磁界中で形成される磁性粒子チェーンの静力学特性*

中山 信行^{*1}, 川本 広行^{*1}
山口 誠^{*2}, Wiphut JANJOMSUK^{*2}

Statics of Magnetic Bead Chain in Magnetic Field

Nobuyuki NAKAYAMA^{*3}, Hiroyuki KAWAMOTO,
Makoto YAMAGUCHI and Wiphut JANJOMSUK^{*3} Department of Mechanical Engineering, Waseda University,
3-4-1 Okubo, Shinjuku-ku, Tokyo, 169-8555 Japan

Experimental, numerical, and theoretical investigations have been carried out on statics of magnetic bead chain in magnetic field. Chains formed on a solenoid coil were observed and chain lengths and slant angles were measured. It was clarified that the chain length depends on both the density of magnetic particles and the magnetic flux density. It was also clarified that chains have inclinations in the inclined magnetic field and that the inclination of a chain is enlarged by the gravitational force. These configurations of chains are determined to minimize the total potential energy that consists of the gravitational and magnetic potential energy. These characteristics were also confirmed by the numerical calculation with the Distinct Element Method.

Key Words: Information Processing Equipment, Electromagnetic Measurement, Numerical Analysis, Laser Printer, Magnetic Brush Development, Electrophotography, Distinct Element Method

1. はじめに

レーザプリンタなどに利用される二成分磁気ブラシ現像では、図1に示すように磁性粒子であるキャリア（粒径 50~100 μm 程度）に、静電力によって非磁性トナー（粒径 5~10 μm 程度）を一定の割合で付着させ、このキャリアをマグネットローラ（多極磁石、固定）が作る磁界によってスリーブ（非磁性、回転）上に付着させてトナーの輸送を行う⁽¹⁾。磁性粒子であるキャリアは、それ自身が磁界中で磁化することにより相互に磁気的作用を及ぼす。その結果、キャリアは例えば図2のようなチェーン状の粒子クラスタを形成する。このチェーンの先端が感光体表面を掃くように接触することで、チェーンに付着して輸送されたトナー粒子が感光体上に供給され、画像が形成される。このような現像システムにおいて、合理的な高画質化設計を行うためには、チェーンとマグネットローラやキャリアなどの設計パラメータの関係を精度よく把握する必要がある。例えば、チェーンが現像ギャップに対して十分な大きさと適度な剛性を有することが、現像濃

Fig. 1 Magnetic brush development system in a laser printer.

Fig. 2 Chains of magnetic particles.

度の確保や画像欠陥の回避のために重要と考えられる。

このような観点で、磁性粒子間相互作用とチェーンの基礎特性に関する実験的、理論的検討⁽²⁾⁽³⁾、また個別要素法⁽⁴⁾を用いた数値解析による現像時の粒子挙動の調査^{(5)~(7)}、などが報告されている。しかし、チェーンそのものの力学的特性と各種要因の影響、およびそ

* 原稿受付 2001年3月2日。

^{*1} 正員、早稲田大学理工学部(☎ 169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1)。^{*2} 早稲田大学理工学部。

E-mail: 600a5026@mn.waseda.ac.jp

のメカニズムについてはまだ検討が十分でない。また連続体に比較して数値的な取り扱いが難しい粉体の挙動を、数値解析でどの程度再現できるかについても把握しておくことが重要と考えられる。

そこで本研究では、二成分磁気ブラシ現象を特徴づけるチェーン形成に関し、その静力学的特性とチェーン形成メカニズムを明らかにすることを目的として、磁界発生源としてマグネットローラの代わりにソレノイドコイルを使用した実験と個別要素法に基づく数値シミュレーションによる調査を行った。さらに、チェーンの静的安定状態が系のエネルギーを最小化するように決定している、との仮説のもとに結果の説明を試みた。

2. 実験

2.1 実験装置

実験装置の概要を図 3 に示す。ソレノイドコイルを使用して磁界を形成し、コイル上部に配置した磁性粒子（直径 10 mm の円筒内に充填した後、円筒を除去）のチェーン形成をデジタルマイクロスコプ（キーエンス社製、VH-7000）で観測した。図 2 に示したようなチェーンの観測写真を画像処理し、チェーンの長さを計測した。また図 2 で分かるように、コイル上のチェーンはコイル中央部では垂直であるが、半径方向に偏心した位置では傾斜している。そこで、チェーンの傾斜角についても計測を行った。なおチェーン形成時には、形状をより均一化させるためコイルに微小な振動を与えた。

実験に用いた磁性粒子（戸田工業社製）は、マグネタイト粉を分散させたフェノール樹脂を重合法で球形に造粒したものである。平均粒径は 18~107 μm の間で数種があり、比重は 3.55、比透磁率は 4.34 である。平均粒径 88 μm の磁性粒子の拡大写真を図 4 に示す。実験では、直径 10 mm の円筒内に配置する粒子重量を 0.01~0.05 g の間で 0.01 g きざみで変化させて計測を行った。

Fig. 3 Experimental set-up.

Fig. 4 Photograph of magnetic particles. (88 μm)

(a) Coil current 1 A, 0.01 g

(b) Coil current 3 A, 0.01 g

(c) Coil current 3 A, 0.02 g

Fig. 5 Observed chain profile. (88 μm diameter particles)

コイル中央における垂直方向磁束密度 B' は、実測と数値解析とから $B'(z) = B_0(1 - cz)$ と近似できる。ただし、 z はコイル上垂直方向の位置、 B_0 は最大磁束密度、 $c (= 66.87)$ は定数である。 B_0 はコイル電流に比例し、比例定数は 0.006156 T/A である。

2.2 実験結果

2.2.1 チェーン長さ 形成したチェーンの観測例を図 5 に示す。平均粒径 88 μm の粒子を使用し、粒子重量とコイル電流を変えて観測した結果である。

(a) に示すコイル電流 1 A の場合にはチェーンの形成は明確でないが、(b) に示した 3 A の場合には細長いツリー状に成長したチェーンが多数観測される。さらに (c) のように粒子重量を増加させると個々のチェーンがさらに太く、長く成長する。また、場所に

よってチェーンの長さに差異が見られる。

図 6 にコイル電流 (磁束密度) をパラメータとしたチェーン長さ計測例を示す (平均粒径 $55\ \mu\text{m}$, 粒子重量 $0.03\ \text{g}$)。横軸はコイル上の半径方向の位置である。シンボルで示したチェーン長さは大きくばらついているが、二次回帰した各曲線を比較すると、コイル電流値が大きいほど、またコイル中央ほどチェーンが長くなる傾向が明確である。これらはいずれもチェーン長さの磁界強度依存性を示しているものと考えられる。

Fig. 6 Measured chain length at various coil current.

Fig. 7 Relation between chain length and particle weight.

Fig. 8 Relation between chain angle and radial coordinate.

図 6 に示したような回帰曲線から求めたコイル中央におけるチェーン長さとの粒子重量の関係を図 7 に示す。図のとおり、チェーン長さは粒子重量、磁束密度増加に伴って増大する。また、粒子重量や磁束密度が増加した場合、チェーン長さが飽和する傾向にあることが確認できる。

2.2.2 チェーン傾斜角 チェーン傾斜角の計測結果を、有限要素解析によって求めた磁束密度の傾斜角と比較して図 8 に示す。図で、シンボルがチェーンの傾斜角を表しており、実線は回帰直線である。破線は磁束密度の傾斜角の計算値である。チェーン、磁束密度ともその傾斜角は半径方向座標にほぼ比例して増加するが、チェーンの傾斜角は磁束密度の傾斜角より 40 % 程度大きいことが分かる。これは磁束密度の方向に傾斜したチェーンに対して、重力が作用することによって傾斜角が増大した結果と考えられる。

3. 数値シミュレーション

3.1 個別要素解析アルゴリズム 実験に対応させて二次元個別要素法⁽⁴⁾による数値シミュレーションを行った。二次元の個別要素法では、個々の粒子に対する 3 自由度 (並進 2 成分, 回転 1 成分) の運動方程式を陽的に解いていくことで粒子群の挙動を求める。作用する外力として、機械的相互作用力、磁気相互作用力、重力、ストークスの公式に基づく空気抵抗力を考慮した。法線方向の機械的相互作用力 f_n は Hertz 接触公式をもとに算定し、接線方向の機械的相互作用力は、 f_n に一定値 (ここでは、縦弾性係数とせん断弾性係数比として 0.25 を仮定⁽⁸⁾) を乗じた値とした。また、粘性係数は振動の臨界減衰条件から決定した。ファンデルワールス力や静電的な付着力の影響は小さいものとして無視し、転がり摩擦抵抗もゼロとした。

3.2 磁気相互作用 チェーン形成現象の主役となる磁気相互作用力に関しては、次のような手順で算定した⁽²⁾。まず、粒子中心に無限小の磁気双極子が存在するものと仮定し、この磁気双極子に作用する力が粒子に作用するものとする。粒子 j のもつ磁気双極子モーメント m_j の受ける力 F_j および回転モーメント M_j は次式で表される。

$$\begin{aligned} F_j &= (m_j \cdot \nabla) B_j \\ M_j &= m_j \times B_j \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、粒子 j の位置における磁束密度 B_j および磁気双極子モーメント m_j は、それぞれ以下で表される。

$$\mathbf{B}_j = \mathbf{B}_j' + \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^N \mathbf{B}_{kj} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\mathbf{m}_j = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{\mu - 1}{\mu + 2} \frac{a_j^3}{8} \mathbf{B}_j \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 N は粒子数、 μ_0 は真空の透磁率、 μ は粒子の比透磁率、 a_j は直径である。式 (2) 右辺第一項は 2・1 節で述べたコイルにより生成される外部磁場である。第二項の $\mathbf{B}_{kj}$ は粒子 j の位置 (位置ベクトル $\mathbf{r}_j$) において、粒子 k (位置ベクトル $\mathbf{r}_k$) の磁気双極子により生成される磁束密度であり、式 (4) で求められる。

$$\mathbf{B}_{kj} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3\mathbf{m}_k \cdot \mathbf{r}_{kj}}{|\mathbf{r}_{kj}|^5} \mathbf{r}_{kj} - \frac{\mathbf{m}_k}{|\mathbf{r}_{kj}|^3} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\mathbf{r}_{kj}$ は粒子 k から粒子 j に向かう位置ベクトルである。式 (2) ~ (4) を連立させて解き、結果を式 (1) に代入することで、磁気相互作用力が決定する。

一方、粒子の挙動と系のポテンシャルエネルギーの関係を調査するため、エネルギーも評価した。ポテンシャルエネルギーは、式 (5) で与えられる磁気エネルギー U_m と位置エネルギー U_k の和として考える。

$$U_m = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \mathbf{m}_j \cdot \mathbf{B}_j' \quad \dots\dots\dots (5)$$

3・3 シミュレーション方法 数値シミュレーションでは、幅 5 mm の領域を想定し、平均粒径 88 μm 、体積密度 3550 kg/m^3 、比透磁率 4.34 の磁性粒子を所定個数配置して計算を行った。粒子数は、実験で用いた粒子重量と体積密度から換算して決定した。幅 5 mm の二次元解析領域に対し、平均粒径 88 μm の磁性粒子 0.01 g に相当する粒子数は約 45 個となる。粒径は標準偏差が 10 % の正規分布をなすものとしてばらつきを持たせ、個々の質量も半径に対応させてそれぞれ異なる値に設定した。機械的材料特性としては、粒子のヤング率は 10 GPa とし、解析領域周囲は全て固定壁としてこれらのヤング率は 100 GPa とした。ポアソン比はいずれも 0.3、すべり摩擦係数は 0.2 を仮定した。

粒子の初期状態として、粒子を解析領域中にランダムに配置した状態を想定した。実験時の初期状態とは異なるが、実験で与えた加振を直接的に表現するのが計算時間の観点から現実的でないため、ランダム配置を仮定することでその影響を考慮した。図 9 がこの初期状態の例を示しており、幅 5 mm、高さ 8 mm の解析領域内 (図では高さ方向約 5 mm の領域のみを表示) に 225 個 (粒子重量 0.05 g 相当) の粒子をランダムに配置している。

Fig. 9 Initial particle arrangement.

(a) $t = 10 \text{ ms}$

(b) $t = 20 \text{ ms}$

(c) $t = 30 \text{ ms}$

(d) $t = 40 \text{ ms}$

(e) $t = 50 \text{ ms}$

Fig. 10 Time variation of chain profile.

Fig. 11 Time variation of average energy.

Fig. 12 Calculated relations between chain length and number of particles.

3.4 シミュレーション結果 図 9 の状態から時間増分を 100 ns として 50 ms 間の粒子挙動を追跡した結果を図 10 に示す。作用させた外部磁場はコイル電流 3 A 相当の磁場で、最大磁束密度 B_0 は 0.018468 T である。粒子の濃度は作用している力の大きさに対応しており、淡色部で小さい。

図 10 に示したチェーン形成過程では、まず離散した粒子が直列したクラスタを形成しながら落下し、下壁に衝突してチェーンとなる状況が示されている [図 10 (a) ~ (b)]。さらに、後から落下してきた粒子やクラスタがこのチェーンに合体してチェーンが成長する [図 10 (c) ~ (e)]。このクラスタやチェーンの形成に伴って、粒子個々に作用する力が増大していることも確認できる。最終的に解析領域全域でツリー状のチェーンが多数形成され、図 2 もしくは図 5 に示した観察写真と類似した状態が得られている。

次に図 10 のチェーン形成過程におけるエネルギーの時間変化を図 11 に示す。全エネルギーと磁気エネルギー、位置エネルギーを、それぞれ黒丸印、白三角印、白四角印で示した。図の縦軸は粒子 1 個当たりの平均エネルギーであり、左軸が全エネルギーと磁気エネルギーに対応し、

右軸が位置エネルギーに対応する。自由落下とチェーン形成に伴い、位置エネルギー、磁気エネルギーともに単調に減少し 30 ms 程度で安定する。この結果は、前述のチェーン形成がエネルギー最小化の原理に則するという仮説と矛盾しない。

3.5 粒子数および磁束密度の影響 粒子数と最大磁束密度を変えてチェーン形成過程の解析を行い、50 ms 後のチェーン長さの最大値を調べた。結果は図 12 のとおりであり、粒子数増加、磁束密度増加に伴ってチェーン長さが増大する傾向が確認された。またこの結果では、図 7 に示した実験結果で見られる定性的特徴も良好に再現されている。

一方、定量的には実験結果からの乖離が大きい。図 7 に示したチェーン長さ 1.0~3.5 mm に対し、図 12 ではおよそ 1/3 以下の値となっている。差異の原因としては、二次元解析であること、形成中のチェーンが後から落下してきたクラスタの衝突によって破壊されること、実験時にはコイル中央部に粒子が集合する傾向があり、中央部でチェーン形成に寄与している粒子数は解析で仮定した粒子数よりかなり多いこと、転がり摩擦抵抗をゼロとしているためチェーン先端に付着した粒子が崩落しやすいこと、などが考えられる。

4. 理論的考察

4.1 チェーン長さの検討

4.1.1 チェーン長さとエネルギーの関係 チェーンの静的安定状態はポテンシャルエネルギー最小化の原理に則って決定されているとの仮説のもと、図 13 (a) のように粒子が垂直方向に一直列に連結したチェーン構成を想定してそのエネルギーとチェーン長さの関係を調べた。なお、図 13 (b) は後述する傾斜したチェーンの状態を表している。

Fig. 13 Schematic diagram of straight and inclined chain.

Fig. 14 Calculated relations between potential energy and chain length.

コイル電流（磁束密度）を変えて計算したチェーン長さとエネルギーの関係は図 14 のとおりである。3 章で述べた数値解析と同様に、粒径 $88\ \mu\text{m}$ 、体積密度 $3550\ \text{kg/m}^3$ 、比透磁率 4.34 の磁性粒子を想定し、それぞれのコイル電流に相当する外部磁場を与えた。ただし、粒径などの特性は均一なものとした。なお、後述するように粒子が無制限に供給される状態にあるか、もしくは一定値であるかとの前提条件の違いについて考察するため、粒子全体のエネルギーの総和である全エネルギーと、個々の粒子の平均エネルギーとの双方について算出した。

図 14 に示される各曲線のとおりに、いずれのコイル電流においてもエネルギーを最小にする最も安定なチェーン長さが存在する。この最安定チェーン長さは、コイル電流増加とともに増加していることが分かる。また、全エネルギーで評価した場合と、平均エネルギーで評価した場合とで最安定チェーン長さはかなり異なっている。

4.1.2 最安定チェーン長さ 図 14 の結果から、それぞれのコイル電流値における最も安定なチェーン長さを求め、実験および数値シミュレーション結果と合わせてプロットした。結果は図 15 のとおりである。

Fig. 15 Comparison of calculated chain length with experimental results. ($88\ \mu\text{m}$ diameter particle)

Fig. 16 Comparison of calculated chain length with experimental results. ($18\ \mu\text{m}$ diameter particle)

図中シンボルが実験結果で、粒子重量の異なる 5 種類の結果をプロットした。実線および破線は、図 14 に示した結果から求めた最安定チェーン長さの理論値であり、実線は全エネルギーを最小化するチェーン長さ l_1 、破線は平均エネルギーを最小化するチェーン長さ l_a に対応する。一点鎖線は、図 12 に示した数値シミュレーション結果を表しており、粒子数 225 個に対する結果をプロットした。なお、比較のため、粒径 $18\ \mu\text{m}$ の粒子に関する同様の結果を図 16 に示す。

図 15 から、安定なチェーン長さがコイル電流増加に伴って増加し次第に飽和すること、実験結果は粒子数が少ない場合には l_a に近い値を示し、粒子数が増加すると l_1 に近い値を示すことが分かる。粒子重量 0.03 g 以上では、実験結果と理論値 l_1 がほぼ対応しており、粒子が十分に供給されている状況では、チェーン長さが概ね全エネルギーを最小化するように決定しているものと判断できる。

コイル電流 2 A までの範囲で理論値が過小評価となっている原因の一つは、理論では非保存力である摩擦力の影響を無視していることによると考えられる。ま

た、コイル電流 2 A 以上の領域で理論値がほぼ線形に増加しているのに対し、実験値が飽和する傾向を示しているのは、全エネルギーの最小化に必要な粒子が十分供給されない状況にあるためと考えられる。

全エネルギーで評価した場合と、平均エネルギーで評価した場合のチェーン長さの違いは以下のように解釈できる。まず、全エネルギーでチェーン長さを決定する場合には、粒子数に制約のないことが前提となる。すなわち、エネルギーを最小化するだけの粒子を無制限に供給できる状況が想定されている。一方、平均エネルギーで評価する場合には、粒子数が一定であることが前提となっている。これは粒子が実質的に有限である少数粒子しか存在しない状況に対応している。

上記の説明から、図 16 の結果について以下のような解釈が可能である。図 16 の実験結果は、図 15 に比べて l_c により近い値を示している。これは、同一重量の粒子を考えた場合に粒径の小さい方が粒子数が多く、全エネルギーを最小化する立場により近くなった結果と解釈できる。

また図 15 では、数値シミュレーション結果が l_c に近い結果を与えているが、これは前述したように、数値シミュレーションで仮定した粒子数が実質的に少ないことを示している。粒子数の制約を無くし、チェーンの成長が飽和するまで計算するような手段を採ることにより、実験結果との定量的対応が改善されるものと考えられる。

4.2 チェーン傾斜角の検討

4.2.1 傾斜チェーンのエネルギー 図 8 に示した実験結果で、チェーン傾斜角が磁束密度の傾斜角より大きく重力の影響が推定された。このチェーンの傾斜状態についても、前節までの議論と同様にポテンシャルエネルギー最小化の観点からの説明が可能と考えられる。そこで、図 13 (b) のように重力方向に対して磁束密度が傾いている状況を想定し、エネルギーが最小となるチェーン傾斜角 θ を求めて実験結果と比較した。

まず、コイル電流 1 A に相当する磁場が作用した状態で、チェーンの全エネルギーと傾斜角 θ の関係を、チェーン長さ（粒子数 N ）をパラメータとして計算した。結果は図 17 のとおりである。これまでの計算と同様に粒径は 88 μm 、比透磁率は 4.36、体積密度は 3550 kg/m^3 とし、磁束密度の傾斜角度 θ_b を 10° とし計算した。ただし、縦軸は $\theta = 0$ のときのエネルギーを基準とした相対エネルギーである。

チェーン長さが短い場合には、エネルギーは極値を持つ。この極値を示すときの角度がエネルギー的に見た最も安定なチェーン傾斜角である。チェーン長さが増大

するに従い、エネルギー変化が大きくなり、極値が存在しなくなる。これは、チェーンが長い場合は重力の影響が大きく、チェーンが傾いた状態を磁気力だけでは保持できない状態に対応しているものと考えられる。現実には、ある磁束密度におけるチェーン長さには上限があるためこのような状態は発生しない。

Fig. 17 Effect of chain length on the relation between potential energy and chain angle.

Fig. 18 Effect of magnetic flux angle on the relation between potential energy and chain angle.

Fig. 19 Comparison of calculated and experimental results of chain angle.

4・2・2 最安定チェーン傾斜角 コイル電流 1 A に相当する磁界下で、垂直な単列チェーンの最安定長さは約 0.8 mm、粒子数にして 9 個の状態である [図 14 (a) および図 15 参照]。この場合に、チェーンの全エネルギーと傾斜角 θ の関係を磁束密度の傾斜角 θ_b をパラメータとして計算した結果を図 18 に示す。 θ_b が小さい場合には、全エネルギーを最小にするチェーン傾斜角が存在する。

図 18 の結果から、それぞれの θ_b における最安定チェーン傾斜角を求め、実験結果と比較してプロットした結果は図 19 のとおりである。シンボルは、図 8 に示した磁束密度の傾斜角と実測したチェーン傾斜角の回帰直線の関係をプロットしなおしたもので、実線が図 18 に示した理論解析結果である。両者は類似した傾向を示しているが、エネルギー最小化の観点から求めた理論解析結果は、実験結果の 1.5 倍以上の傾斜角を与えている。ポテンシャルエネルギーの観点だけでは傾斜角の説明は十分ではないが、現象の一部分を説明しているものと考えられる。差異の原因は、主に摩擦の影響によるものと考えられ、垂直のチェーンの場合に比べ傾斜したチェーンでは摩擦力がより大きく影響しているものと推定される。

5. まとめ

二成分磁気ブラシ現象を特徴づけるチェーン形成に関し、その静力学的特性とメカニズムを明らかにすることを目的として、ソレノイドコイルを利用してチェーン形成を行い、その長さ、傾斜角を計測した。また、磁気相互作用を考慮した個別要素法による数値シミュレーションを行い、粒子の挙動と形成されるチェーンの特性を実験と比較した。さらに、チェーンの静的安定状態について、ポテンシャルエネルギー最小化の原理による説明を試みた。

本研究で得られた知見をまとめると、以下のとおりである。

- (1) 磁界中で形成されるチェーンの長さは磁束密度、粒子数に依存して増加する。
- (2) 上記のチェーン長さの変化は、二次元個別要素法に基づく数値シミュレーションにより定性的に再現可能である。
- (3) 傾斜した磁束密度に対して傾斜したチェーンが形成されるが、その傾斜角は重力の影響により磁束密度の傾斜角より大きくなる。
- (4) 粒子が十分にある状態で、上記チェーン長さ、傾斜角で表されるチェーンの静的安定状態は、

系の全エネルギーを最小化するように決定されるという仮説は、概ね現象を説明する。

本研究で用いた数値シミュレーション手法により、磁界中の磁性粒子の挙動を再現し、プロセスの基礎的な検討を行うことが可能であるが、定量的精度にはまだ課題が残る。さらに、チェーン形成メカニズムを厳密に説明するためには、ポテンシャルエネルギーの観点のみでは不十分である。これらの課題に対して、今後、転がりを含む摩擦特性を正當に評価して、考慮することが必要と考えられる。

謝 辞

本研究に際し、磁性粒子を提供していただいた博多俊之氏（戸田工業株式会社）に謝意を表します。本研究に用いたデジタルマイクロスコープは、文部省私立学校施設整備費、および早稲田大学理工総研の補助によるものである。

文 献

- (1) E. M. Williams, *The Physics and Technology of Xerographic Processes*, Krieger Publishing (1993).
- (2) R. S. Paranjpe and H. G. Elrod, Stability of chains of permeable spherical beads in an applied magnetic field, *J. Appl. Phys.*, **60**-1 (1986), 418-422.
- (3) R. S. Paranjpe and H. G. Elrod, A magnetomechanical model of the magnetic brush, *J. Appl. Phys.*, **63**-6 (1988), 2136-2140.
- (4) P. A. Cundall and O. D. L. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, **29**-1 (1979), 47-65.
- (5) 芝田兆史・ほか 5 名, 磁場との連成を考慮した粉粒体モデリング, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集第 17 巻, (1993), 115.
- (6) 芹澤慎一郎, 電子写真の磁気ブラシ現象における穂立ちの数値シミュレーション, 日本機械学会機械力学・計測制御講演論文集 D&D99, No. 99-7 (I) (1999), A288.
- (7) 久保田哲行・ほか 3 名, 粒子法による 2 成分磁気ブラシ方式における現象剤挙動の数値解析, 日本画像学会 Japan Hardcopy '99 Fall 講演予稿集, (1999), 26.
- (8) 木山英郎・藤村尚, カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, 土木学会論文報告集, 333 (1983), 137.