すぐばかさ歯車の回転伝達特性に関する研究*

専 徳 博 文^{*1}, 伊 藤 智 庸^{*2}

Study on Transmission Error of Straight Bevel Gears

Hirofumi SENTOKU^{*3} and Tomonobu ITOU^{*3} Yamaguchi University, Dept. of Mechanical Engineering,
2-16-1 Tokiwadai, Ube-shi, Yamaguchi, 755-8611 Japan

Because both gears shafts of a bevel gear cross unlike a cylindrical gear and one of them is largely cantilever, bevel gears are easily influenced by the deflection of gear shafts and bearings. Those have great influence on the transmission error which is related to the vibration and noise. Therefore, in considering the deflection of the gear shafts and bearings, obtaining the transmission error of bevel gears is very important for the design. In this report, the transmission error were calculated, when gear shafts were supported by two bearings. These calculated values were compared with the transmission error which was calculated without the deflection of the gear shafts and bearings.

Key Words: Gear, Bevel Gear, Transmission Error, Deflection of Gear Shafts, Bearing, Gleason Tooth

1. 緒言

すぐばかさ歯車は円筒歯車と異なり、二つの歯車軸が交差しているため、頂点のずれによる組立誤差により歯当たりが変化し片当たりが生じ易い。また、かさ歯車は一方の歯車軸を片持ち支持にするため、歯車軸および軸受のたわみの影響を受け易い。そのため、これらはすぐばかさ歯車の回転伝達誤差に影響を及ぼし、振動・騒音に関係してくる。したがって、かさ歯車の歯車軸および軸受のたわみを考慮して、回転伝達誤差を求めることはかさ歯車の振動・騒音を含む設計を行う上で非常に重要である。しかしながら、現在ではかさ歯車の歯車軸・軸受をも考慮して回転伝達誤差を求めた研究は見当たらない。

そこで、本研究では、すぐばかさ歯車の歯の曲げおよび近寄りのたわみ影響関数を含む積分方程式を基に、まず、歯のたわみのみを考慮した場合での回転伝達誤差を求め、さらに歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合でのそれを求めて比較・検討し、歯車軸・軸受のたわみの影響を調べた。

さらに、歯のたわみのみを考慮した場合および歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合における回転伝達誤差の伝達トルクによる影響を検討した。

次に、本計算方法の妥当性を確認するために、かさ歯車の負荷かみあい試験機を使用して、回転伝達誤差をロータリーエンコーダで実測し、それを本計算方法により求めた回転伝達誤差とを比較・検討した。

2. 回転伝達誤差計算方法

2.1 歯のたわみのみを考慮した場合

まず、歯のたわみのみを考慮した場合、図1に示すように駆動歯車の回転角 ϕ での被動歯車の遅れ回

Fig.1 Load distribution on contact line

* 原稿受付 2001年5月25日。

^{*1} 正員, 山口大学工学部(〒755-8611 宇部市常盤台2-16-1)。^{*2} 山口大学大学院。

E-mail: sentoku@yamaguchi-u.ac.jp

転角度を $\Delta\phi$ 、接触線の長さを L 、接触線上の荷重分布を P_n 、歯の中央平面に垂直な方向の曲げたわみ影響関数を k_b 、歯面の接触による近寄りの影響関数を k_c とすると、接触線上での各位置における歯面に垂直な方向の遅れ量は、 n 対の歯が同時にかみあうとすると、次式で表すことができる。

$$\int_0^L k_b(r_i, \theta_i, R_i, \Theta_i) p_m(\xi_i) \cos^2 \theta_{Ri}(\xi_i) \cos^2 \theta_{Ti}(\xi_i) d\xi_i + k_c(r_i, \theta_i) p_m(r_i) = \Delta\phi r_i \sin \delta_g - E_T(r_i) \dots (1)$$

$(i : i \text{ 番目の歯対を表す。} i=1, 2, \dots, n)$

ここで、 ξ は接触線の内端を原点とした接触線上の座標、 (r, θ) 、 (R, Θ) は接触線上の各点を歯の中央平面に置き換えたものであり、前者が計算点、後者が荷重点である。なお、 r および R はかさ歯車の頂点からの距離を、 θ および Θ は歯先から歯たけ方向の角度を、 δ_g は作用平面と接する基礎円錐の基礎円錐角である。また、 k_b および k_c は既報⁽⁴⁾で求めたたわみ影響関数の近似式を用いた。 E_T はグリーンソン歯形⁽²⁾の球面インボリュート歯形からのずれ量を示す。なお、このずれ量の求め方は文献⁽³⁾に詳述している。また、このグリーンソン理論歯形は既報⁽⁴⁾により、実際に歯切りされたグリーンソン歯形とほぼ同程度であることを確認している。式(1)の連立方程式を、与えた伝達トルクの下に荷重分布 P_n が一定になるまで繰り返し解き、一定になった際の遅れ角 $\Delta\phi$ を求め、各回転角 ϕ における回転伝達誤差を求めた。

2.2 歯、歯車軸および軸受のたわみを考慮した場合

歯・歯車軸・軸受のたわみの影響を考慮した場合での接触線上での各位置における歯面に垂直な方向の遅れ量は、式(1)に歯車軸のたわみ影響関数 k_s と、軸受の変位 δ_T を加えた次式で表すことができる。

$$\int_0^L \{k_b(r_i, \theta_i, R_i, \Theta_i) \cos^2 \theta_{Ri}(\xi_i) \cos^2 \theta_{Ti}(\xi_i) + k_s(X_i, x_i) \cos^2 \beta_{gi}\} \cdot p_m(\xi_i) d\xi_i + k_c(r_i, \theta_i) \times p_m(r_i) = \Delta\phi r_i \sin \delta_g - E_T(r_i) - \delta_T \dots (2)$$

$(i : i \text{ 番目の歯対を表す。} i=1, 2, \dots, n)$

ここで、 k_s は既報⁽⁵⁾で求めた歯車軸のたわみ影

Fig.2 Assembly error

響関数を用い、 δ_T は Hertz の弾性接触理論に基づく軸受のたわみより与えた。これらの詳細な計算方法は既報⁽⁵⁾に示す。2.1で記述したと同様な方法で回転伝達誤差を求めた。

さらに、組立誤差をも与えて、上述の計算を行ったが、その際に被動歯車軸、駆動歯車軸をそれぞれ Y 軸、Z 軸、それらに垂直な方向を X 軸とし、X、Y 軸方向の組立誤差量を図2に示すようにそれぞれ f_x 、 f_y とした⁽⁶⁾。また、Z 軸方向の組立誤差量 f_z は図2に示す被動歯車の背面側に向かう方向を正とした。

3. 歯面荷重分布および回転伝達誤差計算結果

図3は歯のたわみのみを考慮した場合での歯面荷重分布と回転伝達誤差の計算結果を、図4は歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合でのそれらを示す。なお、図3、4は組立誤差 f_x の場合を示す。また、本計算に使用したすぐばかさ歯車はモジュール $m=6$ 、被動・駆動歯車の歯数 $Z_1=Z_2=20$ 、歯幅 $B=30\text{mm}$ 、軸角 $\Sigma=90^\circ$ である。歯車軸および軸受の寸法、軸受の剛性は既報⁽⁵⁾と同様なものを使用した。また、伝達トルク $T=161\text{N}\cdot\text{m}$ を与えた図3、4の(a)、(b)のそれぞれ縦軸、横軸はピッチ点を0とした駆動軸の回転角を示す。また、図3、4(a)の横軸は内端からの距離を、(b)の縦軸は回転伝達誤差を示し、マイナス側が駆動歯車に対する被動歯車の遅れを、プラス側が進みを示す。また、(a)の右端に示すように、荷重 P_n の大きさを濃淡で表し、それらに従って、各荷重分布の大きさを等高線で示す。図3(a)からわかるように歯のたわみのみを考慮した場合での荷重分布は $f_x=0$ の

Fig.3 Load distribution and transmission error
(Without deflections of shafts and bearings)
(Assembly error: X direction)

Fig.4 Load distribution and transmission error
(With deflections of shafts and bearings)
(Assembly error: X direction)

場合に対し、 $f_x = -0.1\text{mm}$ の場合では外端側へ、 $f_x = 0.1\text{mm}$ の場合では内端側へ移動する。それに対して、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合にはいずれの組立誤差においても外端側へ偏るが、組立誤差による荷重分布の偏りへの影響は歯のたわみのみを考慮した場合よりも小さい。 $f_x = 0.1\text{mm}$ の場合、かみあい始めとかみあい終わり付近で歯の内端側ま

で荷重が分布する。また、組立誤差のいずれにおいても1組かみあい域で荷重が急激に増加する。

次に、図3、4(b)からわかるように歯のたわみのみを考慮した場合には回転伝達誤差波形はサイン波に近い波形を示すが、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合でのそれは、矩形波に近い波形を示す。また、回転伝達誤差波形が急激に変化する矩形波の不連続点により1組および2組かみあい域が明瞭に現れ、図3(b)の場合で2組かみあい域がわずかであるのに対し、図4(b)の場合ではかなり広い領域となっている。図3、4(b)からわかるようにの歯のたわみのみを考慮した場合、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合ともに、組立誤差が増加するとともに回転伝達誤差波形は進み側に移動するが、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合には各組立誤差に対して全て遅れ側にある。次に、図5は歯のたわみのみを考慮した場合と歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合のかみあい率を上述の荷重分布、回転伝達誤差波形より求め、示

Fig.5 Contact ratio

Fig.6 Variation of transmission error

す。図 5(a), (b), (c)はそれぞれ X、Y、Z 方向に組立誤差を与えた場合を示す。図 5 の縦軸はかみあい率を、横軸は組立誤差量を示す。図 5 からわかるように X、Y、Z 方向の組立誤差のいずれにおいても歯のたわみのみを考慮した場合でかみあい率が 1.1 前後に対して、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合には 1.6 付近となり、大きくなっている。組立誤差方向のいずれにおいても正規の組立状態 ($f_x = f_y = f_z = 0$) に対して、組立誤差があると歯のたわみのみを考慮した場合にはわずかに増加する。それに対して、歯、歯車軸および軸受のたわみを考慮した場合には非常にわずかに減少するものの、各組立誤差方向にほとんど影響されない。

図 6 は図 3、4 の回転伝達誤差波形から求めた変動幅を示す。図 6 の縦軸は回転伝達誤差の変動幅を、横軸は組立誤差量を示す。図 6(a), (b), (c)は組立誤差の各方向について示す。図 6 からわかるように組立誤差のいずれの方向においても歯のたわみのみを考慮した場合が歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合に比べて回転伝達誤差の変動幅は大きい。

また、歯のたわみのみを考慮する場合、正規の組立状態に対し、組立誤差があると回転伝達誤差は減少する傾向がある。X 軸方向では正、負の組立誤差において、Y、Z 軸方向ではそれぞれ負の組立誤差、正のそれで減少する。これは、組立誤差量を大きくすると、図 3(a)に示すように荷重分布が偏り、歯のたわみが大きくなり、2 組かみあい域が広がるためと思われる。各組立誤差方向で上述のように回転伝達誤差の減少程度が異なるのは各方向で組立誤差に対して荷重分布の偏りの程度が異なるためと考えられる。それに対し、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合には逆に組立誤差が X 軸方向で負になると回転伝達誤差が増加する。これは、図 4(a)からわかるように $f_x = -0.1\text{mm}$ において荷重分布が外端側へ強く偏り、歯・歯車軸・軸受のたわみが大きくなり、1 組かみあい域と 2 組かみあい域におけるそれらのたわみの差が大きくなったためと考えられる。また、Y、Z 軸方向ではそれぞれ負の組立誤差、正のそれで増加する。これは、図は省略するが、Y、Z 軸方向の組立誤差がそれぞれ負、正において荷重分布が外端側へ強く偏ることを確認しており、このためと考えられる。

4 回転伝達誤差の伝達トルクによる影響

回転伝達誤差の伝達トルクによる影響を検討するため、歯のたわみのみを考慮した場合および歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合の両者において、伝達トルクを $T=0\text{ N}\cdot\text{m}$ から $202\text{ N}\cdot\text{m}$ まで約 $20\text{ N}\cdot\text{m}$ ずつ増加させて、計算を行った。なお、この場合、組立誤差を与えず、正規の組立状態とした。図 7 は歯のたわみのみを考慮した場合の計算結果であり、伝達トルクの増加に伴い、2 組かみあい域が徐々に広くなり、遅れ量はわずかに増加するのがわかる。それに対し、図 8 は歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合の計算結果である。図 7、8 からわかるように歯のたわみのみを考慮した場合よりも歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合の方が伝達トルクによる影響が大きい。 $T=101\text{ N}\cdot\text{m}$ まではピッチ点から歯先あるいは歯元にかけて球面インボリュート歯形が大きくずれるグリーソン歯形の影響であると考えられ、それ以降は 1 組かみあい域での歯・歯車軸・軸受のたわみが 2 組かみあい域でのそれらよりも大きくなるためと考えられる。伝達トルクを増加させると回転伝達誤差の波形は徐々に変化していることがわかる。また、伝達トルクの増加に伴い、2 組かみあい域が歯のたわみのみを

Fig.7 Effect of torque on transmission error
(Without deflections of shafts and bearings)

Fig.8 Effect of torque on transmission error
(With deflections of shafts and bearings)

考慮した場合と比べ、かなり広がるのがわかる。

図9は伝達トルクに対する歯のたわみのみを考慮した場合および歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合でのかみあい率を示す。図9からわかるように歯のたわみのみを考慮した場合には伝達トルクの増加とともにゆるやかに増加するのに対し、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合には伝達トルクの増加とともに急激に増加するが $T=121\text{N}\cdot\text{m}$ 以降ではほぼ一定となる。

Fig.9 Effect of torque on contact ratio

Fig.10 Effect of torque on transmission error

図10は伝達トルクに対する回転伝達誤差の変動幅を示す。図10からわかるように歯のたわみのみを考慮した場合には伝達トルクの増加とともにゆるやかに減少するのに対し、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合には伝達トルクの増加とともに急激に減少するが $T=121\text{N}\cdot\text{m}$ 以降では逆に増加する。これは、図8からわかるように1組かみあい域での歯・歯車軸・軸受のたわみと2組かみあい域でのそれらの差が伝達トルクの増加とともに大きくなったものと考えられる。

5. 回転伝達誤差計算方法の妥当性の検証

本計算方法の妥当性を検証するために回転伝達誤差の実測を行い、その実測結果と本計算方法による計算結果とを比較・検討した。実験装置および実験方法について以下に述べる。

図11は実験装置の系統図を示す。図11に示すように、実験装置は剛性の大きい2個の軸受台①と②、歯車軸③と④、それらを支持する円すいころ軸受⑩、駆動歯車⑤と従動歯車⑥、ロータリーエンコーダ⑪、プーリー⑦、ラプフレックスカップリング⑧、減速機付きモーター⑨から構成されている。実験で使用する歯車は上述と同様に歯数 $Z=20$ 、モジュール $m=6$ 、歯幅 $B=30\text{mm}$ のマイタかさ歯車である。まず、伝達トルク $T=2\text{N}\cdot\text{m}$ の無負荷に近い状態で引張側歯元応力が一様になるように組み付けた後、伝達トルク $T=21\text{N}\cdot\text{m}$ を与え、回転数約 0.1rpm で 72000pulse/rot のマイクロテックラボラトリー製のロータリーエンコーダ⑪を用いて回転伝達誤差を測定した。それぞれの歯車の回転角は出力パルス数に比例するので、回転伝達誤差は次式で表すことができる。

Fig. 11 Testing machine

$$\Delta\phi = 2\pi \frac{N_1 - iN_2}{N_{all}} \quad \dots (3)$$

ここで,

$\Delta\phi$: 回転伝達誤差

i : 歯数比

N_1 : 駆動歯車側の累積パルス数

N_2 : 被動歯車側の累積パルス数

N_{all} : 総パルス数/回転

測定した出力パルスを式(3)に代入し回転伝達誤差を算出した。図12に正規の組立状態での3ピッチ分の回転伝達誤差波形を平均した実測値および計算値を示す。なお、回転伝達誤差波の変動幅について比較することを重視するため、図12に示すように各回転伝達誤差波のピーク位置を一致させて描いている。図12からわかるように、回転伝達誤差の波形は、歯のたわみのみを考慮した場合よりも歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合の方が実験結果と良い近似を示している。また、この際の変動幅の実測値が 5.530×10^{-4} (rad) に対し、歯のたわみのみを考慮した場合で 9.360×10^{-4} (rad)、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合で 6.180×10^{-4} (rad) であり、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合の方が実測値により近い値となる。したがって、本計算方法の妥当性を確認できるとともに、すぐばかさ歯車の回転伝達誤差を検討して設計する場合、歯のたわみのみでなく、歯車軸・軸受のたわみも考慮しなければならないことがわかる。

6 結言

Fig. 12 Comparison of experimental results with calculated results of tooth root stress

本研究では、歯のたわみのみを考慮した場合および歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合でのグリーンソン式すぐばかさ歯車の回転伝達誤差を計算し、組立誤差、伝達トルクによる影響について検討した。また、妥当性を検証するため実験結果と計算結果を比較・検討した。その結果、以下の結言を得た。

(1) 回転伝達誤差の変動幅は、歯・歯車軸・受のたわみを考慮した場合の方が、歯のたわみのみを考慮した場合よりも小さい。また、組立誤差がある場合では、歯のたわみのみを考慮した場合での回転伝達誤差の変動幅が正規の組立状態でのそれよりも小さくなるのに対し、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合では大きくなる。

(2) 歯のたわみのみを考慮した場合、伝達トルクの増加に伴い、回転伝達誤差の変動幅はわずかに小さくなる。それに対し、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合では、伝達トルクの増加に対して急激に小さくなるが、さらに伝達トルクを増加すると急激に大きくなり、回転伝達誤差の変動幅は伝達トルクに対して極小値を有する。

(3) 回転伝達誤差を比較的小伝達トルクの下で求めた実測値と計算値を比較した結果、歯・歯車軸・軸受のたわみを考慮した場合において両者は良い近似を示した。したがって、部分的ではあるものの本計算方法の妥当性を確認できるとともに、すぐばかさ歯車の回転伝達誤差を考慮した設計において歯のたわみのみでなく、歯車軸・軸受のたわみの影響をも考慮しなければならないことがわかった。

参考文献

- 1) 専徳博文・他1名、かさ歯車の歯のたわみ影響関数およびその近似式、機論、60-569, C(1994), 268-273
- 2) 仙波正荘、歯車(第7巻)、日刊工業新聞社、1968, 2492.

- 3) 専徳博文・他1名, かさ歯車の荷重分布および
歯元応力, 機論, 60-580, C(1994), 319-323
 - 4) 寺内喜男・他3名, かさ歯車の歯当たりに関する
研究, 機論, 51-468, C(1985), 2034-2041
 - 5) 専徳博文・他1名, かさ歯車の荷重分布および
歯元応力(歯車軸および軸受のたわみの影
響), 設計工学, 34-5, 1999, 158-163
 - 6) 専徳博文・他1名, かさ歯車の荷重分布および
歯元応力に及ぼす組立誤差の影響, 機論, 62-
597, C(1996), 1984-1989
-