液体で部分的に満たされたアングルプライ積層 同心二重円筒殻の自由振動*

岡崎 勝利^{*1}, 谷 順二^{*2}, 菅野 幹男^{*1}

Free Vibrations of a Laminated Composite Coaxial Circular Cylindrical Shell Partially Filled with Liquid

Katsutoshi OKAZAKI^{*3}, Junji TANI and Mikio SUGANO

^{*3} Department of Mechanical Systems Engineering, Yamagata University,
4-3-16 Jonan, Yonezawa-shi, Yamagata, 992-8510 Japan

Free vibration of coaxial cylindrical shell made of the angle ply laminated of CFRP partially filled with liquid is analyzed by means of finite element method (FEM) using isoparametric elements. Liquid is assumed to be incompressible and inviscid. The theory is constituted for a coaxial cylindrical shell consisting of multiple walls, and is applied to the numerical calculation in the case of double walls. Bulging in the shell is simulated by FEM in the range of circumferential wave number $n \geq 1$, and boundary condition on the free liquid surface is taken into consideration. The ply-angle of the laminated composite, the stored liquid level between outer and inner shells, and the circumferential wave number are chosen as parameters to investigate their effects on the natural frequency and the mode of vibration in the shell. The maximum value appears in the frequency vs. ply-angle diagram for any mode of vibration. It is also shown that hydrodynamic pressure from the stored liquid significantly affects frequencies and modes of the system.

Key Words : Free Vibration, FEM, Bulging, Composite, CFRP, Angle-Ply, Laminated Shell, Coaxial Cylindrical Shell

1. 緒 言

近年、航空宇宙空間での輸送コスト低減のために、使い捨て型宇宙輸送機から完全再使用型宇宙輸送機へと切り換える研究がはじまった。そのためには構造部材として、もっとも大きな容積と重量を占める構造物である極低温推進薬タンクの一層の軽量化を図ることが重要要件である。現在のアルミニウム合金材に代わる材料として、炭素繊維強化プラスチック材(CFRP材)製のタンクの開発が試みられており、最近、それら構造物の低温域における強度についての研究がなされている⁽¹⁾。タンクは内部に液体酸素と液体水素が注入される構造である。

積層複合円筒殻の動的現象に関するこれまでの研究例⁽²⁾⁻⁽⁵⁾は、単一積層複合円筒殻の内部が空の容器についての研究がほとんどであり、液体を入れた場合の振動挙動に関する研究は見当たらない。前報⁽⁶⁾で、著者らは単一積層円筒殻に液体を注入した場合の自由振

動について報告し、積層法が振動挙動に影響を及ぼす重要因子であることを明らかにした。

等方性材料で製作した単一円筒タンクに液体を注入した状態の振動挙動について動的解析を行った報告は多い。また、同心二重円筒殻の殻壁間に液体を入れたときの動的応答についての報告⁽⁷⁾⁻⁽¹²⁾も数多くなされている。しかし、多重円筒タンクの振動解析は少なく、同心三重円筒タンク内に液体を入れた場合の地震応答に関する報告⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾が見られるだけである。

積層複合材製の同心二重円筒殻に液体を入れたときの振動現象については、まだ明らかにされていない。燃料タンクのような構造物の振動解析結果は、ロケットの発射時、飛行時に起こる振動を制御するためにも必要な基礎データである。液体を注入した本材料の二重円筒殻に関する振動解析は、構造物の軽量化を図るうえで、実用的にも重要である。

本研究では、液体の注入した炭素繊維強化プラスチック積層複合材製の同心二重円筒殻の自由振動について解析を行った。理論解析は殻を多重同心円筒殻と考えて扱い、数値計算を二重同心円筒殻について行った。解析は、前報⁽⁶⁾と同様、円筒殻の積層をすべて2層アングルプライとして実施した。ここでは、殻壁の運動が主となるバルジングタイプの振動⁽¹²⁾を中心に

* 原稿受付 2001年7月25日。

^{*1} 正員、山形大学工学部(〒992-8510 米沢市城南4-3-16)。

^{*2} 正員、東北大学流体科学研究所(〒980-8577 仙台市青葉区片平2-1-1)。

E-mail: ko@yz.yamagata-u.ac.jp

調べ、円周方向波数 $n \geq 1$ の範囲について数値計算を行った。また、積層角度、液位、円筒殻の円周方向波数等が振動数と振動モードへ及ぼす影響について調べた。

2. 構成式と運動方程式

2.1 ひずみと応力 図1に示すように、積層複合同心多重円筒殻(K 個の同心円筒殻でできている)内を液体で部分的に満たした場合の自由振動について考える。各円筒殻の境界条件を上端自由、下端固定とし、円筒殻底板を剛体平板とする。円筒殻を内側から順に、番号 $1, 2, \dots, k, \dots, K$ を付記して識別する。密度を $\rho_s^{(1)}, \rho_s^{(2)}, \dots, \rho_s^{(K)}$ 、半径を $R_1, R_2, \dots, R_K$ 、高さを $L_1, L_2, \dots, L_K$ 、板厚を $h_1, h_2, \dots, h_K$ とする。殻 k の内側および殻 k と $k+1$ の間に入っている液体領域の番号をそれぞれ $k, k+1$ とし、密度を $\rho_f^{(1)}, \rho_f^{(2)}, \dots, \rho_f^{(K)}$ 、深さを $H_1, H_2, \dots, H_K$ とする。以下のひずみと応力関係の記述は、著者らが前報⁽⁶⁾で用いた1個の積層複合同心円筒殻に対する解析方法である。円筒座標系軸を r, θ, z とし、各軸方向の変位をそれぞれ u, v, w とすると、その積層複合同心円筒殻の任意点でのひずみは次式によって与えられる。

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\epsilon_{\theta z} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (4)$$

Fig. 1 Symbols used in cylindrical coordinate system

$$\epsilon_{zr} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\epsilon_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \quad \dots\dots\dots (6)$$

図2に示すような全体座標 (r, θ, z) と局所座標 (r', θ', z') 間の座標変換関係より、上記ひずみ成分は局所座標との関係として次式のように表記できる。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{r'r'} \\ \epsilon_{\theta'\theta'} \\ \epsilon_{\theta'z'} \\ \epsilon_{z'r'} \\ \epsilon_{r'\theta'} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \epsilon_{rr} \\ \epsilon_{\theta\theta} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{\theta z} \\ \epsilon_{zr} \\ \epsilon_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $[T]$ は座標変換マトリックスである⁽⁶⁾⁽¹⁵⁾。

1 個の積層円筒殻のラミナ(層)総数を J とし、 j 番め層の縦弾性係数を $(E_1, E_2)_j$ 、横弾性係数を $(G_{12}, G_{23}, G_{31})_j$ 、ポアソン比を $(\nu_{12})_j$ とする。

図3にラミナと全体座標系の関係を示す。 z 軸を基準にして時計方向に各ラミナのなす角度をそれぞれ $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_j, \dots, \phi_J$ とする。 j 番め層の応力 σ_j とひずみ ϵ_j の関係は、局所座標を用いて、次式のように記述できる。

Fig. 2 Global coordinate and local coordinate

Fig. 3 Coordinate system of j -th coordinate

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{r'r'} \\ \sigma_{\theta'\theta'} \\ \sigma_{r'\theta'} \\ \sigma_{\theta'z'} \\ \sigma_{z'r'} \end{Bmatrix}_j = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & Q_{26} \\ 0 & 0 & Q_{44} & Q_{45} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{54} & Q_{55} & 0 \\ Q_{16} & Q_{62} & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}_j \begin{Bmatrix} \epsilon_{r'r'} \\ \epsilon_{\theta'\theta'} \\ \epsilon_{r'\theta'} \\ \epsilon_{\theta'z'} \\ \epsilon_{z'r'} \end{Bmatrix}_j \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $\{Q_{11}\}_j \dots \{Q_{66}\}_j$ は、各ラミナの材料主軸 1, 2 方向の縦弾性係数、横弾性係数、ポアソン比、および配向角によって決定される各ラミナの弾性定数である⁽¹⁶⁾。

以上が 1 個の積層複合円筒殻の構成式である。この考え方を液体を注入した同心多重円筒殻の振動解析に適用するため、本論文では円筒殻と液体領域の数を K 個として、それぞれについての運動方程式、境界条件を考えた。

2.2 円筒殻 各積層複合円筒殻の運動方程式は次式によって与えられる。

$$\sigma_{m,l}^{(k)} = \rho_s^{(k)} \ddot{u}_l^{(k)} \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 m と l は座標軸 r, θ, z の組合せを、また、 k はそれぞれの番号の殻領域と液体領域内を意味する(以下同様)。ここで、コンマに後続する添字はその添字による微分を表す。

2.3 内部液体 本研究では、液体を非圧縮性かつ非粘性と考え、液体の運動を渦なし運動と仮定する。 k 番めの液体領域の速度ポテンシャル $\phi^{(k)}$ を導入することにより、運動方程式は次式で与えられる。

$$\rho_f^{(k)} \nabla^2 \phi^{(k)} = 0 \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 ∇^2 は Laplace 演算子である。

2.4 自由表面 自由表面の微小変位 $\eta_i^{(k)}$ は、速度ポテンシャルを $\phi^{(k)}$ とすると、ベルヌーイの式を線形化することにより、次のように表すことができる。

$$\eta_i^{(k)} = -\frac{1}{g} \dot{\phi}^{(k)} \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 g は重力加速度である。

2.5 境界条件 外向き単位法線ベクトルを k 番め領域の液体に対して $n_{fi}^{(k)}$ 、 k 番めの円筒殻に対して $n_{si}^{(k)}$ と表すと、液体と円筒殻底面および円筒殻壁が接する面での境界条件は以下のようになる。

$$\frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial n_{fi}^{(k)}} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$n_{fi}^{(k)} \dot{u}_i^{(k)} = \frac{\partial \phi^{(k)}}{\partial n_{fi}^{(k)}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$n_{fi}^{(k+1)} \dot{u}_i^{(k)} = \frac{\partial \phi^{(k+1)}}{\partial n_{fi}^{(k+1)}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$n_{si}^{(k)} \sigma_{ij}^{(k)} n_{sj}^{(k)} = \rho_f^{(k)} \dot{\phi}^{(k)} + \rho_f^{(k+1)} \dot{\phi}^{(k+1)} \quad \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 $n_{fi}^{(k)} = -n_{si}^{(k)}$ の関係にあり、式(14)ならびに式(15)の右辺第 2 項は k 番めの殻と $k+1$ 番めの液体領域の連続条件を表す項である。

3. 離散化と有限要素法

3.1 離散化 2.5 節の境界条件式(12)~(15)に基づき、式(9)~(11)で与えられる運動方程式を重みつき残差法を用いて離散化すると、式(9)~(11)は式(16)~(18)のようになる。式(9)は

$$\begin{aligned} & [K_2^{(k)}] \{\delta_{si}^{(k)}\} + \rho_{si}^{(k)} [M_1^{(k)}] \{\dot{\delta}_{si}^{(k)}\} \\ & + (-1)^{(k-1)} \rho_f^{(k)} [P_2^{(k)}] \{\dot{\phi}_i^{(k)}\} \\ & - \rho_f^{(k+1)} [P_2^{(k+1)}] \{\dot{\phi}_i^{(k+1)}\} = 0 \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

式(10)は

$$\begin{aligned} & [F^{(k)}] \{\phi_i^{(k)}\} = [P_1^{(k)}] \{\eta_i^{(k)}\} + [P_2^{(k)}] \{\dot{\delta}_{si}^{(k)}\} \\ & - [P_2^{(k-1)}] \{\dot{\delta}_{si}^{(k-1)}\} \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

式(11)は

$$g[K_1^{(k)}] \{\eta_i^{(k)}\} = -[P_1^{(k)}]^T \{\dot{\phi}_i^{(k)}\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $[K_2^{(k)}]$ は円筒殻の剛性マトリックスを、また $[M_1^{(k)}]$ は質量マトリックスを表し、 $[F^{(k)}]$ 、 $[P_1^{(k)}]$ 、 $[P_2^{(k)}]$ 、 $[P_2^{(k+1)}]$ と $[K_1^{(k)}]$ はそれぞれ円筒殻、液体および自由表面の各要素の形状関数によって作られる行列である。 $\{\delta_{si}^{(k)}\}$ は円筒殻壁の節点変位ベクトル、 $\{\phi_i^{(k)}\}$ は液体内部の節点変位ベクトルを、そして $\{\eta_i^{(k)}\}$ は自由表面の節点変位ベクトルを表している。

3.2 有限要素 有限要素解析にはアイソパラメトリック要素を用い、円筒殻に厚肉 3 節点要素、内部液体に 9 節点四辺形要素、液体表面に 3 節点線要素をそれぞれ採用した⁽¹⁵⁾。軸対称厚肉シェル要素断面の中立軸上の子午線方向に ξ をとり、法線方向に ζ をとる。シェル要素の i 番めの節点の形状関数を $N_i(\xi)$ 、厚さを h_i 、法線の傾斜角を Ψ_i とすると、軸対称厚肉シェル要素断面の任意点の座標を次式で近似できる(図 4)。

$$r(\xi, \zeta) = \sum_{i=1}^N N_i(\xi) \left[r_i + \frac{\zeta}{2} h_i \cos \Psi_i \right] \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$z(\xi, \zeta) = \sum_{i=1}^N N_i(\xi) \left[z_i + \frac{\zeta}{2} h_i \sin \Psi_i \right] \quad \dots\dots\dots (20)$$

Fig. 4 Coordinate system for main cross section of axisymmetric thick shell element

要素内の r, θ, z 各方向の変位 u, v, w を θ 方向に Fourier 級数展開を行う⁽⁶⁾。節点 i における変位成分を u_{ni}, v_{ni}, w_{ni} とし、法線方向の回転成分を α_{ni} 、および θ 方向の回転成分を β_{ni} とすると、変位の調和成分 n の (r, θ, z) 方向に対する変位振幅を次式のように表すことができる。

$$u_n = \sum_{i=1}^N N_i(\xi) \left[u_{ni} - \left(\frac{\xi}{2} \sin \psi_i \right) h_i \alpha_{ni} \right] \quad \cdots \cdots (21)$$

$$v_n = \sum_{i=1}^N N_i(\xi) \left[v_{ni} + \left(\frac{\xi}{2} \right) h_i \beta_{ni} \right] \quad \cdots \cdots (22)$$

$$w_n = \sum_{i=1}^N N_i(\xi) \left[w_{ni} + \left(\frac{\xi}{2} \cos \psi_i \right) h_i \alpha_{ni} \right] \quad \cdots \cdots (23)$$

また、シェルの節点変位ベクトル $\{\delta_{si}\}$ は

$$\{\delta_{si}\} = [u_{ni} \ v_{ni} \ w_{ni} \ \alpha_{ni} \ \beta_{ni}] \quad \cdots \cdots (24)$$

となり、液体内部の節点速度ポテンシャル $\{\phi_i\}$ と自由表面の節点変位ベクトル $\{\eta_{fi}\}$ についても同様に表記できる。

要素の板厚方向の積分には、前報⁽⁶⁾と同様、Panda ら⁽¹⁷⁾の数値積分法を用いた。

3.3 振動方程式 3.2 節までの手続きに基づいて、 $\{\phi_i^{(k)}\}$ を式(17)より計算すると、次式のように得られる。

$$\begin{aligned} \{\phi_i^{(k)}\} &= [F^{(k)}]^{-1} [P_1^{(k)}] \{\ddot{\eta}_{fi}^{(k)}\} + [F^{(k)}]^{-1} [P_2^{(k)}] \{\delta_{si}^{(k)}\} \\ &\quad - [F^{(k)}]^{-1} [P_2^{(k-1)}] \{\delta_{si}^{(k-1)}\} \quad \cdots \cdots (25) \end{aligned}$$

上式を式(16)と式(18)に代入して要素全体について加え合わせると、 K 重の同心円筒殻における k 番めの円筒殻に対する振動方程式として次式が得られる。

$$[K]\{\delta\} + [M]\{\ddot{\delta}\} = 0 \quad \cdots \cdots (26)$$

ここで、各マトリックスの内容は下記のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} [K] &= \begin{bmatrix} g[K_1^{(k)}] & 0 \\ 0 & [K_2^{(k)}] \end{bmatrix} \\ [M] &= \begin{bmatrix} 0 & [M_{12}] & [M_{13}] & [M_{14}] & 0 & 0 \\ 0 & [M_{22}] & [M_{23}] & [M_{24}] & [M_{25}] & [M_{26}] \end{bmatrix} \\ [M_{12}] &= -[P_1^{(k)}][F^{(k)}]^{-1}[P_2^{(k)}] \\ [M_{13}] &= [P_1^{(k)}][F^{(k)}]^{-1}[P_1^{(k)}] \\ [M_{14}] &= [P_1^{(k)}][F^{(k)}]^{-1}[P_2^{(k)}] \\ [M_{22}] &= -(-1)^{(k-1)} \rho_f^{(k)} [P_2^{(k)}][F^{(k)}]^{-1}[P_2^{(k-1)}] \\ [M_{23}] &= (-1)^{(k-1)} \rho_f^{(k)} [P_2^{(k)}][F^{(k)}]^{-1}[P_1^{(k)}] \\ [M_{24}] &= \rho_{si}^{(k)} [M^{(k)}] + (-1)^{(k-1)} \rho_f^{(k)} [P_2^{(k)}][F^{(k)}]^{-1} \\ &\quad \times [P_1^{(k)}] + \rho_f^{(k+1)} [P_2^{(k+1)}][F^{(k+1)}]^{-1}[P_2^{(k+1)}] \\ [M_{25}] &= -\rho_f^{(k+1)} [P_2^{(k+1)}][F^{(k+1)}]^{-1}[P_1^{(k+1)}] \\ [M_{26}] &= -\rho_f^{(k+1)} [P_2^{(k+1)}][F^{(k+1)}]^{-1}[P_2^{(k+1)}] \end{aligned} \right\} \quad \cdots \cdots (27)$$

$$\{\delta\} = [\eta_{fi}^{(k)} \ \delta_{si}^{(k)}] \quad \cdots \cdots (28)$$

$$\{\ddot{\delta}\} = [\ddot{\eta}_{fi}^{(k-1)} \ \ddot{\delta}_{si}^{(k-1)} \ \ddot{\eta}_{fi}^{(k)} \ \ddot{\delta}_{si}^{(k)} \ \ddot{\eta}_{fi}^{(k+1)} \ \ddot{\delta}_{si}^{(k+1)}] \quad \cdots \cdots (29)$$

ただし、上式において、最内殻については $(k-1)$ の項が、最外殻については $(k+1)$ の項が消失する。

4. 数 値 計 算

計算に際しては、積層円筒殻の内側殻半径を 1 m、外側殻半径を 2 m とし、両殻の積層構造を殻厚 20 mm の等厚 2 層とした。内側、外側とも殻の高さを 1 m とした。積層構造を内側、外側ともにアングルプライと積層順序を同一にした。積層材の物性値には井川ら⁽⁵⁾が用いた繊維体積率 65% の炭素繊維強化プラスチック材に対する数値 $E_1=146$ GPa, $E_2=9.8$ GPa, $G_{12}=G_{31}=5.09$ GPa, $G_{23}=4.90$ GPa および $\nu_{12}=0.3$ を採用した。内部液体を水とした。

表 1 は殻の有限要素数による振動数の収束を示したものである。この表 1 をもとに、有限要素分割数は円筒殻を 8 要素、液体自由表面を 4 要素分割として計算した。数値計算は内側円筒殻内の液位を $H_1=0.5L_1$ (一定)として、外側殻の液位を変化させて行った。液位比 H_2/H_1 は外側殻と内側殻の比を表す。円周方向波数 (n) を $n \geq 1$ の範囲とした。

図 5(a) は液位比 $H_2/H_1=1.0$ の場合を、図 5(b) は $H_2/H_1=2.0$ の場合を示し、いずれも一次の振動数曲線である。パラメータに配向角を採用した場合の振動数と円周方向波数 (n) の関係を示している。図 5 の煩雑化を避けるため、配向角 40° までの曲線を実線で、 50° 以上の曲線を破線でそれぞれ表した。図 5(a) に示した $H_2/H_1=1.0$ では $n \leq 8$ 、図 5(b) $H_2/H_1=2.0$ では $n \leq 9$ の範囲で、配向角 50° までは配向角の増加とともに振動数曲線は高振動数側へ推移するが、配向角 60° を越えるとこの傾向は逆転する。上述の n の範囲を超えると、両図とも配向角の増加とともに振動数曲線は高振動数側に推移することを示している。図 5(a), (b) とともに、配向角 0° の場合は曲線の n の値への依存性は小さく、 n の全範囲において低い振動数を示している。これは 2 層の繊維方向が母線方向と一致し、曲げ剛性が弱くなるためである。一方、両図とも配向角が 90° で $n=5$ のときに、最も低い振動数を

Table 1 Convergence of frequencies for different number of finite element number ($n=1, -60^\circ/60^\circ$)

Number of elements	Frequency							
	$H_2/H_1=0.5$		$H_2/H_1=1.0$		$H_2/H_1=1.25$		$H_2/H_1=2.0$	
	1 st	2 nd	1 st	2 nd	1 st	2 nd	1 st	2 nd
4	135.6	188.5	87.8	111.2	62.6	98.8	49.0	87.8
8	135.6	187.4	87.8	111.1	62.6	98.8	49.0	87.8
10	135.6	187.4	87.8	111.2	62.6	98.8	49.0	87.8
20	135.4	187.3	87.7	111.2	62.6	98.8	49.0	87.8

示している。これも繊維方向は円周方向と一致し、円周方向モードの曲げ剛性が最も弱くなることを意味している。図5(a), (b)の結果から、配向角が面外曲げ剛性の変化に影響することがわかる。同様のことは前報⁽⁶⁾の単一積層複合円筒殻におけるアングルプライの場合にも認められた現象である。振動数曲線全体としての振動数は、 $H_2/H_1=2.0$ [図5(b)]の方が $H_2/H_1=1.0$ [図5(a)]の場合よりも低くなる。これは高液位の外側殻内液体の動液圧⁽¹⁸⁾により振動が抑制されているためである。

図6は、円周方向 n をパラメータに選び、振動数変化を配向角の関数として表したものであり、図6(a), (b)とも一次の振動数曲線である。液位比は $H_2/H_1=0.5$ [図6(a)]と $H_2/H_1=1.0$ [図6(b)]の場合である。図5と同様の理由で、この場合も $n \leq 4$ までを実線で、 $n \geq 5$ を破線で曲線を表している。両図とも振動数曲線は配向角が大きくなるとともにはじめ増大し、最大値後に減少する。最大値後の振動数の減少量は n が大きくなるほど小さい。 n がおおよそ5までは、 n が大きくなるに従って振動数は減少し、 n が6以上になると、振動数は再び増大する。最低振動数を与える振動数曲線は配向角に依存して異なり、配向角

の場合に伴い、 $H_2/H_1=0.5$ [図6(a)]の場合は円周方向波数 $n=6$ から $n=3$ へ、 $H_2/H_1=1.0$ [図6(b)]の場合は $n=8$ から $n=5$ へと順次低波数側へ変化する。これは、そのときの円周方向波数 n と配向角の各組合せ区間で、殻壁が最も振動しやすいことを意味している。最大振動数を示す配向角は n によって異なるが、図6(a)では振動数は配向角 $30 \sim 70^\circ$ の間で最大値を示す。図6(a)の場合は外側殻内の液位が低く、液体の動液圧の影響が小さいため、最大値後の振動数の減少量は少ない。一方、図6(b)では最大値を示す配向角は $40 \sim 60^\circ$ にある。図6(b)では外側殻内の液位が高く、液体の動液圧の影響が大きいため、最大値後の振動数の減少量は大きくなる。

図7は液位比(H_2/H_1)をパラメータに選んだ場合の結果である。図7(a)は一次振動の場合を、また、図7(b)は二次振動の場合をそれぞれ示す。両図とも円周方向波数 $n=1$ の例である。この場合、内側殻内の液位を $0.5L_1$ 一定として外側殻内の液位を変化させた。したがって、 $H_2/H_1=0$ は外側殻内に液体がない場合に相当し、内側殻のみで構成された単一積層複合円筒殻の振動数曲線に相当する。 $H_2/H_1=2.0$ は外側殻内に液体が充満された状態である。両図から液位比

Fig. 5 Effects of ply-angle on frequency vs. circumferential wave number curves

Fig. 6 Effects of circumferential wave number on frequency vs. ply angle curves

が増大するにつれて振動数曲線は低振動数側に推移するのがわかる。この場合も配向角の増大とともに振動数は最初増大するが、最大値後減少する傾向を示す。特に、図7(a)の一次振動の場合には、振動数曲線は液位比に関係なく60°付近に最大値を示している。同図が示すように、一次振動では $H_2/H_1=0$ と $H_2/H_1=0.5$ の振動数曲線間にあまり差は認められないが、二次振動〔図7(b)〕では両者間の差が大きくなっている。後述の振動モード(図11参照)の結果において、 $H_2/H_1=0.5$ の場合の一次振動モードでは、内側殻内液体のみが運動し、外側殻内液体の運動は内側殻壁に沿った狭い範囲でおこる。それに対して二次振動以上のモードでは、外側殻内液体の運動が広い範囲でおこり、その外側殻内液体の動液圧の影響が振動数を下げる原因となっていることがわかる。

図8は配向角0°と30°について、液位比をパラメータに選んだ場合の一次振動数と円周方向波数(n)の関係を示した図である。図8中の破線は内側殻のみの単一積層複合円筒殻($H_2/H_1=0$)を表す。 $n \leq 8$ 範囲で、 $H_2/H_1=0$ と $H_2/H_1=0.5$ の振動数曲線は互いに近い値の曲線を示している。 $n \geq 8$ の範囲では、 $H_2/H_1=0.5$ の振動数曲線が一度緩やかに降下した後、再び緩やかな上昇に転じる。この結果からも $n \leq 8$ の範囲で

Fig. 8 Effects of liquid height on fundamental frequency vs. circumferential wave number curves

Fig. 7 Effect of liquid height on frequency vs. ply angle curves

Fig. 9 Effects of vibration mode on frequency curves

Fig. 10 Mode shape of vibration ($n=1$, $H_2/H_1=1.0$)

は外側殻内液位が低い $H_2/H_1=0.5$ では単一円筒殻 ($H_2/H_1=0$) に類似の振動挙動を示すと理解できる。 $n \geq 8$ の範囲では、殻壁と殻壁間にある液体との連成により振動数は低く抑えられることがわかる。図 8(a), (b)とも円周方向波数 n の振動数曲線に及ぼす影響は液位比が大きくなるほど小さくなることを示している。

図 9 は、配向角が $0^\circ/0^\circ$ と $-30^\circ/30^\circ$ の場合についての振動数と周方向波数との関係を液位比 $H_2/H_1=1.0$ (一定) の条件下で求めた結果である。表示を一次から四次振動に対して行い、振動次数については奇数次を実線で、偶数次を一点鎖線で示した。図 9(a) と (b) 間の比較から、配向角の大きい方が複雑な振動数曲線になる傾向を知ることができる。

図 10 は液位比 $H_2/H_1=1.0$ で $n=1$ の場合について解析した半径方向の振動モードを示す。結果は振動次数と配向角をパラメータに選んで表示したものであり、振動次数は上から順に一、二、三、四次に、配向角は左から 0° , 30° , 60° , 90° にそれぞれ対応している。図 10 には自由表面の鉛直方向の変形も示した。図 10 において、内、外殻壁の振動モードが一次と三次では逆位相、二次と四次の場合は同位相であることがわかる。この結果は、内側殻の殻壁と外側殻の殻壁の間に液体を入れた等方性二重円筒殻についての谷らの報告⁽¹²⁾と一致する。総体に、内、外殻とも液体に接触している部分の殻壁の変形が大きく、液体に接触していないところの変形は小さいことがわかる。配向角との関係においては、振動モードが 0° と他の配向角間に違いを認められるが、 0° 以外の配向角相互間には顕著

Fig. 11 Mode shape of vibration ($n=1$, ply-angle: $-60^\circ/60^\circ$)

な差は認め難い。

図 11 は配向角度を 60° (一定)、 $n=1$ とした場合の半径方向のモード変化を示す。結果は図 10 と同じ傾向を示し、基本的には、内、外殻壁の変形が一次と三次の場合には逆位相、二次と四次の場合には同位相で振動している。殻壁と自由表面の運動状態も図 10 と同様の傾向であるが、図 11 では液位比が大きくなるに従って内側殻壁全体が変形している。

5. 結 言

炭素繊維強化プラスチック積層複合材の同心二重円筒殻の内部に液体を部分的に満たした場合の自由振動解析を有限要素法で行った。殻壁を 2 層のアングルプライ積層構造とし、バルジング振動について解析した。本報告で数値計算を行った形状の積層複合同心二重円筒殻について、次のようなことがわかった。

- (1) 積層複合同心二重円筒殻の外側殻内の液位の高低が系の振動数に影響する。
- (2) 振動数の変化は積層円筒殻の繊維配向角にも依存し、振動数の最大値を示す繊維配向角度が存在する。
- (3) 円周方向波数 $n=1$ の場合の内側殻壁と外側殻壁の振動モードは振動次数が奇数次の場合には逆位相、偶数次の場合には同位相になる。
- (4) 内側殻壁の振動モードは主に外側殻内の液位に依存する。外側液位が低い間は、内側殻壁は液体との接触面付近で、母線方向に各次数の波数のモードで振動する。しかし、液位が高くなるにつれて、振動次数に関係なく、内側殻壁全体は母線方向波数が少ない

低次のモードで振動するようになる。

文 献

- (1) たとえば吉田誠・ほか4名, 第42回構造強度に関する講演会講演集, (2000-7), 241-244.
- (2) 小林繁夫・ほか1名, 日本航空宇宙学会誌, 34 (1986), 332-339.
- (3) 山田元・ほか2名, 機論, 57-533, C (1991), 27-34.
- (4) Narita, Y., ほか2名, *Compo. Struc.*, 26 (1993), 55-62.
- (5) 井川寛隆・ほか2名, 機論, 63-611, C (1997), 41-48.
- (6) 岡崎勝利・ほか2名, 機論, 65-640, C (1999), 4597-4604.
- (7) Krajcinovic, D., *Nucl. Eng. Des.*, 30 (1974), 242-248.
- (8) Brown, S. J., *J. Press. Vess. Tech.*, 104-1 (1982), 2-19.
- (9) 笠井洋昭, 機論, 48-432, C (1982), 1147-1156.
- (10) 笠井洋昭, 機論, 48-435, C (1982), 1703-1712.
- (11) 藤田勝久, 機論, 51-466, C (1985), 1170-1179.
- (12) 谷順二・ほか1名, 機論, 54-497, C (1988), 73-79.
- (13) 吉田聖一・ほか1名, 機論, 53-492, C (1987), 1670-1675.
- (14) 吉田聖一・ほか1名, 機論, 55-515, C (1989), 1638-1643.
- (15) 鷲津久一郎・ほか4名, 有限要素法ハンドブック, 基礎編, (1982), 328-348, 培風館.
- (16) たとえば Vinson, J. R., ほか1名, *The Behavior of Structures Composed of Composite Materials*, (1987), 29-62, Martinus Nijhoff Publishers.
- (17) Panda, S. C., ほか1名, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 14 (1979), 69-79.
- (18) 千葉正克, 東北大学博士学位論文, (1985).