GST を応用した多段階加工工程におけるフローショップ型の
スケジューリング法に関する研究*李 彦 良^{*1}, 上 野 俊 夫^{*2}, 三 林 洋 介^{*2}A Study of Multi-Stage Flow-Shop Type Scheduling Method Applied
Group Scheduling TechniqueYann-liang LI^{*3}, Toshio UENO and Yousuke SANBAYASHI^{*3} Industrial Engineering, Kanagawa University,
3-27-1 Rokkakubashi, Kanagawa-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 221-8686 Japan

This study deals with the model of the flow shop of multi-stage machining process. It proposes the method of searching for the optimal scheduling of the machining process about this model. First, the method for the temporary scheduling is proposed by gathering the machining processes time of the multi-stage machining process to 2 temporary stages. Next, the optimal scheduling is calculated by confirming back and forth relation about 2 products from the temporary scheduling. According to compared between the proposed method and the conventional Branch and Bound method through the examples of numerical value computation, it is obvious that the proposed method is attained the optimal solution in the number of times which is much less than the conventional Branch and Bound method is attained.

Key Words: Scheduling, Johnson's Theory, Petrov's Theory, Group Scheduling Technique (GST)

1. は じ め に

複数の加工機械を持つ加工現場の生産活動を遂行するとき、生産計画に設定された品目ごとの時間割で進行することが計画と実際結果とのずれを最少にすることである⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽¹¹⁾。製品に要求された納期条件や加工時間の条件などに対して、様々なスケジューリング手法が提案されている。フローショップ型のスケジューリングではこれまでに2段階加工工程についてはジョンソンが提案したジョンソン理論式と工程間の時間条件を満たせば3段階加工工程に適用するジョンソン理論式があり⁽¹⁾⁽³⁾⁽⁴⁾、また、3段階以上の多段階加工工程の場合は Branch and Bound 法などにより最適加工スケジュールが求められている。特に一般的な多段階加工工程の解法である Branch and Bound 法はスケジューリングの規模が大きくなるにしたがって、Branching の数が非常に多くなるのでかなりの計算回数を要する。

そこで、本研究は従来の Branch and Bound 法よりもスケジューリングの計算回数が少なくなると考えられるペトロフの理論を基礎とした Group Scheduling

Technique(GST)⁽²⁾⁽¹⁰⁾を応用したスケジューリング法を提案するものである。

2. モデルの条件設定

本研究は多段階加工工程における最少な総加工期間となる最適加工順序を従来の Branch and Bound 法よりも少ない計算回数で求めるスケジューリング法の開発を目的としており、そのモデルの条件設定は次の通りである。

- 1) 3段階以上の多段階フローショップ型の加工工程である。
- 2) 各加工工程に置かれる加工機械台数は1台ずつである。
- 3) 各加工工程の加工品目は着手を始めると中断することは許さない。

尚、本研究が用いる記号の説明は以下の通りであり、総加工期間の構成を図1に示す通りである。

t_{ij} : i 加工工程 j 品目の加工作業時間

$i = 1, 2, 3, \dots, m$

$j = 1, 2, 3, \dots, n$

m : 加工工程数

n : 加工品目数

* 原稿受付 2001年3月30日。

^{*1} 正員, 神奈川大学大学院(〒221-8686 横浜市神奈川区六角橋3-27-1)。

^{*2} 正員, 神奈川大学工学部。

E-mail: li@pclab.ie.kanagawa-u.ac.jp

Fig. 1 The condition of the multi-stage machining process

X_{ij} : i 加工工程 j 番目の遊休時間

T_i : 第 i 工程の総加工期間

$T_i^{P_j, P_{j+1}}$: 第 i 加工工程における P_j 品目から P_{j+1} 品目までの完了所要期間

$H_i^{P_j, P_{j+1}}$: 第 i 加工工程における P_j 品目から P_{j+1} 品目の順序で遂行する場合 P_j 品目の前に遊休の有無の判別

3. GST を応用した多段階加工工程のスケジューリング理論

多段階加工工程の総加工期間は、最終加工工程において最初の加工工程の作業時間から開始し、 m 加工工程までの遊休時間 (X_{m1}) と m 加工工程 (最終加工工程) の所要時間から構成される (図 1)。したがって、総加工期間の構成は式 (1) のように与えることができる。

$$T_m = \sum_{j=1}^n X_{mj} + \sum_{j=1}^n t_{mj} \quad (1)$$

この式 (1) の値が最少となる順序を求める方法は従来では Branch and Bound 法が用いられているが、この手法はスケジューリング規模が大きくなる (品目数や工程数が大きくなる) にしたがって膨大な計算を必要とする^{(5) (6) (9)}。

そこで、本研究は Branch and Bound 法よりも計算回数が少ないスケジューリング法とし、ペトロフの理論を基礎としたグループスケジューリング法の考え方を応用した方法を以下のように提示する。

まず、ペトロフの理論を基礎とした GST の適用によって多段階加工工程を 2 段階加工工程にまとめ (式 (2))

てからジョソソソ理論式 (式 (3)) を用い、仮の順序を決定する。

$$\begin{cases} F_1 = (A_1, A_2, A_3, \dots, A_n) \\ F_2 = (B_1, B_2, B_3, \dots, B_n) \end{cases} \quad (2)$$

$$A_j = (t'_{1j}) = \sum_{i=1}^H \left(\sum_{j=1}^n t_{ij} \right) \quad (2.1)$$

$$B_j = (t'_{2j}) = \sum_{i=H'+1}^m \left(\sum_{j=1}^n t_{ij} \right) \quad (2.2)$$

加工工程数 m は偶数の場合:

$$H = \frac{m}{2}; H' = \frac{m}{2} + 1 \quad (2.3)$$

加工工程数 m は奇数の場合:

$$H = \frac{m+1}{2}; H' = \frac{m+1}{2} \quad (2.4)$$

F_i : 工程作業時間群

A_j : 第 1 工程作業時間群における品目時間

B_j : 第 2 工程作業時間群における品目時間

$$\min \{t'_{1j}, t'_{2j+1}\} \leq \min \{t'_{1j+1}, t'_{2j}\} \quad (3)$$

(j 品目は $j+1$ 品目に優先させる)

このとき式 (3) で求めた仮の加工順序の各加工品目に自由度を持たせ、第 1 加工品目から 2 品目ずつ繰り返し計算しながら加工順序を決定する。

いま、式 (3) で求めた仮の加工順序は次の通りであったとする。

$$P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$$

この順序から準最適加工スケジュールを決定するために、グループ分割を考慮しなければならない。本研究では、このグループ分割は第1番目の品目から順に2品目ずつ比較を行い、順序の優先関係を確認する。優先関係を確認するとき、この順序(式(3)で求めた仮の加工順序)と逆の結果が生じた場合については、必ず下位にある品目との比較を確認することが必要となる。

まず、 $P_1 \rightarrow P_2$ の順について各工程ごとの所要期間($T_i^{P_1, P_2}$)を求める(算出過程については図2に参照)。第1工程の所要期間は次式に示す通りである。

$$T_1^{P_1, P_2} = \sum_{j=P_1}^{P_2} (t_{1j}) \quad (4)$$

第2工程の所要期間は次式に示した前後工程の大小関係を判別する式 $H_2^{P_1, P_2}$ を用いて判別を行う。

$$\begin{aligned} H_2^{P_1, P_2} &= (X_{21} + t_{2P_1}) - T_1^{P_1, P_2} \\ &= (t_{1P_1} + t_{2P_1}) - T_1^{P_1, P_2} \end{aligned} \quad (5)$$

判別した結果について $H_2^{P_1, P_2} \geq 0$ のとき、

$$T_2^{P_1, P_2} = X_{21} + \sum_{j=P_1}^{P_2} (t_{2j}) \quad (6)$$

あるいは $H_2^{P_1, P_2} < 0$ のとき、

$$T_2^{P_1, P_2} = T_1^{P_1, P_2} + t_{2P_2} \quad (7)$$

第3工程の所要期間は次式に示した前後工程の大小関係を判別する式 $H_3^{P_1, P_2}$ を用いて判別を行う。

$$\begin{aligned} H_3^{P_1, P_2} &= (X_{31} + t_{3P_1}) - T_2^{P_1, P_2} \\ &= (t_{1P_1} + t_{2P_1} + t_{3P_1}) - T_2^{P_1, P_2} \end{aligned} \quad (8)$$

判別した結果について $H_3^{P_1, P_2} \geq 0$ のとき、

$$T_3^{P_1, P_2} = X_{31} + \sum_{j=P_1}^{P_2} (t_{3j}) \quad (9)$$

あるいは $H_m^{P_1, P_2} < 0$ のとき、

$$T_3^{P_1, P_2} = T_2^{P_1, P_2} + t_{3P_2} \quad (10)$$

そこで第*i*工程までの所要期間は上述した展開と同様な前後工程の大小関係を判別する式 $H_i^{P_1, P_2}$ を用いて判別を行う。

$$\begin{aligned} H_i^{P_1, P_2} &= (X_{i1} + t_{iP_1}) - T_{i-1}^{P_1, P_2} \\ &= \sum_{j=P_1}^i t_{iP_j} - T_{i-1}^{P_1, P_2} \end{aligned} \quad (11)$$

Fig. 2 The image for formulas (4)~(10)

判別した結果について $H_i^{P_1, P_2} \geq 0$ のとき、

$$T_i^{P_1, P_2} = X_{i1} + \sum_{j=P_1}^{P_2} (t_{ij}) \quad (12)$$

あるいは $H_i^{P_1, P_2} < 0$ のとき、

$$T_i^{P_1, P_2} = T_{i-1}^{P_1, P_2} + t_{iP_2} \quad (13)$$

ここで第*m*工程までの所要期間($T_m^{P_1, P_2}$)は次式の判別式によって、それぞれが求められる。

$$H_m^{P_1, P_2} = \sum_{i=1}^m (t_{iP_1}) - T_{m-1}^{P_1, P_2} \quad (14)$$

$H_m^{P_1, P_2} > 0$ のとき、

$$T_m^{P_1, P_2} = \sum_{i=1}^m (t_{iP_1}) + t_{mP_2} \quad (15)$$

$H_m^{P_1, P_2} \leq 0$ のとき、

$$T_m^{P_1, P_2} = T_{m-1}^{P_1, P_2} + t_{mP_2} \quad (16)$$

同様な計算プロセスを用いて $P_2 \rightarrow P_1$ に対する $T_m^{P_2, P_1}$ の所要期間を求める。 $T_m^{P_1, P_2} < T_m^{P_2, P_1}$ であれば、 P_1 は P_2 より先に加工すべきである。また、 P_2, P_3 についても同様に計算を行い、優先順序の確認をする。ここでの比較結果が逆の結果、すなわち $T_m^{P_2, P_3} > T_m^{P_3, P_2}$ であるとき、 P_3 は P_2 より先の加工になるが、ここで P_3 と先に確認された P_1 との優先関係を確認する必要がある。その確認結果について $T_m^{P_3, P_1} > T_m^{P_1, P_3}$ であるとき、 P_1 は P_3 より先の加工になるが、 $T_m^{P_1, P_3} > T_m^{P_3, P_1}$ であるとき、 P_3 は P_1 より先の加工になる。以下このような操作を逆転確認と呼ぶことにする。

上述した逆転確認の推移状態をまとめると次の通りになる。 P_1, P_2, P_3 品目に対して、 $T_m^{P_1, P_2} < T_m^{P_2, P_1}$,

$T_m^{P_2, P_3} > T_m^{P_3, P_2}$ の場合は次の組み合わせが考えられる。

$$\begin{cases} T_m^{P_1, P_3} < T_m^{P_3, P_1} & (a) \\ T_m^{P_1, P_3} > T_m^{P_3, P_1} & (b) \end{cases}$$

(a) であれば, P_1, P_3 の順序, (b) であれば, P_3, P_1 の順序となる. 説明の便宜上 P_1, P_3 の順序として暫定しておく. P_1 と P_3 の順序は暫定され, 次に P_2 と P_4 の逆転確認を行う.

$T_m^{P_2, P_4} < T_m^{P_4, P_2}$ であれば P_2, P_4 の順序と暫定し, ここまで決定された順序は P_1, P_3, P_2 である. さらに P_4 と P_5 の逆転確認を行い, $T_m^{P_4, P_5} > T_m^{P_5, P_4}$ と暫定する. P_5 は前に暫定された品目, P_4 は後の未確認品目 ($P_6, P_7, \dots, P_n$) との逆転確認を行う.

P_5 の確認について, 以下のように P_5 の順序を暫定する.

$$\begin{cases} \text{If } T_m^{P_2, P_5} < T_m^{P_5, P_2}, \text{ then } [P_2, P_5] \\ \text{If } T_m^{P_2, P_5} > T_m^{P_5, P_2}, T_m^{P_3, P_5} < T_m^{P_5, P_3}, \\ \quad \text{then } [P_3, P_5, P_2] \\ \text{If } T_m^{P_2, P_5} > T_m^{P_5, P_2}, T_m^{P_3, P_5} > T_m^{P_5, P_3}, \\ \quad T_m^{P_1, P_5} < T_m^{P_5, P_1}, \text{ then } [P_1, P_5, P_3, P_2] \\ \text{If } T_m^{P_2, P_5} > T_m^{P_5, P_2}, T_m^{P_3, P_5} > T_m^{P_5, P_3}, \\ \quad T_m^{P_1, P_5} > T_m^{P_5, P_1}, \text{ then } [P_5, P_1, P_3, P_2] \end{cases}$$

提案した仮の順序に対する各品目の逆転確認を行い, 順序の前後関係について確認操作を遂行する. 最後に各品目の先行関係に対して調べた結果を展開し, 多段階加工工程の最適加工スケジュールを求める過程が終了する.

以上の計算プロセスをフローチャートで示すと図 3, 4 の通りである.

図 3 と 4 を解説すると, 次の通りである.

《図 3 について》

式 (3) で順序付けられた相隣する 2 つの品目 P_j と P_{j+1} について $P_j \rightarrow P_{j+1}$ の場合と $P_{j+1} \rightarrow P_j$ の場合の所要期間を式 (14) から式 (16) を用いて計算し, どちらが小さいかを比較する.

- ① $T_m^{P_j, P_{j+1}} < T_m^{P_{j+1}, P_j}$ のときは P_j が ② に入り, P_{j+1} は元の P_{j+1} の場所に戻る.
- ①' $T_m^{P_j, P_{j+1}} > T_m^{P_{j+1}, P_j}$ のときは P_{j+1} が ② に入り, P_j は元の P_j の場所に戻る.
- ② 図 4(② の詳細) で説明する.
- ③ P_j 又は P_{j+1} の次に品目がない場合, 順序付けが終了し, ② において仮順序付けられたものが準最適順序付けとなる.

- ④ 次の品目がある場合, その品目 (P_{j+2}) について P_j の場所が空いている場合 P_j の場所に入れる.

Fig. 3 The flow chart of the optimal scheduling

Fig. 4 The flow chart to confirm reverse (② of Fig.3)

空いていない場合は P_{j+1} の場所に入れ、①又は①' → ② の手順を順序付けられる品目がなくなるまで続ける。

なお、が②に入る場合について図4に詳細する。
《図4について》

- ② P_j 又は P_{j+1} が ②' に入り、 j 番目の仮順序となる。
- ④ P_j 又は P_{j+1} のどちらかの品目の所要期間と式(3)で次に順序付けられた品目 (P_{j+2}) が図3の②に入った場合、その品目の所要期間との比較をする。
- ⑤ 式(3)により次に順序付けられる品目 P_{j+2} と j 番目に順序付けられる品目との所要期間を比較し、 j 番目の所要期間が小さい場合、その品目 (P_{j+2}) は図3の④へ行く。そうでない場合は⑤に進む。
- ⑥ その品目は $j-1$ 番目に順序付けられた品目との所要期間を比較し、 $j-1$ 番目の方が所要期間が小さい場合 ②' へ行く。そうでない場合は、その品目は $j-2$ 番目に順序付けられた品目の所要期間と比較する。
- ⑦ ⑥と同様な比較を行うことによってその品目 (P_{j+2}) の所要期間が P_{x-1} のそれより大きくなる場合は ②' へ行く。そうでない場合は⑥へ行く。
- ⑧ 最後にその品目 (P_{j+2}) の所要期間が P_x のそれよりも大きくなるところに行き尽く。そのときその品目は ②' へ行く。

3.1 多段階加工工程のスケジューリング手順

上記の理論展開をまとめると多段階の非同一加工工程のスケジューリング法の手順は次の通りとなる。

ステップ1: 多段階加工工程を二つの加工工程群に分ける (式2)。

ステップ2: 分けられた加工工程群について各加工品目の優先順序はジョンソン理論を用いて算出する (式3)。優先順序通りに加工品目を並び替えをする。(仮順序付け)

ステップ3: 式(3)でもとめた加工順序の第1加工品目から2品目ずつ繰り返し計算しながら加工順序を決定する (式(14)から式(16)および図3, 4を参照)。

ステップ4: それぞれ算出した優先順序にしたがい、各加工品目を並べる。(実際の準最適加工順序付け)

ステップ5: 展開された準最適加工スケジュールにしたがって加工期間を求める。

Table 1 Example of the numerical value example

Stages	Products				
	A	B	C	D	E
1 stage	167	158	275	201	140
2 stage	201	166	174	227	118
3 stage	162	275	175	296	256
4 stage	102	190	252	164	150
5 stage	268	244	164	274	172

Table 2 The time value in the temporary stage

Temporary Stages	Products				
	A	B	C	D	E
F_1	530	599	624	724	514
F_2	532	709	591	734	578
Schedule	2	3	5	4	1

Table 3 The temporary optimal scheduling

Priority No.	1	2	3	4	5
Products	E	A	B	D	C

4. 数値計算例による有効性の確認

提案するスケジューリング法の有効性についていくつかの数値例により以下のように確認した。

〈数値例の条件〉

- ・ 工程数と品目数：5 工程 5 品目
- ・ 各品目の各工程における加工時間：100~300 分の範囲内でランダムに設定
- ・ 数値例題数：40 回

以下において、今回行った中の一数値例を提案された手順にしたがって解説する。

ステップ1: 5 工程 5 品目 (表1) を二つの加工工程群 (F_1 , F_2) に分ける (表2)。

ステップ2: 二つの加工工程群 (F_1 , F_2) はジョンソン理論を用いて、仮の最適順序付けをする (表3)。

ステップ3: ステップ2で品目の加工順序にしたがって最初の加工品目 (F) から2品目ずつ加工の先行関係を調べる (表4)。

ステップ4: それぞれ算出した優先順序にしたがい実際の準最適加工順序に並べる (表5)。

ステップ5: 決定された準最適加工スケジュールにしたがって加工期間を求める。

以上のようにすべての数値例について算出した結果を表6に示す。

Table 6 The result of calculation by the numerical value example(5/5/ F/F_{max})

B & B			Propose			B & B			Propose			B & B			Propose		
Number of times			Number of times			Number of times			Number of times			Number of times			Number of times		
1	18	7	11	16	4	21	15	6	31	19	7						
2	42	6	12	24	4	22	15	7	32	15	4						
3	45	4	13	16	4	23	26	6	33	21	6						
4	24	6	14	16	5	24	21	5	34	21	5						
5	15	4	15	30	5	25	21	4	35	26	9						
6	15	4	16	16	7	26	15	4	36	23	6						
7	29	7	17	21	4	27	21	4	37	15	5						
8	15	4	18	24	4	28	26	5	38	27	4						
9	22	6	19	24	5	29	21	4	39	15	4						
10	36	5	20	16	6	30	26	4	40	19	5						

Table 4 The group generation and the precede relation

No.	Group	Result	Choice	Precede
(1)	EA	$T_5^{EA} < T_5^{AE}$	E	Ⓔ → A
(2)	AB	$T_5^{AB} < T_5^{BA}$	A	Ⓐ → B
(3)	BD	$T_5^{BD} < T_5^{DB}$	B	Ⓑ → D
(4)	DC	$T_5^{DC} < T_5^{CD}$	D	Ⓓ → Ⓒ
ending of comparison				

Table 5 The optimal scheduling

Priority No.	1	2	3	4	5
Products	E	A	B	D	C
F_{max}	$T_5 = 1786$				

5. 結果および考察

従来の Branch and Bound 法を用いて多段階加工工程のスケジューリングを求める場合、第一加工品目の決定をするとき、本例題の場合は5通りの計算を行わなければならない。更に全体の加工スケジュールの算出は最大75回(1品目つき15節点、節点ごと5回)の計算を行わなければならない。今回の例では平均20回前後の計算回数を要した。

それに対して本提案方式では加工工程を二つ加工工程群に分けた後加工品目の優先順序を1回で算出し、それらの加工品目に対してグループ分けをする。各グループ内の加工品目を2品目に収めることで、2品目 m 工程の順序付けをするので、その計算法が容易となり、計算回数もかなり低減することができる。本例題の所要計算回数は平均5回前後の回数で求めることができた。

そこで、提案する逆転確認の手法で加工スケジュー

Table 7 Example of the numerical value example (2)

Stages	Products				
	A	B	C	D	E
1 stage	286	149	150	257	183
2 stage	260	201	238	122	205
3 stage	193	280	209	115	152
4 stage	118	153	217	103	129
5 stage	167	225	235	263	207
6 stage	143	145	293	283	236
7 stage	243	298	220	286	107
8 stage	141	122	174	153	116

Stages	F	G	H	I	J
1 stage	177	274	210	102	118
2 stage	119	232	228	219	128
3 stage	271	293	275	265	220
4 stage	253	134	199	115	102
5 stage	110	144	136	263	129
6 stage	173	284	274	234	162
7 stage	172	150	133	167	286
8 stage	243	198	235	201	102

Table 8 The optimal scheduling(2)

Priority No.	1	2	3	4	5	6	7
Products	C	D	I	B	F	H	G
Priority No.	8	9	10	$/F_{max}/step$			
Products	A	E	J	$T_8 = 3646/21$			

ルを算出する回数について、最小計算回数は $(n-1)$ 回、最大計算回数は $n(n-1)/2$ 回の計算量によって算出することが可能である。一方、Branch and Bound 法の場合は最小計算回数は $(n+2)(n-1)/2$ 回、最大

計算回数は $n(n-1) + n(n-1)(n-2) + n(n-1)(n-2) + \dots + n(n-1)(n-2) \dots 3 \cdot 2$ 回の計算が必要となる⁽⁶⁾.

なお、本例題ではあまり規模が大きくないので、従来の Branch and Bound 法でもそれほど計算回数が多いわけではないが、この規模を大きくして 8 工程 10 品目 (表 7) にした例題で行ってみると、算出したスケジュールは表 8 の通りであり、従来の Branch and Bound 法で 120 回前後のステップ数が、本提案方式では 20 回前後となり、従来の方式の計算回数が顕著に多くなってくる事がわかる。本提案方式の Branch and Bound 法に対する計算回数の低減効果は、本数値計算例の結果、平均 75 % 低減 (Branch and Bound 法の 1/4 に低減) することがわかった。

6. 結 論

ペトロフの理論を基礎としたグループスケジューリング法の考え方を適用した多段階加工工程 (3 段階以上) におけるスケジューリング法および準最適加工順序を求める手順として、多段階加工工程を 2 段階に集約し、仮順序付けにした後もとの多段階にもどして 2 品目ずつその優先関係を図 3, 4 の計算手順によって決定するという方法を提案することができた。Branch and Bound 法は陰伏的列挙法の 1 種であり、組合せ論的問題に対する求解手順を減少する手法である。この手法の特徴は分岐手続き及び限界手続きによって最小遂行可能な組み合わせを算出する。本研究の提案手法ではヒューリスティックな最少総加工期間である近似解 (ペトロフの理論 (式 (2)~(3))) に基づき、その解における逆転確認の遂行によって品目間の最少所要期間の組合せを決定して行き、最終的に最少総加工期間になる組合せを決定するものである。例え、常に提案方式の最大計算回数を経て加工スケジュールを得たとしても、

Branch and Bound 法の最小計算回数 $(n+2)(n-1)/2$ 回よりも迅速にスケジュールを決定することができ、この提案方式によるスケジューリングの結果は従来の Branch and Bound 法に比べて、その計算回数を大きく低減する効果をいくつかの数値計算例より明らかにすることができた。

References

- (1) 関根智明監訳：スケジューリングの理論，日刊工業新聞社，pp.13-15,113-147,(1971)
- (2) 人見勝人：新・生産管理工学—理論・アルゴリズム・例解—，コロナ社，pp.135-163,(1997)
- (3) 関根智明監訳：インダストリアルスケジューリング，竹内書店，pp.1-40,(1966)
- (4) John F. Muth and Gerald L. Thompson : "Industrial Scheduling", pp.13~20, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, (1963)
- (5) 村松林太郎：新版 生産管理の基礎，国元書房，pp.59-300(1979)
- (6) 鍋島一郎：スケジューリング理論・数学ライブラリー 37，森北出版株式会社，pp.99-186,(1974)
- (7) 橋本文雄，帆足辰雄，黒澤俊郎，加藤清：新編生産管理システム，共立出版株式会社，pp.91-112,(1996)
- (8) Jay Heizer and Barry Render: "Production and Operations Management", 3rd ed, pp.650~660, Allyn and Bacon, Boston, (1993)
- (9) 李彦良，上野俊夫，三林洋介：「多段階加工工程の各段取が前加工工程と並列的に遂行可能なスケジューリング法とその有効性に関する研究」，日本経営工学会平成 11 年度春季研究大会予稿集，pp.215-216, 1999 .
- (10) V. S. Tanaev, Y. N. Sotskov and V. A. Strusevich: "Scheduling Theory. Multi-Stage System", pp.30~127, Kluwer Academic Publishers, Boston, (1994)
- (11) James G. C. and Norris W. E.: "Gaining Control, Capacity Management and Scheduling," John Wiley & Sons, Inc. (1990)