擬規準座標変換法による回転軸と基礎架台の連成振動解析*

(第1報, 複素固有値解析)

吉田 豊 美^{*1}, 高木 亨 之^{*1}
岡部 明^{*2}, 松下 修 己^{*3}

Coupled Vibration Analysis of Rotor and Foundation Using Quasi-Modal Transformation (1st Report, Complex Eigenvalue Analysis)

Toyomi YOSHIDA^{*4}, Michiyuki TAKAGI,
Akira OKABE and Osami MATSUSHITA

^{*4} Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi, Ltd.,
502 Kandatsu, Tsuchiura-shi, Ibaraki, 300-0013 Japan

For estimating the vibration of rotating shafts like turbine-generator sets, the rotor vibration analysis must include the vibration characteristics of the foundation. In this paper we propose a method of analyzing the vibration of a coupled rotor-foundation system. This is a quasi-modal technique based on the same concept as the well-known modal synthesis method. It provides a reduced model of an actual system using a combination of eigen modes of an inner system restricted at the bearings plus deflection modes created when inputting the load at the boundary points. A rotor system and a foundation system are each reduced using this quasi-modal technique, and the reduced models are then coupled at the bearing boundary points. Through this procedure, we developed computer code for the vibration analysis of the whole system. This code was applied to a simple model consisting of a rotor and a foundation system using several parameters. The calculated results of this coupled system proved the effectiveness of this code.

Key Words: Coupled Vibration, Quasi-Modal Transformation, Rotor Vibration, Foundation

1. 緒 論

タービン発電機や遠心圧縮機などの回転機械では高速・小型・軽量化に伴い、基礎や架台など支持構造系の振動特性が軸系振動特性に大きく影響するようになってきた。このような回転機械の振動特性を高精度に予測するためには、軸系と基礎架台系の連成振動解析が必須となる。タービン発電機などの多軸受・多スパン軸系では、梁要素でメッシュ分割しても数百節点となる上、基礎架台などの構造物と併せると解析データが膨大となる。さらに、回転軸系と基礎架台系との連成を考慮した振動解析を行なうためには、回転機械特有のジャイロ効果および軸受部などの減衰の影響を考慮しなければならず、連成固有振動数を求めるため

には、複素固有値解析が必要になる。そのため、回転軸と構造系を含む回転機械全体の振動解析では、計算機の記憶容量が大きくなり演算速度も速くなった現在でさえ、大次元での複素固有値解析は容易ではない。

このような系の解析は、架台や基礎の剛性を実測や変形解析などからばね定数を求め、軸受油膜ばねと直列結合したモデルで軸系の振動解析するのが一般的である^{(1)~(3)}。また、構造系の大規模振動解析では一般的でないいわゆる部分構造合成法⁽⁴⁾の考えを適用して、軸系の特性マトリックスと構造系の固有ベクトルを合成する連成振動解析法^{(5)~(6)}が報告されている。さらに、部分構造法の考え方に加振試験等の結果を反映させて物理振動モデルを作成する方法も報告されている⁽⁷⁾。

一方、著者らはこれまで、変形モードと拘束モードを用いた擬規準座標変換法(減衰も考慮できることが特徴)にて座標変換し、縮小モデルによる複数の回転軸系の連成複素固有値解析や時刻歴応答解析法を報告し、その有効性を示した^{(8)~(9)}。

* 原稿受付 2001年5月1日。

^{*1} 正員, 日立製作所機械研究所(☎ 300-0013 土浦市神立町502)。

^{*2} 正員, 日立製作所火力・水力事業部(☎ 317-8511 日立市幸町3-1-1)。

^{*3} 正員, 防衛大学校(☎ 239-8686 横須賀市走水1-10-20)。

E-mail: toyomi@merl.hitachi.co.jp

本論文では、この擬規準座標変換法を回転軸系と構造系の連成振動解析に拡張する。回転軸・基礎架台縮小系の定式化と解析手順の概要を述べるとともに、単純モデルを用いて複素固有値計算を行い、一体解析結果との比較を行なうことで、本縮小モデル化法の有効性を示す。

2 おもな記号

$[H_f], [H_b], [H_{cf}], [H_{cb}], [H_{sf}], [H_{sb}]$
: 擬規準座標変換後の行列
 $[G_f], [G_b], [G_{cf}], [G_{cb}], [G_{sf}], [G_{sb}]$
: 擬規準座標変換後の行列

添字 c : 基礎架台を意味する

添字 f, b : f は前向き振動成分, b は後向き振動

成分を意味する

$[M], [M_c], [M_{cf}], [M_{cb}]$: 質量行列

$[C_g]$: ジャイロ作用行列

c_g^* : 境界点での等価なジャイロ作用

$[C_f], [C_b]$: 減衰行列

$c_f^*, c_b^*, c_{cf}^*, c_{cb}^*$: 境界点での等価な減衰係数

$k_f^*, k_b^*, k_{cf}^*, k_{cb}^*$: 境界点での等価なばね定数

$[K_f], [K_b], [K_{cf}], [K_{cb}]$: 剛性行列

$\{s\}, \{s_c\}$: 擬規準座標ベクトル

$\{s\} = \{s_1, s_{2v}, s_{2d}\}^T, \{s_c\} = \{s_{c1}, s_{c2v}, s_{c2d}\}^T$

s_1, s_{c1} : ϕ モードに対する重み値座標

s_{2v} : ξ モードに対する重み値座標 $= \dot{z}_2$

s_{2d}, s_{c2d} : δ モードに対する重み値座標 $= z_2, z_{c2}$

s_{c2v} : s_{c2d} の時間微分

$\{\ddot{z}\}, \{\ddot{z}_c\}, \{\ddot{u}\}$: 加速度ベクトル

$\{\dot{z}\}, \{\dot{z}_c\}$: 速度ベクトル

$\{z\}, \{z_c\}$: 複素変位ベクトル

$= \{z_1, z_2\}^T, \{z_{c1}, z_{c2}\}^T$

z_1, z_{c1} : 内部座標の変位ベクトル

z_2, z_{c2} : 境界座標の変位

$\delta, \delta_c, \delta_f, \delta_b, \delta_{cf}, \delta_{cb}$: 強制変位時の変形モード

ξ, ξ_f, ξ_b : 強制速度時の変形モード

$\Phi_f, \Phi_b, \Phi_{cf}, \Phi_{cb}$: 擬規準座標変換行列

$\phi, \phi_c, \phi_f, \phi_b, \phi_{cf}, \phi_{cb}$: 内部座標系の固有ベクトル

ψ_f, ψ_b : 全体系の固有ベクトル

$*$: $*$ の共役

Ω : 回転速度

$\{F\}, \{F_c\}, \{F_{cz}\}$: 強制力

$= \{F_1, Q_2\}^T, \{F_{c1}, Q_{c2}\}^T, \{F_{cz1}, Q_{cz2}\}^T$

$\{F_s\}, \{F_{ss}\}, \{F_{cs}\}$: 擬規準座標系の強制力

λ, λ_c : 複素固有値 $= \alpha + i\eta$

i : 虚数単位 $= \sqrt{-1}$

Fig.1 Multi-disk multi-bearing rotor-foundation system

3. 回転軸系の運動方程式

図1に示すような多軸受多円板回転軸系と基礎架台系を解析の対象とする。空間固定座標系 $O-XYZ$ からみた回転軸系の変位を、 $O-XY$ を複素平面として変位ベクトルを $\{z\}$ と記す。このとき回転軸系の運動方程式は、軸受の動特性が異方性を持つ場合に次のように表わされる。

$$[M]\ddot{z} + i\Omega[C_g]\dot{z} + [K_f]z + [K_b]z + [C_f]\dot{z} + [C_b]\dot{z} = \{F\} \quad (1)$$

構造系との結合部および動特性が種々変化する軸受部を境界座標(添え字2で表わす)とすると、擬規準座標変換は、すべての境界座標を拘束したときの内部座標系(添え字1で表わす)の固有ベクトル $\{\phi\}$ と、境界を1箇所ずつ開放し、開放した境界を強制変位させたときの変形モード $\{\delta\}$ および境界に強制速度を与えたときの変形モード $\{\xi\}$ とで与えられる。このとき、各モードは前向き成分(添え字 f)と後ろ向き成分(添え字 b)とに分かれ、具体的に次のように定義される。

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ z_1 \\ z_2 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \phi_f \lambda & \delta_f & 0 \\ 0 & I & 0 \\ \phi_b & \xi_b & \delta_b \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_{2v} \\ s_{2d} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\phi}_b \bar{\lambda} & \bar{\delta}_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{\phi}_f & \bar{\xi}_f & \bar{\delta}_f \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{s}_1 \\ \bar{s}_{2v} \\ \bar{s}_{2d} \end{Bmatrix} \\ &= [\Phi_f]\{s\} + [\bar{\Phi}_b]\{\bar{s}\} \end{aligned} \quad (2)$$

ただし、 I は単位行列

また強制変位時の変形問題および強制速度時の変形問題より等価剛性 $\{k_f^*\}, \{k_b^*\}$ および等価減衰定数 $\{c_f^*\}, \{c_b^*\}$ および等価ジャイロ作用 $\{c_g^*\}$ が求まる。

運動方程式(1)を状態方程式に書き改める。

$$\begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{z} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} i\Omega C_g + C_f & K_f \\ K_f & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_b & K_b \\ K_b & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

これに座標変換式(2)を代入し、左から転置系の擬規準座標変換行列 $[\Phi_f]^T$ を掛ける。また、代入した式の共役をとったものに、左から同様に転置系の擬規準座標変換行列 $[\Phi_b]^T$ を掛ける。これら両者を加え合わせると次式となる。

$$[H_f] \{\dot{s}\} + [H_b] \{\dot{s}\} = [G_f] \{s\} + [G_b] \{\bar{s}\} - \{F_s\} \quad (4)$$

ただし

$$[H_f] \equiv \begin{bmatrix} H_{11f} & H_{12f} & 0 \\ H_{21f} & H_{22f} & 0 \\ 0 & 0 & k_f^* \end{bmatrix}, \quad [H_b] \equiv \begin{bmatrix} 0 & H_{12b} & 0 \\ H_{21b} & H_{22b} & 0 \\ 0 & 0 & k_b^* \end{bmatrix}$$

$$[G_f] \equiv \begin{bmatrix} G_{11f} & 0 & 0 \\ 0 & i\Omega c_{gf}^* + c_{gf}^* & k_{gf}^* \\ 0 & k_{gf}^* & 0 \end{bmatrix}, \quad [G_b] \equiv \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{gb}^* & k_{gb}^* \\ 0 & k_{gb}^* & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{F_s\} \equiv \begin{Bmatrix} [\phi_f \lambda]^T F_1 + [\phi_b \lambda]^T \bar{F}_1 \\ \delta_f^T F_1 + \delta_b^T \bar{F}_1 + Q_2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

4. 基礎架台系の運動方程式

基礎架台系を有限要素でモデル化すると運動方程式は一般的に次のように表わされる。

$$[M_c] \{\ddot{u}\} + [K_c] \{u\} = \{f_c\} \quad (5)$$

ここでは、減衰が小さいと考え一旦無視して以下の議論を進めることとし、連成系の定式化の段階で構造系のモード減衰比を設定する。この変位ベクトル $\{u\}$ は X 方向変位 x_c と Y 方向変位 y_c を縦に並べたベクトルである。式(5)を回転軸系と同様に空間固定座標系 O-XYE からみた運動方程式の形で表す。基礎架台系の変位も O-XY を複素平面として変位ベクトル $\{z_c\} = \{x_c\} + i\{y_c\}$ と記す。このとき、運動方程式は次のようになる。

$$[M_{cf}] \{\ddot{z}_c\} + [M_{cb}] \{\ddot{\bar{z}}_c\} + [K_{cf}] \{z_c\} + [K_{cb}] \{\bar{z}_c\} = \{f_{cz}\} \quad (6)$$

回転軸系との結合部となる軸受部を境界座標(添え字 2)とすると、擬規準座標変換は、すべての境界座標を拘束したときの内部座標(添え字 1)系の固有ベクトル $\{\phi_c\}$ と、境界を 1 箇所ずつ開放し、開放した境界を強制変位させたときの変形モード $\{\delta_c\}$ と

で与えられる。各モードを前向き成分(添え字 f)と後ろ向き成分(添え字 b)の表現とすると、具体的に次のように定義される。

$$\begin{Bmatrix} \dot{z}_c \\ z_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{z}_{c1} \\ \dot{z}_{c2} \\ z_{c1} \\ z_{c2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{cf} \lambda_c & \delta_{cf} & 0 \\ 0 & I & 0 \\ \phi_{cb} & 0 & \delta_{cb} \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{c1} \\ s_{c2v} \\ s_{c2d} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\phi}_{cb} \bar{\lambda}_c & \bar{\delta}_{cb} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \bar{\phi}_{cb} & 0 & \bar{\delta}_{cb} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{s}_{c1} \\ \bar{s}_{c2v} \\ \bar{s}_{c2d} \end{Bmatrix}$$

$$= [\Phi_{cf}] \{s_c\} + [\Phi_{cb}] \{\bar{s}_c\} \quad (7)$$

運動方程式(6)を状態方程式に書き改める。

$$\begin{bmatrix} -M_{cf} & 0 \\ 0 & K_{cf} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{z}_c \\ z_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -M_{cb} & 0 \\ 0 & K_{cb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\bar{z}}_c \\ \bar{z}_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K_{cf} \\ K_{cf} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_c \\ \bar{z}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & K_{cb} \\ K_{cb} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{z}_c \\ z_c \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -f_{cz} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

これに座標変換式(7)を代入する。代入した式に、左から転置系の擬モード行列 $[\Phi_{cf}]^T$ を掛ける。また、代入した式の共役をとったものに、左から同様に転置系の擬モード行列 $[\Phi_{cb}]^T$ を掛ける。これら両者を加え合わせると次式となる。

$$[H_{cf}] \{\dot{s}_c\} + [H_{cb}] \{\dot{\bar{s}}_c\} = [G_{cf}] \{s_c\} + [G_{cb}] \{\bar{s}_c\} - \{f_{cs}\} \quad (9)$$

ただし、 $[H_{cf}]$, $\{f_{cs}\}$ は回転軸系と同形

$$[H_{cb}] \equiv \begin{bmatrix} H_{c12b} & H_{c12b} & 0 \\ H_{c22b} & H_{c22b} & 0 \\ 0 & 0 & k_{cb}^* \end{bmatrix}, \quad [G_{cf}] \equiv \begin{bmatrix} G_{c11f} & 0 & 0 \\ 0 & c_{cf}^* & k_{cf}^* \\ 0 & k_{cf}^* & 0 \end{bmatrix}$$

$$[G_{cb}] \equiv \begin{bmatrix} G_{c11b} & 0 & 0 \\ 0 & c_{cb}^* & k_{cb}^* \\ 0 & k_{cb}^* & 0 \end{bmatrix}$$

5. 連成系の運動方程式

微分方程式(9)では、境界座標に関し $z_{c2} = s_{c2d}$ と $\dot{z}_{c2} = s_{c2v}$ が s ベクトルの中に、境界点の反力 Q_{c2} が f_{cs} ベクトルの中にそれぞれそのまゝの形で現れているので、行列の重ねあわせで回転軸系との結合ができる。また次元数は固有ベクトルの数と境界座標の和であるから、連成系の振動解析は相対的に低次元の問題に移っている。よって、擬規準変換後の回転軸系と基礎架台系を結合した状態方程式は、式(10)になる。

$$[H_g] \{\dot{s}\} + [H_{gb}] \{\dot{\bar{s}}\} = [G_g] \{s\} + [G_{gb}] \{\bar{s}\} - \{F_{gs}\} \quad (10)$$

行列構造は図2に示すような形となる。ここで、基礎架台系の等価な減衰定数 c_{cf}^* および c_{cb}^* は定義されていないので値は零である。

境界点の軸受動特性をある値 (k_{2f} , k_{2b} , c_{2f} , c_{2b}) に仮定したときの複素固有値解析を考える。回転軸系の境界点の反力 Q_2 が複素形式で

$$-Q_2 = k_{2f}(z_2 - z_{c2}) + k_{2b}(\bar{z}_2 - \bar{z}_{c2}) + c_{2f}(\dot{z}_2 - \dot{z}_{c2}) + c_{2b}(\dot{\bar{z}}_2 - \dot{\bar{z}}_{c2}) \quad (11)$$

と与えられたとき、基礎架台系の境界点の反力 Q_{c2} も複素形式で

$$-Q_{c2} = k_{2f}(z_{c2} - z_2) + k_{2b}(\bar{z}_{c2} - \bar{z}_2) + c_{2f}(\dot{z}_{c2} - \dot{z}_2) + c_{2b}(\dot{\bar{z}}_{c2} - \dot{\bar{z}}_2) \quad (12)$$

と与えられる。式(11)を式(4)へ、式(12)を式(9)に代入し、 $F_1=0$, $f_{c1}=0$ とする。このとき係数行列の境界座標に対する回転軸系の要素は、

$$\left. \begin{aligned} k_f^* &= k_f^* + k_{2f}, & k_b^* &= k_b^* + k_{2b} \\ c_f^* &= c_f^* + c_{2f}, & c_b^* &= c_b^* + c_{2b} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

となる。また、基礎架台系の要素は

$$\left. \begin{aligned} k_{cf}^* &= k_{cf}^* + k_{2f}, & k_{cb}^* &= k_{cb}^* + k_{2b} \\ c_{cf}^* &= c_{2f}, & c_{cb}^* &= c_{2b} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となる。解ベクトルを

$$s = \psi_f^* e^{i\lambda t} + \bar{\psi}_b^* e^{i\bar{\lambda} t} \quad (15)$$

とおくと次の固有値問題となる。

$$\lambda \begin{bmatrix} H_{sf} & H_{sb} \\ \bar{H}_{sb} & \bar{H}_{sf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_f^* \\ \bar{\psi}_b^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{sf} & G_{sb} \\ \bar{G}_{sb} & \bar{G}_{sf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_f^* \\ \bar{\psi}_b^* \end{bmatrix} \quad (16)$$

この擬規準座標系のベクトル ψ_f^* および $\bar{\psi}_b^*$ を式(15)に代入し、さらに式(2)や式(7)を使って回転軸系および基礎架台系の元の物理座標系での解に変換する。

6. プログラム概要

基礎架台系は、予め構造振動解析プログラムを利用して、拘束モードの固有値解析および変形解析を行っておく。これらの結果をもとに前向きと後ろ向きの振れ回りの表現の擬規準縮小系に変換する。回転軸系は、本プログラムにより基礎架台系と同様の縮小系に変換する。その後、基礎架台系の縮小デ

Fig.2 Structure of quasi-modal equation

Table 1 Program specifications

Rotor System	Element	Beam
	Rotating Inertia	Considered
	Damping	Considered
	Number of Restriction Mode	4
Foundation System	Element	Shell, Solid, Beam
	Rotating Inertia	—
	Damping	Input
	Coordinates of System (for Coupled)	X & Y [Mass, Stiffness]
	Number of Restriction Mode	10
Boundary Condition	Element	Spring & Damping
	Number of Boundary	Not limited

Fig.3 Flow of coupled eigenvalue analysis program

ータを取り込んで回転軸系縮小データと結合し、連成系の複素固有値解析をする。概略仕様を表1に、一連の解析の流れを図3に示す。構造系との連成は水平および垂直方向であり、軸方向は無視している。

7. 数値計算例

本解析法の検証のための計算モデルを図4に示す。回転軸系は直径10mm、長さ300mmの一樣棒とし、軸受位置を等方性ばねで支持したモデルとした。基礎架台系は両端を単純支持した10mm角で長さが300mmの一樣梁モデルとした。回転軸系および基礎架台系は軸方向を32分割している。回転軸系および基礎架台系を結合する点がそれぞれの境界点であり、図中、丸で囲んだ節点番号⑨、⑳の位置となる。回転軸系と基礎架台系はこれらの境界点で線形ばね結合(等方性支持)とした。本計算例では、回転軸系は拘束モード4本+変形モード2本、基礎架台系は拘束モード10本+変形モード2本を用いて自由度を縮小したモデルとなっている。このとき、基礎架台系はZ方向(軸方向)の自由度を拘束している。

Fig.4 Rotor and foundation model

(1) 結合ばねの影響

結合ばね定数(垂直方向および水平方向)をパラメーターとして一体解析と本縮小モデルによる計算結果を比較した。このときロータ回転速度は殆どゼロ(1 min^{-1})とした。図5に本縮小モデルによる計算結果を示す。計算結果の曲線の説明で Rd は剛体モード, Bd は曲げモードを示す。次の1から3の数字は剛体モードおよび曲げモードのモード次数を示す。数字の次の f は前向き振動を, b は後向き振動であることを示す。最後の R は回転軸系が主に振動し

ていることを示し, F は基礎架台系が主に振動していることを示している。基礎架台系が主に振動しているモードでは、回転軸系と基礎架台系は同相に振動し、回転軸系が主に振動しているモードでは、回転軸系と基礎架台系は逆相に振動している。

Fig.5 Coupled eigenvalues

本計算例では、等方性支持であるため、各次数とも前向き振動と後向き振動が同じ固有振動数となり、図5では白抜きの印の線が隠れて見えない。結合ばね定数が大きくなると各固有振動数の値は大きくなる。特に、回転軸系が主に振動している逆相モード(破線)の変化が大きい。

図6に本縮小モデルによる連成固有値(図5に示した)と回転軸系と基礎架台系を一体解析した固有値との誤差を示す。剛体モードおよび曲げモードをあわせて連成系の固有モード合計16本までについて3%以下の計算誤差になっていることから、連成解析の妥当性が確認できたと考えられる。モード次数が高くなると誤差が大きくなる傾向にあるが、高

Fig.6 Eigenvalue calculation error

次になるとメッシュ分割の影響(後述)および採用する拘束モードの数の影響が大きく顕れることから、分割をさらに細かくし、拘束モードの本数を増やせば誤差は縮小されると考える。

図7は結合ばねが1000kN/mで、回転軸系の回転速度が殆どゼロ(1 min^{-1})のときの本縮小モデルによる連成解析の減衰比と一体解析の減衰比を比較したものである。剛体モードから曲げモード3次までについての比較結果を示す。それぞれ基礎架台系が主に振動するモード(Fndで示す)と回転軸系が主に振動するモード(Rotで示す)の前向き振動(fで示す)および後向き振動(bで示す)についての比較となっている。曲げモード2次まではよく合っており、曲げモード3次で誤差が大きくなる。特に、基礎架台系が主に振動するモードでやや誤差が大きい。しかし、これらはもともと1%以下の小さい減衰比を対象としているため誤差が目立っているものである。

Fig.7 Modal damping ratio

回転効果の影響をみるため、図4の計算モデルの中央に質量のない薄い円板(質量 $1 \times 10^{-5}\text{ kg}$ 、慣性モーメント $1.4 \times 10^{-7}\text{ kgm}^2$ 、極慣性モーメント $2.2 \times 10^{-3}\text{ kgm}^2$)を付加した。回転軸系の回転速度をパラメーターとして回転ジャイロ効果を確認した。

図8は結合ばねが弱い(1kN/m)場合である。剛体モード1次、曲げモード1次および曲げモード3次は円板のある軸スパン中央での傾きがないので回転効果は作用しない。そのため、回転速度が変化しても固有振動数は変化しない。回転効果によって固有値が2つに分かれる様子が確認できるのは、回転軸

系が主に振動するモード(剛体モード2次および曲げモード2次)であり、基礎架台系が主に振動するモードには変化が見られない。

Fig.8 Influence of rotational speed
(K=1kN/m)

図9は結合ばねが強い(10000kN/m)場合である。図8と異なるのは、曲げモード2次で架台系が主に振動するモードの固有値も回転速度の上昇と共に変化していることである。回転軸の回転効果の影響が基礎架台系に伝えられ連成して振動しているためであると考えられる。

Fig.9 Influence of rotational speed
(K=10000kN/m)

図10、図11に縮小モデルによる連成解析と一体解析との誤差を示す。図10は図8に示した結合ばねが弱い(1kN/m)場合の誤差である。高次モードで誤差が大きくなるが回転速度が変化しても誤差の傾向は変わらない。このときの計算誤差は最大3.4%である。高次モードの誤差を小さくするには、拘束

モードの本数を増やすかメッシュ分割を細かくすればよい。

Fig.10 Eigenvalue calculation error
($K=1\text{kN/m}$)

図 11 は図 9 に示した結合ばねが強い(10000kN/m)場合の誤差である。この場合も、ロータ回転速度に関わらず計算誤差の傾向はほぼ一定で、最大でも 2% に達しない。

Fig.11 Eigenvalue calculation error
($K=10000\text{kN/m}$)

(2) メッシュ分割の影響

メッシュ分割数と固有振動数の計算誤差との関係を図 12 に示す。結合ばね定数は垂直方向および水平方向ともに 1kN/m 、回転速度は殆どゼロ (1min^{-1}) とした。図 12 は縮小モデルを作成する際に、回転軸系を分布質量でモデル化し基礎架台系を集中質量でモデル化した場合のメッシュ分割数と計算誤差を調べたものである。回転軸系および基礎架台系を共に 8 分割から 32 分割まで変えて一体解析と結果を比較した。集中質量でモデル化した場合には、分割が粗いと誤差が大

さくなるが、分割数を増やすことで分布質量でモデル化した場合と同等の誤差まで改善することができる。

Fig.12 Influence of mesh size

8. 結 論

擬規準座標変換法を回転軸系と構造系の連成振動解析に拡張し、回転軸・基礎架台縮小系の複素固有値解析手順を明らかにした。また、単純モデルを用いて縮小系の複素固有値計算と一体解析結果との比較を実施し、本縮小モデル化法の有効性を明らかにした。

- (1) 有限要素法による一体解析での計算結果に対して、縮小モデルによる回転軸・基礎架台系の固有モード 16 次(曲げモード 3 次)までの比較で固有振動数の誤差が 4% 以下であることを確認した。
- (2) 回転速度変化にともなう回転効果の影響を縮小モデル系でも十分表現できることが確認できた。
- (3) 高精度な縮小モデルを作成するには、メッシュ分割の数も重要で、特に集中質量モデルはその影響を受けやすい。

参考文献

- (1) 白木万博, 他 6 名, 回転機械の柔構造基礎架台の設計・据付技術, 三菱重工技報, Vol.20 No6, (1983-11), 632-643.
- (2) Gasch, R. Vibration of large turbo-rotors in fluid-film bearings on an elastic foundation. Journal of Sound and Vibration. 1976, Vol.47 No.1, 53-73.
- (3) E Kramer, L Eckert, Comparison between computed and measured vibrations of turbomachines. International Conf. Vibration in Rotating Machinery, IMechE, C262/88, Edinburgh, UK, 1988.
- (4) 長松昭男, モード解析, 培風館, (1985).
- (5) 郭士傑, 他 2 名, 部分構造合成法による回転機械

のロータとケーシングの連成振動解析, 機論, 96-5, B(1996), 273-276.

(6) A D Garrad, A finite element approach to the aeroelastic analysis of flexible rotors attached to flexible supports. International Conf. Vibration in Rotating Machinery, IMechE, C298/88, Edinburgh, UK, 1988.

(7) 桧佐彰一, 他3名, 単純振動物理モデルによる多自

由度軸振動解析, 機論, 67-654, C(2001-2), 291-299.

(8) 松下修己, 他2名, 擬規準座標変換法による回転軸系の振動解析, 機論, 48-431, C(1982), 925-934.

(9) Matsushita, Osami, Okabe, Akira, Computer Aided Engineering for Rotordynamics Quasi-modal Model Based Rotor Vibration Analysis. Proc. Asia-Pacific Vibration Conference, 1991.