研究的アプローチも継続されている.

これまでのSEAに関する研究としては, SEAパラメータと呼ばれる損失率の求め方^(6,7)や, 実機への適用^(8,9)などの報告が多いが, あまり検討されていないことに要素への分割方法がある. 形状がはっきり境界

をもっている場合には要素分割に迷うことはないが, 分け目がはっきりしない時に, 分けるべきか否か, あるいはどこで分けるかなど問題となる. 要素分割の指針としては, Fahyらの提案^(10,11)があるが, 実機での報告は無く, 信頼性が不明である.

以上の背景を受けて, 本研究ではSEAにおける要素分割の判定手法を提案する. はじめに, 要素分割のあり方について単純要素を対象に検討を行う. その結果から, 自動車のように複雑で分割のあいまいな対象物にも適用でき簡単な実験で要素分割の必要性を判定する手法の提案を行う. 最後に, はり構造物, 平板構造物および自動車フロア部の要素分割について, 本手法の適用実験を行い, 手法の有効性の検証を行う.

2. SEAパラメータと要素分割の重要性

2.1 SEAの概要 SEAでは, 対象系を多数の要素に分割し, 要素内の散逸パワー, 要素間の伝達パワー, 系外からの入力パワーの平衡関係に着目する. そして, 散逸パワーは要素のエネルギーレベル, 伝達パワーは両要素のエネルギーレベルの差に比例するものとして考える. この比例定数はそれぞれ内部損失率 (Internal Loss Factor: 以下ILF), 結合損失率 (Coupling Loss Factor: 以下CLF) と称され, SEAにおいて最も重要なパラメータである. ILFはエネルギー散逸特性を表すため理論的な算出は困難であり, 実験データベース

* 原稿受付 2001年6月6日.

^{*1} 正員, 東京大学大学院工学系研究科(〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1).^{*2} 正員, 神奈川大学工学部(〒221-8686 横浜市神奈川区六角橋3-27-1).^{*3} 東京大学大学院工学系研究科.^{*4} (株)本田技術研究所栃木研究所(〒321-3393 栃木県芳賀郡芳賀町下高根沢4630).

E-mail: kamata@sl.t.u-tokyo.ac.jp

などの利用が主となる。一方、CLFは二枚の平板を結合した構造物のように要素形状や結合形態が簡単であれば、半無限の波動理論より、要素の材料定数、寸法、結合部でのエネルギー透過率 τ_{ij} などから次式によって算出できる⁽¹⁾。

$$\eta_{ij} = c_{gi} L \tau_{ij} / \pi \omega S_i \quad \dots (1)$$

ただし、 c_{gi} 、 S_i は要素 i の群速度と表面積、 L は結合部長さを表す。

以上のSEAの考え方は、対象系には要素を超えたグローバルなモードが無く、各要素内で同程度に振動モードが励起されていることを前提としている。そのため、振動モードが多数存在する高い周波数域の解析にSEAは有効とされる。また、結合が弱結合であれば上述の仮定を満足する(強結合の場合のSEA解析例も存在する⁽¹²⁾)。弱結合の判断は、ILFに対するCLFの比が1より小さい⁽¹⁴⁾かによってなされるのが一般的であるが、これではとりあえず要素分割を行いILFとCLFを評価する必要がある、適切な要素分割指針を得る手法が求められている。

2.2 要素分割の重要性 要素分割の重要性について、過去⁽¹³⁾にSEA解析を行った乗用車を例に、要素分割数を変えて解析結果がどのように変化するか調べた。

対象は要素数63で解析した小型乗用車で、そのフロアパネルは前後左右の四要素に分割されていた。この分割数、位置は過去の報告例等を参考にしており、特に強い根拠はない。

四要素の場合と左右とに分けた二要素の場合の運転

(a) Sound pressure level of interior cabin

(b) Vibration energy level of rear tunnel

Fig.1 Differences of SEA results by two subdivision ways on floor panel in an automobile vehicle

者耳位置の音圧の違いを図1(a)に示す。これより要素分割の違いによって1.5dB程度の予測結果の違いが見られる。室内音圧は複数のパネルからの音響放射の総和となるため、顕著な差ではないものの違いが生じる。次に、車体の振動伝播における解析精度を判断するために、エンジンマウント加振時の後席部のリアトンネルでの解析結果の違いを見てみた。その結果を図1(b)に示すが、400Hzバンドにおいては2.6dB程度の違いとなり、エネルギーの流れのパターンも変化するような違いが生じる。

以上から、要素分割によってSEAの解析結果は異なること、つまりSEAの精度向上には的確な要素分割が必要であると言える。

3. 結合強さと振動応答

弱結合であることは、要素分割を判断する一つの材料であると考えられる。弱結合の物理的意味としては、ばねで表した場合にばね定数が小さい、波動の伝播として考えると結合部での透過率が小さい、といったことで考えられる。しかしながら、実際の振動応答でこれらのことがどういう意味を持つかについてはあまり理解されていない。

そこで本章では、要素分割の判断への有効な情報の抽出を目的に、結合強さによって構造物の振動がどのように変化するか種々の検討を行う。対象としては、複数の質点がばね、ダンパで接続された質点系モデル、二本のばねをばねで連結したばねモデルである。

3.1 質点系モデル はじめに最も単純な振動系である質点、ばねとダンパからなる七つの質点を直列に連結した系(図2)を対象とする。この系は三つの質点からなる要素と四つの質点からなる要素の二要素系と考えることができる。そこで、両要素を連結するばね定数 kc の値を色々変え、固有値解析、時刻歴過渡応答解析によって結合強さと固有振動数、固有モード、振動応答の変化について調べた。なお、各要素内の質点を接続するばねの定数 k 、ダンパの減衰係数は同一とした。

三種の kc での固有モードの一例として第二次固有モードを図3、全系及び三質点系と四質点系とに切り離した各場合の、 $\sqrt{k/m}/2\pi$ (ただし m は質点の質量)で無次元化した固有振動数を表1に示す。 kc が小さいと

Fig.2 Spring-mass-damper system

きは連結ばねを境とした要素毎の局所的なモードが観測され、全系の固有振動数が三質点系ないし四質点系の固有振動数と一致する。すなわち、結合が弱いと要素毎の局所的な振動が主となり、SEAの仮定を満足する状態となる。一方、 kc が大きき $kc/k=100$ ともなると、質点3と4は一体となった動きを呈し、連結ばねを境とした固有モードとはならない。また固有振動数も三、四質点系のものと異なる。

次に、質点1にインパルス力を与えたときの kc の違いによる各質点の振動応答を調べた。図4に、加振した要素(以下、加振要素)上の質点2と直接加振されていない要素(以下、受振要素)上の質点5の振動応答をそれぞれ示す。加振要素の質点2では振動応答波形の立ち上がり具合は kc によって違いが見られない。

Fig.3 Comparison of second natural modes of

Tab.1 Comparison of normalized natural frequencies

Mode order	$kc/k=0.01$	$kc/k=1$	$kc/k=100$	3DOF	4DOF
1	0.35	0.39	0.39		0.35
2	0.45	0.77	0.85	0.45	
3	1.00	1.11	1.15		1.00
4	1.25	1.41	1.48	1.25	
5	1.53	1.66	1.76		1.53
6	1.80	1.85	1.87	1.80	
7	1.88	1.96	14.18		1.88

(a) Response of mass.2

(b) Response of mass.5

Fig.4 Velocity responses under impulse excitation on mass.1

一方、受振要素の質点5では、 kc によって振動応答の遅れ、最大ピーク値、立ち上がり具合などに違いが観測される。そのため、衝撃加振下の受振要素の初期の振動に注目すれば、結合ばね定数の大小、すなわち結合強さを判定することができ、要素分割の必要性の判定に利用できるものと思われる。

3・2 はりモデル 連続体で最も単純なはりを対象に、図5に示すように二本のをはりをはりの面外方向のみを考慮した連結ばねで接続し、連結ばね定数 kc による各はりの振動応答の変化を検討する。

質点系モデルと同様、 kc が小さいときには図6(a)に示すようにはり毎の局所的なモードが顕著な固有モードとなり、 kc が大きくなるに伴い同図(b)、(c)のようにグローバルなモードが支配的となる。

また左端から0.2mの位置にインパルス力を加え、そのときの各はりの数点での振動応答を調査した。図7にはり2上の点の応答曲線を示すが、図4と同様に kc が小さい場合には、振動応答に遅れが見られ、また最大ピーク値は小さい。

以上より、分布定数系のはりにおいても前項の集中定数系の質点系と同様に、受振要素へ伝達する初期の

Fig.5 Coupled beam system with coupling spring

Fig.6 Comparison of natural mode shapes

Fig.7 Squared velocity response of the receiving beam2 under impulse excitation on the beam1

Fig. 8 The relation of energy transmitted into receiving beam and transmission efficiency on coupled beam system

振動応答に注目すれば、結合強さを判定できるものと思われる。

3・3 透過率と振動応答 前項までは結合状態として連結ばね定数を変化させて検討してきたが、ここでは波動的に透過率の観点から結合強さについて検討する。

CLFは式(1)に示すように結合部における透過率から算出され、CLFがILFに比べ小さいほどSEAの仮定を満足しやすい。つまり、簡単に考えると透過率が小さいほど要素分割の方がよいと言える。

そこで、透過率によって振動応答がどのように変化するか検討を行う。ここでは、長さ1mの二本のはりが、透過率 τ である不連続部を介して直線的に接続されている系を想定し、受振要素における振動エネルギー伝達が透過率によってどのように変化するか計算した。その結果を図8に示すが、伝達エネルギーは透過率によって伝播の遅れ、最大エネルギー量、立ち上がり具合が異なっている。

このように、透過率が小さい場合には、受振要素への伝播する振動は応答遅れが大きく、その最大値も小さくなる。これは連結ばね定数による結合強さと振動応答の関係と同様であり、透過率と結合強さが振動応答に及ぼす影響には対応した関係があると言える。

以上より、波動的観点からもまた、受振要素の振動応答の遅れ、最大ピーク値は、要素分割の判定に有効な情報であると思われる。

4. 要素分割指針の検討

前章では、結合強さと振動応答の関係、透過率と結合強さが振動応答に与える影響は似た傾向にあることを明らかにした。

そこで本章では、要素分割指針を得るための簡易な決定法について模索する。

4・1 簡易な決定法の模索 3章より固有モードがローカルかグローバルかによって結合強さの影響を知ることができた。また結合強さと、受振要素における振動伝播の応答遅れ、最大ピーク値との間にも明

らかな関係が見られた。これらの情報をもとに、対象物が実物あるいは図面で存在した場合に、対象系をどのように要素分割してSEAモデルを構築するか、その要素分割の判定を比較的簡易な方法で明らかにすることを考える。

実機への適用を考えると、特別な治具等を用い多大な計測時間を要する定常加振での計測よりも、衝撃加振による方が目指すものに近い。Fahyらの手法^(10,11)でも衝撃応答を測り、その応答レベルの包絡線のピークの生じる時間によって判断するものとしている。この方法は一見容易に思えるが、十分な減衰までの計測と包絡線を求める作業が必要であり、実際に適用してみると多くの時間が必要となってしまう。また判断指標の数値の根拠が乏しく、一般的な対象への適用信頼性が不明である。そこで、衝撃応答の別の側面で判定できないか、応答遅れ、最大ピーク値の観点から検討することにした。しかし応答遅れは、計測点の位置つまり加振点からの距離によって変わるものであり、何を基準に応答遅れを評価すればよいかなど問題が多い。そのため、最大ピーク値に注目することとした。

4・2 初期傾き比 本研究では、受振要素における振動初期の応答ピーク値の違いを考慮するために、加振要素の振動初期の立ち上がり具合、受振要素に伝わってきた振動初期の立ち上がり具合を捉えることを考えた。また、SEAではエネルギーを変数とするため、エネルギーに比例する二乗速度を振動応答として考えることとし、各要素の振動初期の傾きから次式に示す初期傾き比 (Initial slope ratio; 以下, ISR) という指標で検討してみることにした。

$$ISR = \frac{\text{受振要素の初期傾き値}}{\text{加振要素の初期傾き値}} \quad \dots (2)$$

ISRを用いて3章の質点系モデル及びはりモデルの結果を整理した結果をそれぞれ図9、図10に示す。図10にははりの寸法、連結ばね定数から波動理論で求めた透過率を共に示してある。質点系モデルではばね定数比が1~10でISRは大きく変化する。さらに連結ばね定数が大きくなると、連結ばねでつながれた質点

Fig. 9 The relation of initial slope ratio and stiffness ratio of springs on mass-spring-damper system

Fig. 10 Relation of initial slope ratio and transmission efficiency on coupled beam system

3と4は剛体的に一緒に運動し、他のばねが相対的に弱くなり振動が伝搬しにくくなるため、ISRは小さくなっている。

また、はりモデルでも結合ばね定数が $10^4 \sim 10^6$ のあたりで、ISRが大きく変化しており、これと同様に透過率も大きく変化している。このことから、ISRを調べれば要素分割の判定を下すことができるとと思われる。また質点系モデルでは $kc/k=100$ 、はりモデルでは $kc=10^6$ の場合には、図3、図6の固有モードから分かるように、両モデルとも二要素に分割することは困難であることを考えると、ISRが0.25程で要素分割の判定が可能と考えられる。

以上よりISRを分割指針を示すものとして提案し、次章以降でその有効性を検証する。

5. 要素分割指針の実験的検証

本章では、前章で提案したISRによる要素分割判定手法を要素形状が単純なはり構造物、平板構造物、要素形状が複雑な自動車フロア部に適用し、その有効性を実験的に検証する。

実験は、インパクトハンマで打撃加振を与え、各要素内の複数点に加速度計を取り付け、加振力と応答加速度を測定した。その後、PC上で各応答点の初期傾き値を算出し、要素毎に初期傾き値の平均を求め、式(2)からISRを求めた。なお、本来は初期の振動を捉え初期傾き値として評価したいが、実験ではS/Nの関係からそれは困難であった。そのため、本研究では最大応答振幅の1%の値をはじめて越した波を初期の振動として考えることとした。

図11に初期傾き値を求める手順を示す。計測した加速度信号(図(a))を積分し速度とし、その二乗値を求め(図(b))、その最大値の1%を初めて越える波を初期の振動として特定し、その波の5%から95%の波に最小二乗法を適用し傾きを求める(図(c))。

5・1 はり構造物 結合強さを変化させる三種のストラップ(アルミ製 $20 \times 30 \times 0.5\text{mm}$:弱結合、ア

ルミ製 $50 \times 30 \times 3\text{mm}$:中結合、鋼製 $10 \times 30 \times 5\text{mm}$:強結合)を各一枚、二本の鋼製はり(長さ1m、幅31.8mm、厚さ8.8mm)に四本のM5ボルトで連結した系を対象に、図12に示すような実験装置を用いて実験を行った。打撃点は図12中に○印で示す二カ所とし、応答加速度を各要素六点で計測、全ての計測点で打撃点毎に初期傾き値を求めた。

初期傾き値は応答計測点によって違いがあり、特に打撃点近傍で違いは大きかった。そのため、結合部及び打撃点近傍での初期傾き値を除いて、ISRを算出した。その結果を図13に示すが、0.25を判定基準とすると強結合の場合、本対象は二要素にみなすべきではないと判断できる。

このISRの変化を固有モードの変化と対応づけるため、ボルト、はりとストラップの重なり部を無視したFEモデルを作成し、FEMで固有値解析を行った。結果の一例を図14に示す。弱結合と中結合では、はりの連結部(各図の中央)でモードが不連続となっている。一方、強結合では連続したモード形状となっており、前述のISRが0.25より大きいことによる判定が

Fig. 11 Determination of initial slope of squared velocity

Fig. 12 Experimental arrangement for coupled beam system

Fig. 13 Experimentally determined initial slope ratio on coupled beam system

Fig. 14 Natural mode shapes of coupled beam system

有効なものであることが確認できる。また、打撃位置の違いによるISRは、要素分割の判定結果に影響を及ぼさないことも確認される。

5・2 平板構造物 対象とした系は図15に示すように、二枚の鋼製平板(350×300×2mm:加振平板, 350×400×2mm:受振平板)を複数の鋼製ストラップ(20×60×2mm)で結合したものである。本対象系においても、図15中に○印で示す二カ所を打撃点、応答加速度を各要素六点とし、ストラップ数によって結合強さを変化させ、全ての応答点で打撃点毎に初期傾き値を算出した。

はり構造物と同様に、打撃点近傍の応答点での初期傾き値は他の応答点の値に比べかなり大きく、ISRの算出には採用しなかった。その結果得られたISRを図16に示す。この結果から考えると、本対象ではISRが0.25より小さい三個のストラップとしたときまでは、要素分割することができる。

はり構造物と同様、FEMにより固有値解析を行った結果の一例として、ストラップを三個、五個とした場合の固有モードを、二平板を完全に連結した場合の結果と共に図17に示す。ストラップが三個までは図17(a)のように二平板が個々にモードを呈する局所的なモードが支配的である。一方、同図(b)のようにストラップが五個ともなると、同図(c)と同様に二平板全体のグローバルなモードが支配的となる。このことからストラップが三個までは要素分割することができ、前述の0.25による判定結果と一致する。また、判定結

(a) Coupled plate system (c) Coupling configurations
Fig. 15 Apparatus of two beam coupled system

Fig. 16 Experimentally determined first slope ratio on coupled plate system

(a) 3 straps (212Hz) (b) 5 straps (235Hz) (c) No strap (192Hz)
Fig. 17 Natural mode shapes of coupled plate system

果は打撃位置によらないことが確認される。

5・3 自動車フロア部 次に、図18に示す形状が複雑な自動車のフロアパネルの要素分割のあり方を検討するために、ISRによる本手法を適用した。

本フロアパネルは、2章で用いた乗用車の左側フロアパネル(図18)である。本パネルの明確な要素分割指針はないが、2章で示したように、図中の要素1と2に分けない場合と分けた場合でSEA解析精度は図1のように異なる。そこで、本対象を二要素に分割すべきか、さらに細かく分割できるか検討を行った。

はじめに、本対象を図18に示すように二要素と見なした場合のISRの算出を行った。ここでは、打撃点

Fig. 18 Apparatus of automobile left floor panel

近傍以外に要素毎に四点の応答点を決め、要素毎に初期傾き値を求め、ISRを算出した。ISRは打撃点によって多少違いは見られるが、概ね0.07となり、0.25より十分小さな値となった。そのため、本対象は前後に二要素に分割することができると判定される。

次いで、二つの要素を更に前後、左右に分割できるかどうかISRを算出した。その結果、いずれの分割形態もISRは0.5以上となった。そのため、本対象は二要素までにしか分割すべきでないと判定される。

以上の結果は、これまでの報告例に見られる要素分割と一致したものであることを考えあわせると、形状が複雑な自動車のフロアパネルにおいても本手法は有効であることが確認された。

6. お わ り に

本研究は、SEAを適用する際に最初に問題となる要素分割のあり方について検討を行った。得られた結果は以下に要約される。

- (1) 要素分割判断に有効な情報を抽出するために、ばね質点系とはり系を対象に、FEMを用いて結合強さと固有振動数、固有モード、過渡振動応答について検討した。
- (2) 初期の過渡振動応答の遅れと最大ピーク値に注目し、振動初期の立ち上がり具合を初期傾き値と定義し、加振要素と受振要素の初期傾き値の比を初期傾き比 (ISR) として、要素分割指針として用いることを提案した。
- (3) はり構造物、平板構造物、自動車フロア部を対象に、ISRによる要素分割判定を実験的に行い、提案する手法の有効性を示した。

文 献

- (1) R.J.Bernhard, The Limits of Predictability due to Manufacturing and Environmentally Induced Uncertainty, Proceedings INTER-NOISE96, pp.2867-2872,(1996).
- (2) R.H.Lyon, Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems, Theory and Applications, MIT Press,(1975).

- (3) B.Dong, M.Green, M.Voutyras, P.Bremner, P.Kasp Road Noise Modelling Using Statistical Energy Analysis Method, SAE Paper 951327, pp.761-766,(1995).
- (4) H.Chen, M.O'Keeffe and P.Bremner, A Comparison Test-Based and Analytic SEA Models for Vibro-Acoustics of a Light Truck, SAE Paper 951329, pp.778-784,(1995).
- (5) J.Plunt, The Use of Statistical Energy Analysis (SEA) for the Noise Level Prediction and Design of Luxury Motor Yachts, INTER-NOISE99, pp.1655-1658,(1999).
- (6) S.H.Crandall, R.Lotz, On the Coupling Loss Factor for Statistical Energy Analysis, Journal of Acoustic Society of America, Vol.49(1), pp.352-356,(1971).
- (7) W.Wohle, T.Backmann and H.Schreckenbach, Coupling Loss Factor for Statistical Energy Analysis of Sound Transmission at Rectangular Structure Slab Joints, Part. I, Journal of Sound and Vibration, Vol.77(3), pp.333-344,(1981).
- (8) B.M.Gibbs, C.L.S.Gilford, The Use of Power Flow Methods for the Assessment of Sound Transmission in Building Structures, Journal of Sound and Vibration, Vol.49(2), pp.267-286,(1976).
- (9) J.O.Jensen, Calculation of Structure-Borne Noise Transmission in Ships Using "Statistical Energy Analysis" Approach, Internal symposium on shipboard acoustics 1996, pp.281-295,(1996).
- (10) F.J.Fahy, P.P.James, A Study of the Kinetic Energy pulse Response as An Indicator of the Strength of Coupling between SEA Subsystems, Journal of Sound and Vibration, Vol.190(3), pp.363-386,(1996).
- (11) P.P.James, F.J.Fahy, A Technique for the Assessment of Strength of Coupling between SEA Subsystems: Experiments with Two Coupled Plates and Two Coupled Rooms, Journal of Sound and Vibration, Vol.203(2), pp.227-282,(1997).
- (12) A.J.Keane, W.G.Price, Statistical Energy Analysis of Strongly Coupled Systems, Journal of Sound and Vibration, Vol.117(2), pp.363-386,(1987).
- (13) 見坐地, 斎藤, 来原, 山下, 統計的エネルギー解析法 (SEA) を用いた自動車のロードノイズ解析, 自動車技術会学術講演前刷集, No.71-99, pp.9-12, 1999年.
- (14) F.J.Fahy, A.D.Mohammed, A Study of Uncertainty in the Application of SEA Coupled Beam and Plate Systems Part.I:Computational Experiments, Journal of Sound and Vibration, Vol.158(1), pp.45-67,(1992).