回転型倒立振子のリミットサイクルの外乱抑制型安定化制御*

石井 千春^{*1}, 田島 剛史^{*2}Stabilization Control with L_2 -Gain Disturbance Attenuation
for a Kind of Limit Cycle of an Inverted Pendulum SystemChiharu ISHII^{*3} and Takeshi TAJIMA^{*3} Department of Mechanical Engineering, Ashikaga Institute of Technology,
268-1 Oomae-cho, Ashikaga-shi, Tochigi, 326-8558 Japan

In this paper, we consider such a stabilization control for a single inverted pendulum system that makes the pendulum rotating cyclically. We call this a limit cycle control of the inverted pendulum system. First, a realization law of such limit cycle is derived based on the law of mechanical energy conversion. Then, a stabilization control law for the produced limit cycle is designed based on the Lyapunov stability theory. Finally, the stabilization control law is extended so as to ensure not only stability of the limit cycle but also an L_2 -gain disturbance attenuation in the presence of viscosity friction and modeling error. The effectiveness of the proposed control scheme is demonstrated via experimental works.

Key Words: Motion Control, Nonlinear Control, Mechatronics and Robotics, Inverted Pendulum System, Limit Cycle, L_2 -Gain Disturbance Attenuation

1. はじめに

倒立振子システムは、設計された制御系の有効性を検証するのに広く用いられている。倒立振子システムの振子を倒立点で安定化する制御には、数多くの方法が提案されている。近年では、倒立振子のもつ非線形性を積極的に考慮した制御系設計法が展開され、文献[1],[2]では非線形 H_∞ 制御理論に基づいた安定化制御器を提案している。また、文献[1],[3]では、振子が垂れ下がっている状態から倒立点近傍まで自動的に振子を振り上げる、振り上げ制御則も提案している。しかしながら、振子を周期的に回転させる制御法についてはほとんど報告されていない。本論文では、倒立振子システムにおいて振子が一方方向に周期的に回転する現象を倒立振子のリミットサイクルと呼ぶ。著者の知る限り、文献[4],[5]が唯一この種の制御法について報告しているものである。

文献[4],[5]では、二重倒立振子システムの上の振子のリミットサイクル制御を扱っており、二重倒立振子の平衡点間推移を行っている際に発生したリミットサイクルを架空の非線形システムのノミナルな周期解と

し、この非線形システムを微小変位で線形近似し、周期 T で離散化して離散時間時不変線形システムを導出し、周期 T ごとの実システムのサンプル値とノミナルな周期解のサンプル値の誤差が 0 に収束するように線形最適制御を行い、リミットサイクルを安定化している。しかしながら、リミットサイクルを発生する制御則は偶然発見されたものであり、リミットサイクル発生メカニズムは議論されていない。

本論文では、一重の回転型倒立振子のリミットサイクル発生メカニズムを解析し、リミットサイクルを発生させ、発生したリミットサイクルを安定化する制御法を提案する。ここで、リミットサイクルは非線形システムにおいてのみ生じる特有な現象であるので、リミットサイクルを安定化する制御則を導出する際に、システムモデルの線形近似は行わず、非線形制御を採用する。はじめに、倒立振子システムモデルにおいて摩擦による非保存力項を無視し、文献[1]における振子の振り上げ制御則導出の流れを汲んで、リミットサイクルを発生させる制御則をエネルギー保存則に基づいて導出する。もし、倒立振子システムに非保存力が作用しなければ、振子が一度ある程度以上のエネルギーを得て、かつこのエネルギーが一定値であれば、リミットサイクルが発生し、振子は永久的に回転を続ける。しかしながら、実際には摩擦などの非保存力が働くため振子の回転は減衰し、やがては止まってしまう。そこ

* 原稿受付 2001 年 5 月 23 日。

^{*1} 正員, 足利工業大学工学部(☎ 326-8558 足利市大前町 268-1)。^{*2} 日本ハイコム(株)(☎ 371-0841 前橋市石倉町 5-14-18)。
E-mail: c-ishii@ashitech.ac.jp

で、振子が倒立点を通過するときの目標角速度を指定することにより、振子が保存すべき目標となる力学的エネルギー和を与え、実際の振子の力学的エネルギー和が常にこれに追従するような制御を行うことにより、発生したリミットサイクルを安定化することを考える。このリミットサイクルの安定化制御則はリアプノフの安定理論に基づいて導出される。導出した安定化制御則に基づいて制御実験を行ったのだが、安定したリミットサイクルを実現することができなかった。これは、このリミットサイクルの安定化制御則を導出する際にシステムのモデルに非保存力項などを考慮していなかったため、実システムに存在する摩擦や、パラメータ誤差などによるモデル化誤差の影響を補償できなかったためであると考えられる。そこでさらに、倒立振子システムモデルにおいて粘性摩擦項およびモデル化誤差を考慮し、これらを外乱として L_2 ゲインによる外乱抑制制御を行う、先のリミットサイクル安定化制御則をロバスタ化した、外乱抑制型リミットサイクル安定化制御則を導出する。最後に、本論文で提案した外乱抑制型リミットサイクル安定化制御則の有効性を検証するために制御実験を行う。

本論文の結果は、倒立振子システムのリミットサイクル制御のための安定性+外乱抑制設計による一実例を具体的に与え、リミットサイクルの安定化のみを考えた設計手法で用いたリアプノフ関数を拡張すれば、安定性ばかりではなく、所望の外乱抑制特性も保証できることを示した、工学的にも、理論的にも有意義な結果である。

2. 倒立振子モデル

倒立振子を図1のようにモデル化する。

このモデルの運動方程式は次式で与えられる。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = \tau \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \theta &= [\theta_0 \quad \theta_1]^T, \quad \tau = [\tau_0 \quad 0]^T \\ M(\theta) &= \begin{bmatrix} j_1 + j_2 \sin^2 \theta_1 & j_3 \cos \theta_1 \\ j_3 \cos \theta_1 & j_2 + j_4 \end{bmatrix} \\ C(\theta, \dot{\theta}) &= \begin{bmatrix} 2j_2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 & -j_3 \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 \\ -j_2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_0 & 0 \end{bmatrix} \\ G(\theta) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -j_5 \sin \theta_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここで、 θ は台軸および振子の角度ベクトル、 τ_0 は台軸に対する入力トルク、 $M(\theta)$ は慣性行列、 $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$ はコリオリ力や遠心力を含む非線形項、 $G(\theta)$ は重力項であ

- θ_0 : 台軸角変位
- θ_1 : 振子角変位
- m_0 : 台軸総重量
- m_1 : 振子総重量
- l_0 : 台軸長さ
- l_{c0} : 台軸重心位置
- l_{c1} : 振子重心位置
- J_0 : 台軸重心まわりの慣性モーメント
- J_1 : 振子重心まわりの慣性モーメント
- g : 重力加速度

Fig. 1 Model of Inverted Pendulum

る。ただし、粘性摩擦項は無視した。さらに、簡単のために次の記号を使った。

$$\begin{aligned} j_1 &= J_0 + m_0 l_{c0}^2 + m_1 l_0^2 \\ j_2 &= m_1 l_{c1}^2 \\ j_3 &= m_1 l_0 l_{c1} \\ j_4 &= J_1 \\ j_5 &= m_1 g l_{c1} \end{aligned}$$

$\det M(\theta) > 0 \forall \theta$ より、 θ の値によらず常に $M^{-1}(\theta)$ が存在する。これより、(1)式から振子のダイナミクスは次式のように表される。

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= \frac{1}{\det M(\theta)} \left[2j_2 j_3 \sin \theta_1 \cos^2 \theta_1 \cdot \dot{\theta}_0 \dot{\theta}_1 \right. \\ &\quad - j_3^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \\ &\quad + j_2(j_1 + j_2 \sin^2 \theta_1) \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_0^2 \\ &\quad \left. + j_5(j_1 + j_2 \sin^2 \theta_1) \sin \theta_1 - j_3 \cos \theta_1 \cdot \tau_0 \right] \quad (2) \end{aligned}$$

3. 制御則の導出

3・1 リミットサイクルの発生則

次式の非負関数で与えられる振子の力学的エネルギー和を考える。

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_1l_{c1}^2\dot{\theta}_1^2 + m_1gl_{c1}(1 + \cos\theta_1) \\ &= \frac{1}{2}(j_2 + j_4)\dot{\theta}_1^2 + j_5(1 + \cos\theta_1) \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 式の V がある値より大きくて一定であれば、リミットサイクルが発生されていると考えられる。したがってまず、振子のエネルギーを一定に保存するために、 $\dot{V} = 0$ を達成する外力 τ_0 を導出する。(3) 式の (2) 式の軌道に沿った時間微分を考える。

$$\begin{aligned} \dot{V} &= (j_2 + j_4)\dot{\theta}_1\ddot{\theta}_1 - j_5\sin\theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \\ &= \frac{1}{\det M(\theta)} \left[2j_2j_3(j_2 + j_4)\sin\theta_1\cos^2\theta_1 \cdot \dot{\theta}_0\dot{\theta}_1^2 \right. \\ &\quad - j_3^2(j_2 + j_4)\sin\theta_1\cos\theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^3 \\ &\quad + j_2(j_2 + j_4)(j_1 + j_2\sin^2\theta_1)\sin\theta_1\cos\theta_1 \cdot \dot{\theta}_0^2\dot{\theta}_1 \\ &\quad + j_5j_3^2\cos^2\theta_1\sin\theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \\ &\quad \left. - j_3(j_2 + j_4)\cos\theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \tau_0 \right] \end{aligned} \quad (4)$$

これより、 $\dot{V} = 0$ となる外力 τ_0 は次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} \tau_0 &= 2j_2\sin\theta_1\cos\theta_1 \cdot \dot{\theta}_0\dot{\theta}_1 - j_3\sin\theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \\ &\quad + \frac{j_2(j_1 + j_2\sin^2\theta_1)}{j_3}\sin\theta_1 \cdot \dot{\theta}_0^2 \\ &\quad + \frac{j_3j_5}{j_2 + j_4}\sin\theta_1\cos\theta_1 \end{aligned} \quad (5)$$

(5) 式をリミットサイクルを発生させる制御則と呼び、新たに τ_{0n} と記す。

3・2 リミットサイクルの安定化制御則

実システムでは、振子の粘性摩擦や空気抵抗などの非保存力が生じるため、(5) 式の入力ではリミットサイクルを実現できない。そこで、振子が保存すべき目標となる力学的エネルギー和を設定し、実際の振子の力学的エネルギー和が常にこれに一致するような制御を行い、発生したリミットサイクルを安定化することを考える。このため、リミットサイクルを発生させる制御則 τ_{0n} に、リミットサイクルを安定化する制御則を τ_{0c} として加え、

$$\tau_0 = \tau_{0n} + \tau_{0c} \quad (6)$$

とする。以降では τ_{0c} を設計する。

リミットサイクルが発生されているときに振子が保存すべき目標となる振子のエネルギー和を次式により

定める。

$$V_{ref} = \frac{1}{2}(j_2 + j_4)\dot{\theta}_{1ref}^2 + j_5(1 + \cos 0) \quad (7)$$

ここで、 $\dot{\theta}_{1ref}$ は振子が倒立点を通過するときの目標角速度である。

(3) 式で与えられる振子のエネルギー和と (7) 式の目標エネルギー和との誤差を次式により定める。

$$e_V = V - V_{ref} \quad (8)$$

$\dot{e}_V = \dot{V}$ であることに注意し、(6) 式を (4) 式に代入すると次式が得られる。

$$\dot{e}_V = -\frac{j_3(j_2 + j_4)}{\det M(\theta)} \cos\theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \tau_{0c} \quad (9)$$

ここで、 τ_{0c} を

$$\tau_{0c} = \alpha(t)e_V \frac{\det M(\theta)}{j_3(j_2 + j_4)} \cos\theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \quad (10)$$

のように選ぶと、(9) 式は次のようになる。

$$\dot{e}_V = -\alpha(t)e_V \cos^2\theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \quad (11)$$

ここに、 $\alpha(t)$ は調節可能なゲインであり、 $0 < k_1 \leq \alpha(t) \leq k_2$ を満たすと仮定する。 k_1, k_2 は任意の正定数である。

(11) 式を非線形時変誤差システムと考えて、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_V(t) = 0 \quad (12)$$

を達成する調節ゲインを導出する。本論文では、(12) 式が達成されるとき、リミットサイクルは安定であると呼ぶ。

次の時変のリアプノフ関数を考える。

$$W(t) = \frac{1}{2}\alpha(t)e_V^2(t) \quad (13)$$

$\alpha(t)$ の仮定より、

$$\frac{1}{2}k_1e_V^2(t) \leq W(t) \leq \frac{1}{2}k_2e_V^2(t) \quad (14)$$

が成立する。

(13) 式の誤差システム (11) の軌道に沿った時間微分を考えると、

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \frac{1}{2}\dot{\alpha}(t)e_V^2 + \alpha(t)e_V\dot{e}_V \\ &= \frac{1}{2}\dot{\alpha}(t)e_V^2 - \alpha^2(t)e_V^2 \cos^2\theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、ある定数 $\sigma > 0$ に対して、

$$\frac{1}{2}\dot{\alpha}(t) = -\sigma \quad (16)$$

が成立すれば、(15) 式より

$$\dot{W} \leq -\sigma e_V^2 \quad (17)$$

となる。以上より、調節ゲイン $\alpha(t)$ を以下のように決定する。

$$\alpha(t) = -2\sigma t + k_2, \quad \forall 0 \leq t \leq \frac{k_2 - k_1}{2\sigma} \quad (18)$$

(14) 式および(17) 式より、誤差システム(11) は指数安定である。しかしながら、仮定を満たす $\alpha(t)$ は $0 \leq t \leq \frac{k_2 - k_1}{2\sigma}$ でしか定義されていない。切片 k_2 を大きく、また、勾配 σ を小さく選ぶことによって時間領域を長くすることはできるが、有限時間に過ぎない。このため、(18) 式のような連続な単調減少のゲインを用いている限り永久的なリミットサイクルを実現することはできない。

そこで、実システムに対する制御入力として、リミットサイクルは周期的運動の繰り返しであり、リミットサイクルの一周期は有限時間であることから、各周期毎に上記の安定化制御則を用いて一回転を安定化し、一回転後にはまたゲインを初期値に戻し、安定な回転を継続することにより、リミットサイクルを実現することを考える。この考え方に基づいて、調節ゲインを一般化して以下のように定める。

$$\alpha(t) = \begin{cases} k_2, & \forall t = nT_0 \\ -2\sigma(t - nT_0) + k_2, & \forall nT_0 < t < (n+1)T_0 \end{cases} \quad (19)$$

ここに、 n は正の整数、 T_0 はリミットサイクルの周期である。

注1) (19) 式の不連続なゲインを用いた場合の全体のリミットサイクルを通しての安定性($e_V \rightarrow 0$)は、数学的に証明できていない。しかしながら、各回転毎の安定性は保証されており、(14) 式および(17) 式から軌道 $e_V(t)$ は、 $|e_V(t)| \leq \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} |e_V(0)| e^{-\frac{\sigma}{k_2} t}$ を満足するので、各回転における目標値への収束性は σ と k_2 により調整することができる。

3・3 実験例(1) 本節で導出したリミットサイクルの安定化制御則を用いて制御実験を行った。制御パラメータは、 $\dot{\theta}_{1ref} = 1.5$ [rad/s], $k_1 = 5.0$, $k_2 = 10.0$, $\sigma = 1.0$ とした。実験結果を図2に示す。

図2において、 θ_1 のグラフは θ_1 が 360 [degree]に達した時点で $\theta_1 = 0$ [degree]にリセットして表示してある。この図からわかるように、はじめのうち振子は数回転しているが、その後リミットサイクルは安定化されていない。これは、リミットサイクルの安定化制御則を

--- : Desired angular velocity

Fig. 2 Experimental Results (1)

導出する際に、システムのモデルに粘性摩擦などの非保存力項や、パラメータ誤差などによるモデル化誤差を考慮していなかったため、実システムに存在する摩擦やモデル化誤差の影響を補償できなかったためであると考えられる。

これより、実システムにおいてリミットサイクルを実現するためには、システムモデルに粘性摩擦およびモデル化誤差を記述し、これらの影響を考慮して制御則を導出する必要があると考えられる。そこで、次節では倒立振子システムのモデルに改めて粘性摩擦とモデル化誤差を表現し、これらを外乱として考慮して、 L_2 ゲインによる外乱抑制を行う、外乱抑制型リミットサイクル安定化制御則を導出する。

4. 制御則のロバスト化

4・1 外乱抑制型リミットサイクル安定化制御則 粘性摩擦およびパラメータ誤差によるモデル化誤差を考慮すると、(2) 式の振子のダイナミクスは次のように表される。

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{1}{\det M(\theta)} \left[2j_2 j_3 \sin \theta_1 \cos^2 \theta_1 \cdot \dot{\theta}_0 \dot{\theta}_1 - j_3^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 + j_2(j_1 + j_2 \sin^2 \theta_1) \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_0^2 + j_5(j_1 + j_2 \sin^2 \theta_1) \sin \theta_1 + d_0 j_3 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_0 - d_1(j_1 + j_2 \sin^2 \theta_1) \cdot \dot{\theta}_1 + \Delta - j_3 \cos \theta_1 \cdot \tau_0 \right] \quad (20)$$

ただし、 d_0, d_1 はそれぞれ台軸および振子の粘性摩擦係数、 Δ はモデル化誤差を表す。

今度は、(6)式における τ_{0c} を外乱抑制型リミットサイクル安定化制御則 τ_{0d} に置き換え、以降では τ_{0d} を設計する。

(3)式の(20)式の軌道に沿った時間微分を考え、(6)式をこれに代入すると次式が得られる。

$$\dot{e}_V = -\frac{j_3(j_2 + j_4)}{\det M(\theta)} \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \tau_{0d} + w \quad (21)$$

ここで、 w は次式で示される外乱である。

$$w = \frac{1}{\det M(\theta)} \left[d_0 j_3(j_2 + j_4) \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_0 \cdot \dot{\theta}_1 - d_1(j_1 + j_2 \sin^2 \theta_1)(j_2 + j_4) \cdot \dot{\theta}_1^2 + \Delta(j_2 + j_4) \cdot \dot{\theta}_1 \right] \quad (22)$$

(21)式の非線形時変誤差システムに対して、以下の2つの設計仕様を同時に満たす安定化制御則を導出する。

(1) リミットサイクルの安定性

$w = 0$ のとき、 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_V(t) = 0$ が成り立つという意味でリミットサイクルは安定である。

(2) L_2 ゲイン外乱抑制

初期条件 $e_V(0) = 0$ のもとで、次の不等式が成立する。

$$\|z\|_T \leq \gamma \|w\|_T, \quad \forall T \geq 0, w \in L_2(0, T) \quad (23)$$

ここで、 $\|\cdot\|_T = \left\{ \int_0^T \|\cdot\|^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}}$ 、 $L_2(0, T)$ は $\|\cdot\|_T$ ノルムが有界な関数からなる空間、 z は追従性能を評価するために次式で定義された評価量である。

$$z = c_1 e_V \quad (24)$$

c_1 は誤差にかかる重み係数、 γ は外乱抑制レベルを指定する正定数である。

前節と同様に、(13)式の誤差システム(21)の軌道に沿った時間微分を考えると次式を得る。ただし、 $\alpha(t)$ は(18)式を満たすものとする。

$$\dot{W} = \frac{1}{2} \dot{\alpha}(t) e_V^2 + \alpha(t) e_V \left(-\frac{j_3(j_2 + j_4)}{\det M(\theta)} \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \tau_{0d} \right) + e_V w' \quad (25)$$

ここで、 $w' = \alpha(t)w$ とおいた。

さらに、(25)式の右辺に $\gamma^2 \|w'\|^2$ と $\|z\|^2$ を足して引き、平方完成すると次式のようにになる。

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \frac{1}{2} \dot{\alpha} e_V^2 - \alpha e_V \frac{j_3(j_2 + j_4)}{\det M(\theta)} \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \tau_{0d} + \frac{1}{4\gamma^2} e_V^2 \\ &\quad - \left(\frac{1}{2\gamma} e_V + \gamma w' \right)^2 + c_1^2 e_V^2 + \gamma^2 \|w'\|^2 - \|z\|^2 \\ &\leq -\alpha e_V \frac{j_3(j_2 + j_4)}{\det M(\theta)} \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \tau_{0d} + \left(\frac{1}{4\gamma^2} + c_1^2 \right) e_V^2 \\ &\quad - \sigma e_V^2 + \gamma^2 \|w'\|^2 - \|z\|^2 \end{aligned} \quad (26)$$

ここで、調節ゲイン $\alpha(t)$ の勾配 σ に以下の条件を設ける。

$$\sigma > \frac{1}{4\gamma^2} + c_1^2 \quad (27)$$

こうして、 τ_{0d} を

$$\tau_{0d} = \alpha(t) e_V \frac{\det M(\theta)}{j_3(j_2 + j_4)} \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 \quad (28)$$

のように選ぶと、最終的に次式が得られる。

$$\dot{W} \leq -\alpha^2 e_V^2 \cos^2 \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 + \gamma^2 \|w'\|^2 - \|z\|^2 \quad (29)$$

(1) 安定性について

(29)式において $w = 0$ とすると、3.2節と全く同様な結果を得ることができる。

(2) L_2 ゲインについて

任意の $T \geq 0$ に対して、初期条件 $e_V(0) = 0$ のもとで(29)式を0から T まで積分すると時式を得る。

$$0 \leq W(T) \leq \gamma^2 \int_0^T \|w'\|^2 d\tau - \int_0^T \|z\|^2 d\tau \quad \forall w' \in L_2(0, T) \quad (30)$$

これは、 $\|z\|_T \leq \gamma \|w'\|_T$ 、 $\forall w' \in L_2(0, T)$ を意味している。

注2) (28)式の τ_{0d} は、3.2節で導出したリミットサイクルの安定化制御則 τ_{0c} と全く同じ形の制御入力となっているが、(28)式では条件(27)式より、指定されたレベルの外乱抑制仕様を満たすようゲイン $\alpha(t)$ が選ばれる。これは、 γ の値を小さくする、すなわち外乱抑制条件を厳しくすると、 $\alpha(t) > 0$ を満たすよう k_2 の値も大きくしなければならないため、制御入力のゲインも大きくなるという理になった入力となっている。

しかしながら、本節でも制御側は(18)式で与えられる調節ゲインに基づいて導出している。したがって、実システムに対する制御入力としては、3.2節同様、各回転毎に上記の外乱抑制型安定化制御則を用いて、外乱抑制型安定化された回転を継続することにより、リミットサイクルの実現を考える。すなわち、(19)式の形式の調節ゲインを用いる。

4・2 実験例(2) 提案した外乱抑制型リミット

サイクル安定化制御則の有効性を確認するために、制御実験を行った。重み係数 c_1 、および外乱抑制レベル γ はそれぞれ、 $c_1 = 5.0$ 、 $\gamma = 0.1$ とした。これに伴い制御パラメータは、条件(27)式を満たすよう $k_1 = 10.0$ 、 $k_2 = 125.0$ 、 $\sigma = 60.0$ とした。また、 $\dot{\theta}_{1ref}$ は3.3節と同じ $\dot{\theta}_{1ref} = 1.5$ [rad/s]とした。3.3節の制御パラメータ

Fig. 3 Experimental Results (2)

ではこのレベルの外乱抑制仕様が満足していない。実験結果を図3に示す。

図3からわかるように、リミットサイクルは安定に実現されているといえる。さらに、 θ_1 のグラフより、振子が倒立点を通過するときの角速度が、目標角速度に一致していることがわかる。以上の結果から、本論文で提案した外乱抑制型リミットサイクル安定化制御則により実機においてリミットサイクルを発生させ、安定化することができた。

5. 結論

本論文では、回転型倒立振子システムにおいて、振子が一方向に周期的に回転するリミットサイクル発生メカニズムを解析し、エネルギー保存則に基づいてリミットサイクルを発生させる制御則を導出し、閉ループ系の安定性だけでなく、 L_2 ゲイン外乱抑制性能をも保証するリアプノフ関数を構築して、粘性摩擦やモデル化誤差の影響を抑制して発生したリミットサイクルを安定化する制御則を提案した。また、実システムへの応用においては、提案した手法を振子の各回転毎の安定化に適用し、制御実験により外乱抑制型リミットサイクル安定化制御則の有効性を検証することができた。これより、実システムに対して倒立振子のリミットサイクルを実現するためのコントローラの一設計法を確立したといえる。

参考文献

- [1] 石井 千春・申 鉄龍・田村 捷利, 非線形ロバスト H_∞ 制御による回転型倒立振子の振り上げ安定化

制御, 日本機械学会論文集, 62-599 C編, (1996), 150-157

- [2] 川田 昌克・島津 尚充・井上 和夫, 倒立振子システムの非線形 H_∞ 状態フィードバック制御, 計測自動制御学会論文集, 35-2, (1999), 294-296

- [3] 小林 正人・田村 捷利, ある種の1入力2出力機械システムの非線形制御と重心移動型倒立振子への応用, 計測自動制御学会論文集, 26-12, (1990), 1384-1391

- [4] 岩代 雅文, 二重倒立振子のリミットサイクルの安定化制御, 平成5年度 東京工業大学 工学部 制御システム工学科 卒業論文 (1994)

- [5] Yamakita, M., Iwashiro, M., Sugahara, Y. and Furuta, K., *Robust Swing Up Control of Double Pendulum*, Proc. of the American Control Conf. (1995), 290-295