複数対象物に対するパワーグラスプの最適化*

吉川 恒夫^{*1}, 渡辺 哲陽^{*2}, 大東 睦夫^{*3}

Optimization of Power Grasps for Multiple Objects

Tsuneo YOSHIKAWA^{*4}, Tetsuyou WATANABE and Mutsuo DAITO^{**}Department of Mechanical Engineering, Graduated School of Engineering, Kyoto University,
Yoshidahon-machi, Sakyo-ku, Kyoto-shi, Kyoto, 606-8501 Japan

Power grasp is a grasp that can hold objects stably without changing the joint torques of fingers. Almost all studies on power grasp deal with one object. But it is more efficient to hold and manipulate multiple objects at the same time. This paper derives a condition for power grasp for multiple objects. In this procedure, we discuss the set of the external force that can be resisted by only the constraints between objects. From the discussion, we derive the set of the external force that should really be resisted. We also define an optimal power grasp from the viewpoint of decreasing the work of joint torques, and derive the procedure. Lastly, we show some numerical examples to verify the validity of our approach.

Key Words: Robot, Dynamics of Machinery, Friction, Power Grasp, Optimization, Multiple Objects

1. は じ め に

テーブルの上に置いてある, 比較的小さな軽い複数の対象物を他のテーブルへと移すというタスクが与えられた場合, 人は持てる数だけ対象物を持って運ぶといった操作をする. これは一つずつ対象物を移すよりも効率が良いためと考えられる. ロボットハンドの操作に関しても同様のことが言える. このことから, 近年多指ハンドを用いた複数の対象物の把持と操りに関する研究が行われつつある. Aiyama ら⁽¹⁾は, 双腕によって複数対象物を挟みつけて持ち上げる操作を提案した. 余ら⁽²⁾は, 接触部における摩擦条件を考慮して複数対象物を安定把持するための把持内力に関する解析を行った. 原田ら⁽³⁾⁽⁴⁾は, 転がり接触を前提とした複数対象物の包み込み把握と対象物のすくい上げや, 重力場における複数対象物の平行把持とそのロバスト性に関する研究を行った.

しかしながら, これら複数対象物の把持という研究はまだ始まったところであり, 多くの課題が残されている. その一つがパワーグラスプに関する研究である. パワーグラスプとは, あらかじめ各関節に適当なトルクを与えておけば, 把持している対象物に任意方向の外力が働いたとき, 関節トルクを変えなくても機構的に接触力を発生し, 外力を打ち消すことができるという把持である. 単一対象物に対するパワーグラスプに

関しては様々な研究が行われている. 小俣ら⁽⁵⁾は, 対象物と指リンクの運動に関する拘束からパワーグラスプであるための条件を導出し, すべり方向の制限と摩擦の条件から発生可能な把持力には制限があることを示した. 張ら⁽⁶⁾は, 摩擦力はすべりの速度の反対方向に発生するという性質を利用して各関節がすべりを生じる瞬間の接触力を計算し, 対象物を動かすのに必要な外力を求めた. 余ら⁽⁷⁾は, パワーグラスプの必要十分条件を導出し, 把持する対象物が与えられたときの最適なパワーグラスプを定義した. しかしながら, 複数対象物に対するパワーグラスプの研究は見あたらない.

本論文では, 多自由度を持つ複数本の指で複数対象物を包み込み把握する場合に対し, パワーグラスプの成立条件と最適化について考察を行う. 本論文の構成は以下の通りである. まず, 第2章で複数の対象物を把持したときにパワーグラスプを実現するための条件を導出する. 次に, 第3章で把持する複数の対象物が与えられたときの最適なパワーグラスプを定義し, その決定法を示す. 最後に, 第4章で数値例を示し, その有効性を検証する.

2. パワーグラスプの成立条件

本章では, 複数の対象物が与えられたときどのような把持がパワーグラスプとなるのかについて述べる. まず, 指の関節速度と対象物の速度の間の運動学的関係式を導出し, これをもとに関節トルク, 接触力, 対

* 原稿受付 2001年9月10日.

^{*1} 正員, 京都大学大学院工学研究科(〒606-8501 京都市左京区吉田本町).^{*2} 正員, 京都大学大学院.^{*3} 京都大学大学院.

E-mail: t60x0113@ip.media.kyoto-u.ac.jp

Fig. 1 Robot hand and objects

対象物に加わる並進及び回転の外力の間の関係式を導く。次に接触力の摩擦条件を提示する。さらに、パワーグラスを構成する場合に抗しなければならない外力の集合について考察する。最後にパワーグラスを実現するための条件を示す。以下では、三次元空間内の運動について議論するが、得られた結果は当然のことながら若干の修正を加えることにより二次元平面内の運動に対しても適用できる。

2.1 対象とする系 本研究では $N (\geq 1)$ 本の指で $M (\geq 1)$ 個の対象物を把持する場合を考える (図1参照)。この系において次の仮定を置く。

- 各対象物は凸多面体である。
- 指のリンク (または指先) は対象物の稜線 (または平面) と摩擦あり点接触をする。
- 対象物間の接触面 (ハンドのベースと対象物との接触を含む) は摩擦あり面 (点, 線) 接触とする。また, 面 (線) 接触は複数個の点接触で近似できる。
- 各指の各リンクには最高でも一つの接触点しか存在しない。

また, 基準座標系を Σ_R , 対象物 $i (= 1, 2, \dots, M)$ に固定された座標系を Σ_{B_i} , ベースに固定された座標系を Σ_{B_0} , 指 $j (= 1, 2, \dots, N)$ の第 $k (= 1, 2, \dots, L_j)$ リンク F_{jk} に固定された座標系を $\Sigma_{F_{jk}}$ とおく (L_j は指 j の関節数。ただし, ある関節から先のリンクに接触点を持たない場合, その関節は数に含めない.)。

2.2 運動学 本節では指の関節速度と対象物の速度の間の運動学的関係について考察する。

基準座標系 Σ_R から見た Σ_A の位置ベクトルを p_A , 姿勢を表す回転行列を R_A とする。また, 指 j の k 番目の接触点 C_{jk} の位置を ${}^A p_{C_{jk}}$, 対象物 i と対象物 h の接触面の $l (= 1, 2, \dots, T_{ih})$ 番目の端点の位置を ${}^A p_{E_{ihl}}$ とする (T_{ih} は対象物 i と対象物 h との接触面におけ

る端点の総数を表す)。

このとき, 対象物とリンクとの間または対象物と対象物との間に滑り及び分離が生じなければ以下の式が成り立つ⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁸⁾。

$$D_{B_{ijk}} \begin{bmatrix} \dot{p}_{B_i} \\ \omega_{B_i} \end{bmatrix} = D_{F_{jk}} \begin{bmatrix} \dot{p}_{F_{jk}} \\ \omega_{F_{jk}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$D_{E_{ihl}} \begin{bmatrix} \dot{p}_{B_i} \\ \omega_{B_i} \end{bmatrix} = D_{E_{ihl}} \begin{bmatrix} \dot{p}_{B_h} \\ \omega_{B_h} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ただし,

$$D_{B_{ijk}} = \begin{bmatrix} I_3 & -[(R_{B_i} {}^{B_i} p_{C_{jk}}) \times] \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3 \times 6}$$

$$D_{F_{jk}} = \begin{bmatrix} I_3 & -[(R_{F_{jk}} {}^{F_{jk}} p_{C_{jk}}) \times] \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3 \times 6}$$

$$D_{E_{ihl}} = \begin{bmatrix} I_3 & -[(R_{B_i} {}^{B_i} p_{E_{ihl}}) \times] \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3 \times 6}$$

である。ここで, $[a \times]$ は外積演算と等価な行列であり, I_i は i 次元単位行列である。また, ω_{B_i} は対象物 i の回転角速度, $\omega_{F_{jk}}$ は指のリンク F_{jk} の回転角速度である。なお, 式 (1) は $\Sigma_{F_{jk}}$ の速度と Σ_{B_i} の速度が接触点 C_{jk} において一致するという関係を表し, 式 (2) は Σ_{B_i} の速度と Σ_{B_h} の速度が対象物 i と対象物 h の間の接触面の l 番目の端点において一致するという関係を表したものである。

指 j の関節変数を $q_j \in \mathcal{R}^{L_j}$ とすると, 座標系 $\Sigma_{F_{jk}}$ の速度の関係は,

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_{F_{jk}} \\ \omega_{F_{jk}} \end{bmatrix} = J_{F_{jk}} \dot{q}_j \quad (3)$$

で与えられる。ただし, $J_{F_{jk}} \in \mathcal{R}^{6 \times L_j}$ はヤコビ行列である。式 (1)(3) より, 指 j の関節速度と各対象物の速度との関係は次のようになる。

$$D_{B_j} \begin{bmatrix} \dot{p}_{B_1}^T & \omega_{B_1}^T & \cdots & \dot{p}_{B_M}^T & \omega_{B_M}^T \end{bmatrix}^T = J_{CF_j} \dot{q}_j \quad (4)$$

ただし,

$$J_{CF_j} = \begin{bmatrix} D_{F_{j1}} J_{F_{j1}} \\ \vdots \\ D_{F_{jK_j}} J_{F_{jK_j}} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3K_j \times L_j} \quad (i)$$

$$D_{B_j} = \begin{matrix} (k) \end{matrix} \begin{bmatrix} \cdots & \vdots & \cdots \\ \mathbf{O} & D_{B_{ijk}} & \mathbf{O} \\ \cdots & \vdots & \cdots \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3K_j \times 6M}$$

である。ここで, D_{B_j} は, それを構成する $K_j \times M$ 個のブロックのうち, その第 (k, i) ブロックが $D_{B_{ijk}}$ でそれ以外が $\mathbf{O}$ となる行列である。また, K_j は指 j の接触点数を表している。

次に対象物 i と対象物 $h (> i)$ とが接触しているとき、式 (2) より、

$$D_{E_i} \begin{bmatrix} \dot{p}_{B_1}^T & \omega_{B_1}^T & \cdots & \dot{p}_{B_M}^T & \omega_{B_M}^T \end{bmatrix}^T = 0 \quad (5)$$

が得られる。ただし、

$$D_{E_i} = \begin{matrix} & (i) & & (h) & \\ (1) & \begin{bmatrix} \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ \mathbf{0} & D_{E_{ihl}} & \mathbf{0} & -D_{E_{hil}} & \mathbf{0} \\ \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots \end{bmatrix} & \end{matrix} \in \mathcal{R}^{3T_{ih} \times 6M}$$

である。 D_{E_i} は、それを構成する $T_{ih} \times M$ 個のブロックのうち、第 (l, i) ブロックが $D_{E_{ihl}}$ 、第 (l, h) ブロックが $-D_{E_{hil}}$ 、それ以外が $\mathbf{0}$ となる行列である。なお、対象物 i がベースの場合には $D_{E_{ihl}} = \mathbf{0}$ となる。

式 (4), (5) より、指の関節速度と複数対象物の速度との関係は次のようになる。

$$A \begin{bmatrix} \dot{x} \\ -\dot{q} \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} \dot{p}_{B_1}^T & \omega_{B_1}^T & \cdots & \dot{p}_{B_M}^T & \omega_{B_M}^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{6M} \\ \dot{q} &= \begin{bmatrix} \dot{q}_1^T & \cdots & \dot{q}_N^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^L \\ A &= \begin{bmatrix} D & J \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3(K+T) \times (6M+L)} \\ D &= \begin{bmatrix} D_{B_1}^T & \cdots & D_{B_N}^T & (D_{E_0})^T & D_{E_1}^T \\ & & & \cdots & D_{E_{M-1}}^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{3(K+T) \times 6M} \\ J &= \begin{bmatrix} J_{CF_1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & J_{CF_N} \\ (\mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0}) \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3(K+T) \times L} \end{aligned}$$

である。ただし、ベースと接触していないときには、ブロック行列中の () 内の成分は除く。また、 $K = \sum_{i=1}^N K_i$ 、 $T = \sum_{i,j < h} T_{ih}$ 、 $L = \sum_{i=1}^N L_i$ である。

2.3 接触力 本節では指と対象物との間にはたらく接触力、対象物間の接触面の端点にはたらく接触力、及び関節トルクの間の関係について考察する。ただし、対象物間の接触面にはたらく接触力は、その接触面の端点における接触力の線形和で表せると仮定する。

接触点 C_{jk} における指リンク F_{jk} から対象物に加えられる接触力を $f_{C_{jk}} \in \mathcal{R}^3$ とし、対象物 i と対象物 $h (> i)$ との接触面の端点 E_{ihl} において対象物 h が対象物 i に対して加える接触力を $f_{E_{ihl}}$ とする。また、指 j

の関節トルクベクトルを $\tau_j \in \mathcal{R}^{L_j}$ 、 Σ_{B_i} 原点に働く並進および回転の外力を $t_i \in \mathcal{R}^6$ とすると、式 (6) と仮想仕事の原理より、

$$A^T f = \begin{bmatrix} D^T \\ J^T \end{bmatrix} f = \begin{bmatrix} -t_e \\ \tau \end{bmatrix} \quad (7)$$

を得る。ただし、

$$\begin{aligned} f &= \begin{bmatrix} f_C^T & f_E^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{3(K+T)} \\ f_C &= \begin{bmatrix} f_{C_{11}}^T & \cdots & f_{C_{NK_N}}^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{3K} \\ f_E &= \begin{bmatrix} (f_{E_{021}}^T & \cdots & f_{E_{0hT_{0h}}}^T) \\ f_{E_{121}}^T & \cdots & f_{E_{M-1M_{T_{M-1M}}}}^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{3T} \\ t_e &= \begin{bmatrix} t_1^T & \cdots & t_M^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{6M} \\ \tau &= \begin{bmatrix} \tau_1^T & \cdots & \tau_N^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^L \end{aligned}$$

である。式 (7) より各関節にあらかじめ一定のトルク τ_C を与えた場合、接触力の候補となり得るもの（候補接触力） f は以下のように表すことができる。

$$f = (J^+)^T \tau_C + (I_{3(K+T)} - JJ^+) k_1 \quad (8)$$

ここで、 $J^+ \in \mathcal{R}^{L \times 3(K+T)}$ は J の疑似逆行列を表し、 $k_1 \in \mathcal{R}^{3(K+T)}$ は任意ベクトルを表している。この式の右辺の第2項は、関節トルクに影響を及ぼさない各指リンク間の内力の集合を表している。式 (8) を満たす候補接触力の集合は、

$$\mathcal{F}_J = \{f | f = (J^+)^T \hat{\tau}_C k_c + (I_{3(K+T)} - JJ^+) k_1, k_c > 0, k_1 \in \mathcal{R}^{3(K+T)}\} \quad (9)$$

と表すことができる。ここで $\hat{\tau}_C (= \tau_C / \|\tau_C\|)$ と $k_c (= \|\tau_C\| > 0)$ は τ_C の方向とその大きさを表している。

また、式 (7) を f に関して解くと

$$f = (A^T)^+ \begin{bmatrix} -t_e \\ \tau \end{bmatrix} + (I_{3(K+T)} - AA^+) k_2 \quad (10)$$

を得る。ここで、 $(A^T)^+$ は A^T の疑似逆行列を表し、 $k_2 \in \mathcal{R}^{3(K+T)}$ は任意ベクトルを表している。式 (10) より、もし $\text{rank} A < (6M+L)$ であれば、 τ に対して一定のトルク τ_C をあらかじめ与え、ある外力 t_e が各対象物に対して加わったとしても、その外力とバランスするような接触力が定まらない場合が存在する。このことはその把持形態がパワーグラスプを構成することができないことを意味している。

2.4 摩擦条件 本節では、指リンクと対象物の接触点及び対象物と対象物との間の接触面での摩擦条

件について考察する。なお、対象物間の接触面において、各端点における摩擦条件が満たされれば、その接触面における摩擦条件は満たされるものとする。

指リンクと対象物との間にはたらく接触力 $f_{C_{jk}}$ と対象物間にはたらく接触力 $f_{E_{ihl}}$ はそれぞれ接触点 C_{jk} 、端点 E_{ihl} において次の静止摩擦条件を満たさなければならない。

$$n_F^T f_F \geq \frac{1}{\sqrt{1+\mu_F^2}} \|f_F\| \quad (F = C_{jk}, E_{ihl}) \quad (11)$$

ここで、 $n_{C_{jk}}$ 、 $n_{E_{ihl}}$ はそれぞれ接触点 C_{jk} 、 E_{ihl} における対象物 ($n_{E_{ihl}}$ の場合は対象物 i) 内向き接触法線ベクトルであり、 $\mu_{C_{jk}}$ 、 $\mu_{E_{ihl}}$ はそれぞれ接触点 C_{jk} 、 E_{ihl} における最大静止摩擦係数である。すべての接触点に対して式 (11) を満たす $f_{C_{jk}}$ 、 $f_{E_{ihl}}$ からなる集合は、

$$\mathcal{F}_F = \{f \mid N^T f \geq \hat{\mu} \bar{f}\} \quad (12)$$

と表される。ただし、

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \begin{bmatrix} \|f_{C_{11}}\| & \cdots & \|f_{C_{NK_N}}\| \\ \|f_{E_{011}}\| & \cdots & \|f_{E_{0MT_{0M}}}\| \\ \|f_{E_{121}}\| & \cdots & \|f_{E_{M-1MT_{M-1M}}}\| \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{(K+T)} \\ N &= \text{diag} \begin{bmatrix} n_{C_{11}} & \cdots & n_{C_{NK_N}} & (n_{E_{011}} & \cdots & n_{E_{0hT_{0h}}}) \\ n_{E_{121}} & \cdots & n_{E_{M-1MT_{M-1M}}} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3(K+T) \times (K+T)} \\ \hat{\mu} &= \text{diag} \begin{bmatrix} (1+\mu_{C_{11}}^2)^{-\frac{1}{2}} & \cdots & (1+\mu_{C_{NK_N}}^2)^{-\frac{1}{2}} \\ ((1+\mu_{E_{011}}^2)^{-\frac{1}{2}} & \cdots & (1+\mu_{E_{0MT_{0M}}^2})^{-\frac{1}{2}} \\ (1+\mu_{E_{121}}^2)^{-\frac{1}{2}} & \cdots & (1+\mu_{E_{M-1MT_{M-1M}}^2})^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \\ &\in \mathcal{R}^{(K+T) \times (K+T)} \end{aligned}$$

であり、 diag はブロック対角行列を表すものとする。

2.5 抗しなけなければならない外力の集合 複数対象物をパワーグラスプする場合、単一対象物を把持するときとは違い、対象物間の拘束のみによって抗することができる外力が存在する。それは、対象物間の接触面（線）の法線方向において互いに同じ大きさの力で押しつけ合う力である。これに対応する外力を含まない全ての外力に抗することができれば、各対象物にはたらく任意の方向の外力に抗することができる。本節ではこのことについて考慮する。

対象物 i と対象物 h ($i < h$) の間の接触面の l 番目の端点の微小変位を $\Delta p_{E_{ihl}}$ とおくと、接触という拘束から、この微小変位のとり得る範囲は式 (2) より

$$n_{E_{ihl}}^T \Delta p_{E_{ihl}} = n_{E_{ihl}}^T (D_{E_{ihl}} \Delta x_i - D_{E_{hil}} \Delta x_h) \geq 0 \quad (13)$$

と表される。ただし、 Δx_i は対象物 i の並進及び回転方向の微小変位を表すものとする。これを全接触面の全端点に関してまとめると

$$N_E^T \Delta p_E = N_E^T D_E \Delta x \geq 0 \quad (14)$$

を得る。ただし

$$\begin{aligned} \Delta p_E &= \begin{bmatrix} (\Delta p_{E_{021}}^T \cdots \Delta p_{E_{0hT_{0h}}^T} \\ \Delta p_{E_{121}}^T \cdots \Delta p_{E_{M-1MT_{M-1M}}^T} \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{3T} \\ \Delta x &= [\Delta x_1^T \cdots \Delta x_M^T]^T \in \mathcal{R}^{6M} \\ N_E &= \text{diag} \begin{bmatrix} (n_{E_{011}} \cdots n_{E_{0hT_{0h}}}) \\ n_{E_{121}} \cdots n_{E_{M-1MT_{M-1M}}} \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{3T \times T} \\ D_E &= \begin{bmatrix} (D_{E_0})^T & D_{E_1}^T \cdots D_{E_{M-1}}^T \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{3T \times 6M} \end{aligned}$$

である。

これをもとに以下の命題が成り立つ。

命題 不等式

$$\mathcal{T}_E = \{t_e \mid N_E^T D_E t_e \geq 0\} \quad (15)$$

を満たす全ての外力 τ_e に抗することができるなら、各対象物にはたらく任意の方向の外力に対して抗することができる。

<証明> 文献⁽⁹⁾より以下の補題を得ることができる。

補題 各関節に一定のトルク τ_C を与えることで複数対象物を把持し静止させているとき、複数対象物に外力 t_e がはたらき、それに応じて微小変位 Δx 及び Δq が生じたものとする。このとき系にはたらく仕事

$$W = t_e^T \Delta x + \tau_C^T \Delta q \quad (16)$$

が $W \leq 0$ を満たせばどの対象物もどの指も動かない。

さて、式 (15) で表される外力集合は凸多面錐であり、この集合に対する極錐

$$\mathcal{V} = \{z \mid y^T z \leq 0, \forall y \in \mathcal{T}_E\} \quad (17)$$

が定義できる⁽¹⁰⁾。Farkas の定理⁽¹⁰⁾を用いると $\mathcal{V}$ は

$$\mathcal{V} = \{t_e \mid t_e = -D_E^T N_E k_3, k_3 \geq 0\} \quad (18)$$

とも表せる。この表現より、極錐 $\mathcal{V}$ に属する外力とは、対象物間の接触面（線）の法線方向において互いに同じ大きさの力で押しつけ合う力であることがわかる。

任意方向の全ての外力からなる外力空間 $\mathcal{R}^{6M}$ は、式 (15) の凸多面錐と式 (18) の極錐とで直和分解される⁽¹⁰⁾。よって補題及び式 (16) より、式 (15) に属する全ての外力に対して抗することができる場合、 $\mathcal{V}$ に属す

るどの外力による仕事も負または0であれば、任意の方向の外力に対して抗することができる。\$\mathcal{V}\$に属する外力に対応する接触力は、外力がはたらかないときの接触力を\$f_C = f_{Cini}\$, \$f_E = f_{Eini}\$とすると、式(18)より\$f_C = f_{Cini}\$, \$f_E = f_{Eini} - N_E k_3 (k_3 \geq 0)\$と表すことができる。このことから、関節トルクには関わらない、また接触面での摩擦条件によらない力であることがわかる。さらに、\$\mathcal{V}\$に属する外力がはたらいた場合の関節の微小変位\$\Delta q\$は、外力がはたらかない場合の微小変位\$\Delta q_{ini}\$と一致すると言える。外力がはたらかない場合、すなわち外力0がはたらく場合とは、複数対象物を把持し静止させている状態ゆえ、このとき系にはたらく仕事は

$$W = \tau_C^T \Delta q_{ini} \leq 0 \quad (19)$$

と表す事ができる。以上から、\$\mathcal{V}\$に属する外力による仕事は、式(13)(19)より

$$\begin{aligned} W &= t_e^T \Delta x + \tau_C^T \Delta q = -k_3^T N_E^T D_E x + \tau_C^T \Delta q_{ini} \\ &= -k_3^T N_E^T p_E + \tau_C^T \Delta q_{ini} \leq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

となる。よって、上の命題が成り立つことがわかる。

2.6 パワーグラスとなるための条件 今までの議論をもとに本節では複数対象物を把持した場合、それがパワーグラスとなるための条件を導出する。

複数対象物を把持するためには、接触力を発生することができ、かつその接触力が接触点(線, 面)での摩擦条件を満たさなければならない。ゆえに、実際に発生できる接触力の集合は式(9)(12)より、

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_J \cap \mathcal{F}_F \quad (21)$$

と表すことができる。式(9)において\$\tau_C\$を一定にし、\$k_C, k_1\$を変化させると考えると、\$\mathcal{F}_J\$は凸錐となる。また、\$\mathcal{F}_F\$も凸錐であるため⁽⁷⁾、式(21)より\$\mathcal{F}\$も凸錐となる。式(21)を満たす\$f\$を式(7)に代入することで得られる\$t_e\$は\$\tau_C\$の方向\$\tau_C\$を変化させることなく抗することのできる外力である。この抵抗可能な外力\$t_e\$すべてからなる力集合は、

$$\mathcal{W} = \{t_e | t_e = -D^T f, f \in \mathcal{F}\} \quad (22)$$

と表すことができ、\$\mathcal{W}\$も凸錐となる。

ゆえに、2.3節での\$A\$のrankに関する考察及び2.5節の命題を考慮すれば、ある把持に対して適当な関節トルクの方向\$\tau_C\$が与えられた場合、その把持がパワーグラスを構成するための条件は以下の2条件が成立することである。

Fig. 2 Examples

1 \$\mathcal{T}_E \subset \mathcal{W}\$

2 \$\text{rank} A = 6M + L\$なお、2次元平面の場合、上記の条件2は

2' \$\text{rank} A = 3M + L\$

となる。

2.7 数値例 図2に2次元平面において複数対象物を把持する場合の例を示す。図中の各対象物は1辺の長さが1の正方形である。各接触点での摩擦係数\$\mu_1, \mu_2\$を\$\mu_1 = \mu_2 = 0.3\$とおく。この例における行列\$A\$は

$$A = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & -0.5 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -2.0 & 0.5 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & -1.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.5 & -1.0 & 0.0 & 0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.5 - w & 0.0 & -1.0 & -0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 1.0 & 0.0 & 0.5 & -1.0 & 0.0 & 0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & -0.5 & 0.0 & -1.0 & 0.5 - w & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & -0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.0 & -0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -1.0 & 0.5 & 0.0 & 0.0 \end{bmatrix}$$

、集合\$\mathcal{T}_E\$は

$$\mathcal{T}_E = \{t_e | \begin{bmatrix} 0.0 & 1.0 & 0.5 - w & 0.0 & -1.0 & -0.5 \\ 0.0 & 1.0 & -0.5 & 0.0 & -1.0 & 0.5 - w \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.5 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & -0.5 \end{bmatrix} t_e \geq 0\}$$

、集合\$\mathcal{W}\$は

$$\mathcal{W} = \{t_e | t_e =$$

$$- \begin{bmatrix} -0.40 & 0.40 \\ -0.20 & -0.80 \\ 0.20 & -0.20 \\ 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix} \hat{\tau}_C k_C - \begin{bmatrix} -0.30 & 0.30 \\ 1.00 & 1.00 \\ 0.35-w & 0.65-w \\ 0.30 & -0.30 \\ -1.00 & -1.00 \\ -0.65 & -0.35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.30 & 0.30 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ -0.65 & -0.35 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.30 & -0.30 & 0.30 & -0.30 & 0.30 & -0.30 \\ -1.00 & -1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 \\ 0.35-w & 0.65-w & 0.65 & 0.35 & -0.35 & -0.65 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k'_1 \\ k'_2 \end{bmatrix} \geq 0, k'_1 \geq 0$$

となった。ただし、 w は図2に示すように対象物1と対象物2との右端の辺の位置の差である。また、一定トルク τ_C の方向 $\hat{\tau}_C$ の存在範囲は

$$\{\hat{\tau}_C | \hat{\tau}_C = \begin{bmatrix} 32.0 & 8.0 \\ 17.0 & 32.0 \end{bmatrix} k_{ic}, k_{ic} \geq 0\}$$

となった。 w が $0 \leq w < 0.8$ であれば、パワーグラスブを実現する一定トルク τ_C が存在するが、 $w \geq 0.8$ であれば、パワーグラスブを実現する一定トルク τ_C は存在しない。これは複数対象物を把持しているために生じることであり、対象物1と対象物2とがくっついて単一の対象物となっていれば、 w の値に関わらずパワーグラスブを実現することができる。なお、 $\mathcal{T}_E \subset \mathcal{W}$ の判定は、 $\mathcal{T}_E$ の各稜線ベクトルが $\mathcal{W}$ に含まれるような一定トルク τ_C の方向 $\hat{\tau}_C$ が存在するかどうかを線形計画法を用いて調べた。また、 $\text{rank} A$ は $w = 1$ の場合を除いて $8(=3M+L)$ となった。

3. 最適なパワーグラスブ

本章では、最適なパワーグラスブの定義及びその求め方について述べる。

3.1 最適なパワーグラスブの定義 ある物体をパワーグラスブによって把持するとき、その形態は無数に存在するため、何らかの方法でそれらを評価しなければならない。そこで本論文では、余ら⁽⁷⁾が定義している要求外力集合の考え方をすることにする。この要求外力集合に必要な限界外力集合⁽⁶⁾をまず定義する。
限界外力集合 系がパワーグラスブを構成している際、把持物体に対して外力 t_e が加わると、関節トルクを変化させなくても、機構的な内力によってそれとバランスする接触力が発生する。しかしながら、その抵抗できる外力の大きさには限界が存在する。この限界の

ときの外力を限界外力という。これら全ての限界外力からなる力集合 $\mathcal{T}_L \subset \mathcal{R}^{6M}$ を限界外力集合という。

この限界外力集合をもとに要求外力集合は以下のよう定義できる。

要求外力集合 要求外力集合とは、実現しようとするパワーグラスブの限界外力集合がその要求外力集合を最低限含まなければならない外力の集合 $\mathcal{T}_R \subset \mathcal{R}^{6M}$ のことをいう。

パワーグラスブを用いる目的の一つに、機構的に外力を打ち消す接触力の発生機能を有効に利用しようということが挙げられる。そこで、外力に抗するために加える関節トルクをなるべく小さくすることが外力を打ち消す接触力を最も有効に利用することになると考え、以下のように最適なパワーグラスブを定義する。
最適なパワーグラスブ 要求外力集合をその限界外力集合に含む、すなわち $\mathcal{T}_R \subset \mathcal{T}_L$ となるパワーグラスブを構成する一定関節トルク τ_C が以下の評価関数を最小化するとき、その把持形態を最適なパワーグラスブと呼ぶ。

$$\Phi \triangleq \tau_C^T \tau_C \quad (23)$$

3.2 最適なパワーグラスブの求め方 本節では前節で定義した最適なパワーグラスブの求め方を示す。ただし、要求外力集合 $\mathcal{T}_R$ は有界な凸多面体として与えられるものとする。また、各接触点 C_{jk} 、各接触面（線）の端点 E_{ihl} における摩擦円錐を以下のように $L_{C_{jk}}$ 、 $L_{E_{ihl}}$ 面の凸多面錐で近似するものとする⁽¹¹⁾。

$$Vf \leq 0 \quad (24)$$

ただし、

$$V = \text{diag} \left[V_{C_{11}} \cdots V_{C_{NKN}} (V_{E_{011}} \cdots V_{E_{0h70h}}) \right. \\ \left. V_{E_{121}} \cdots V_{E_{M-1MTM-1M}} \right] \\ V_{C_{jk}} = \text{col}[(a_k^{C_{jk}})] (k=1, 2, \dots, L_{C_{jk}}) \\ V_{E_{ihl}} = \text{col}[(a_k^{E_{ihl}})] (k=1, 2, \dots, L_{E_{ihl}})$$

であり (col は全ての要素を縦に並べたベクトルまたは行列を表す)、 $a_k^{C_{jk}}$ は接触点 C_{jk} の凸摩擦多面錐の k 番目の面の外向き法線ベクトルを表している。

まず、要求外力集合 $\mathcal{T}_R$ と抗しなければならない外力集合 $\mathcal{T}_E$ の共通集合 $\mathcal{T}_R \cap \mathcal{T}_E$ を求め、その頂点 t_{ii} ($i=1, 2, \dots, T_{RE}$) を求める (T_{RE} は頂点の数)。なお、この頂点の求め方は付録に示す。共通集合 $\mathcal{T}_R \cap \mathcal{T}_E$ は有界な凸多面体ゆえ、この頂点に対応する外力全てに抗することができるなら、共通集合 $\mathcal{T}_R \cap \mathcal{T}_E$ に含まれ

Fig. 3 Robot Hand and One Object

Fig. 4 Robot Hand and Two Objects(I)

Fig. 5 Robot Hand and Two Objects(II)

Fig. 6 Robot Hand and Three Objects

Fig. 7 Required External Force Set for Fig. 3

Table 1 Joint Torques for Optimal Power Grasp

	$\tau_{11} = -\tau_{21}$	$\tau_{12} = -\tau_{22}$
one object	6.000	4.486
two objects(I)	6.447	4.912
two objects(II)	7.640	5.599
three objects	7.838	5.767

実現する一定トルク τ_C が求められる。

$$\begin{aligned} \min \quad & \Phi = \tau_C^T \tau_C \\ \text{subject to.} \quad & V\{(A^T)^+ \begin{bmatrix} -t_{ii} \\ \tau_C \end{bmatrix} + Hk_{ii}\} \leq 0 \\ & (i = 1, 2, \dots, T_{RE}) \end{aligned} \quad (25)$$

ただし、 $H \in \mathcal{R}^{3(K+T) \times (3(K+T)-6M-L)}$ は $A^T H = 0$ を満たす任意の行列で rank が $3(K+T)-6M-L$ であり、 $k_{ii}(i = 1, 2, \dots, T_{RE})$ は H の列方向の接触力の大きさを表すパラメータベクトルである。

4. 数 値 例

本章では、図3～図6に示すような、ロボットハンドによって単一または複数の凸多角形対象物を平面把持するときの最適なパワーグリップを、前章の方法を用いて求める。なお、簡単のため以下のような仮定を設ける。図3～図6に示す各対象物は均一かつ同一の密度を持つ。各対象物に固定されている座標系 Σ_{Bi} は各対象物の重心位置に固定されているものとする。ロボットハンドと対象物間の最大静止摩擦係数及び対象物間の最大静止摩擦係数はすべて等しく 0.3 である。

各系に対する要求外力集合は、各対象物にはたらく外力 t_i のうち x, y 方向の並進成分をそれぞれ t_{ix}, t_{iy} 、回転モーメント成分を t_{im} と置いて、以下のように与えるものとする。

$$\mathcal{T}_R = \{t_{ix} = t_x, t_{iy} = t_y, t_{im} = 0 | \sqrt{t_x^2 + t_y^2} \leq \frac{mg}{M}\} \quad (26)$$

る全ての外力に抗することができる。ゆえに、以下の2次計画問題を解くことで、最適なパワーグリップを

ただし, m は M 個の対象物の重量の合計, g は重力加速度を表している. 例として, 図3に示す系に対する要求外力集合を図7に示す. この要求外力集合は, 各系が同じ重力場に置かれ, その中でハンドがいかなる姿勢をとってもパワーグラスブを維持できることを要求したことに相当する. なお, 実際の数値計算においては, $mg = 1.5$ とおき, 図7に示すような2次元円を2次元正64面形に近似して計算した. また, どの系においても, $\mathcal{T}_R \subset \mathcal{T}_E$ が成り立ったため, 共通集合 $\mathcal{T}_R \cap \mathcal{T}_E$ の頂点は $\mathcal{T}_R$ の頂点と一致するとして計算した.

結果を, 表1に示す. 表1は, 各系において, Φ を最小とする最適なパワーグラスブを構成する場合の関節トルクの値を表している. 表1から, パワーグラスブを実現するために必要な関節トルクの大きさは, 対象物の数が多くなるほど大きくなっていることがわかる. また, 2つの対象物を同時に把持する場合, 最適なパワーグラスブを実現するために必要な関節トルクの大きさは, 上下に配置する方が左右に配置する方よりも小さくなることをわかる.

5. お わ り に

本論文では, 多自由度を持つ複数本の指で複数対象物を包み込み把握する場合についてパワーグラスブが成り立つ条件を考察した. また, パワーグラスブの機能を最も有効に利用するものを最適なパワーグラスブと定義し, その求め方について考察し, 数値例によって最適なパワーグラスブを求めた.

単一対象物のパワーグラスブとの違いでは, 以下の点を明らかにした.

1. 対象物間の拘束のみによって抗することができる外力が存在することを考察し, それは対象物間の接触面(線)の法線方向において互いに同じ大きさの力で押しつけ合う力であることを示した. また, これに対応する外力を含まない全ての外力に抗することができれば, 各対象物にはたらく任意の方向の外力に抗することができることを示した.
2. 数値例において, 複数対象物を把持している場合パワーグラスブを構成できなくとも, それら複数対象物を互にくっつけて単一の対象物と見なせば, パワーグラスブを構成できる場合が存在することを示した. また, 複数の対象物を把持する場合, パワーグラスブを構成するのに必要な関節トルクの大きさは, 対象物の数が多ければ多いほど大きくなることを示した.

文 献

- (1) Y. Aiyama, M. Minami, and T. Arai, Pro. of IEEE int. Conf. on Robotics and Automation, (1998), 2904-2909
- (2) 余・福田・辻尾, 日本機械学会, ロボティクス・メカトロニクス講演会論文集, (1998), 1A1-50-078
- (3) 原田・金子日本ロボット学会, 16-6, (1998), 860-867
- (4) 原田・金子, 17-1, (1999), 133-139
- (5) 小俣・永田, 日本ロボット学会, 13-4, (1995), 525-531
- (6) 中村・張・吉本, 日本ロボット学会, 13-6, (1995), 866-874
- (7) 余・竹内・吉川, 日本ロボット学会, 17-4, (1999), 557-66
- (8) 吉川, 日本ロボット学会, 14-4, (1996), 505-511
- (9) 平井・浅田・得丸, 計測自動制御学会論文集, 24-12, (1988), 1284-1291
- (10) 布川・中山・谷野, コロナ社, (1991)
- (11) J. Kerr and B. Roth, *International Journal of Robotics Research*, 4-4, (1986), 3-17

A. 共通集合 $\mathcal{T}_R \cap \mathcal{T}_E$ の頂点

今, 要求外力集合 $\mathcal{T}_R$ を

$$\mathcal{T}_R = \{t_e | St_e \leq s\} \quad (27)$$

とおく. すると, 式(15)より, 共通集合 $\mathcal{T}_R \cap \mathcal{T}_E$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_R &= \{t_e | \begin{pmatrix} N_E^T D_E \\ W \end{pmatrix} t_e \leq \begin{pmatrix} 0 \\ s \end{pmatrix}\} \\ &\triangleq \{t_e | Z t_e \leq z\} \end{aligned} \quad (28)$$

と表すことができる. この集合の不等式の Z の行 $(Z_1, Z_2, \dots)$ のうち, $6M$ 個の1次独立な行 $(Z_{r1}, \dots, Z_{r6M})$ を選び, これに対応する不等式 $(Z_{r1} t_e \leq z_{r1}, \dots, Z_{r6M} t_e \leq z_{r6M})$ を式(28)より抽出して不等式

$$\begin{bmatrix} Z_{r1} \\ \vdots \\ Z_{r6M} \end{bmatrix} t_e \leq \begin{bmatrix} z_{r1} \\ \vdots \\ z_{r6M} \end{bmatrix} \quad (29)$$

を構成する. このとき共通集合 $\mathcal{T}_R \cap \mathcal{T}_E$ の頂点の候補と成り得る候補頂点は,

$$t_e = \begin{bmatrix} Z_{r1} \\ \vdots \\ Z_{r6M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} z_{r1} \\ \vdots \\ z_{r6M} \end{bmatrix} \quad (30)$$

で得られる. この方法を用いて候補頂点を全探索的に求める. 求められた候補頂点のうち, 式(28)を満たす頂点が共通集合 $\mathcal{T}_R \cap \mathcal{T}_E$ の頂点である.