ウィナーフィルタリング技術による複数入力の最適同定法開発*

(第 1 報, 実験による確認)

萩原 一郎^{*1}, 施 勤 忠^{*2}
饒 柱 石^{*3}, 林 海^{*4}

Optimal Estimation of Dynamic Loads for Multiple-Input System Using Wiener Filtering Technique (1st Report, Basic Study and Experiment Verification)

Ichiro HAGIWARA^{*5}, Qinzhong SHI,
Zhushi RAO and Lin HAI

^{*5} Tokyo Institute of Technology, Dept. of Mechanical Sciences and Engineering,
2-12-1 O-okayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

An optimal method is developed to estimate the dynamic loads for systems subjected to multiple inputs. The method focuses on minimizing the ensemble mean square error of the estimation. First, the inverse system analysis technique is employed to establish the error estimation equation. Then, by applying the noncausal Wiener filtering theory, the optimal estimator of dynamic loads is derived out. Both numerical simulation and experimental results demonstrate that the method is of a good ability in suppressing the influence of measurement noises than conventional methods, which based on solving inverse matrix of transfer function, and is rather effective and practicable for dynamic load estimation.

Key Words: Dynamic Load Estimation, System Identification, Inverse Problem, Wiener Filtering Theory, Impact Load, Multiple Input System

1. はじめに

* 近年, 環境問題に対する関心が高まっております, その一つとして車両, 船舶, 航空機, ロケットなどの輸送機械の低振動・低騒音化は快適な生活空間における重要な工学的課題となっている。また, これらの輸送機器へのユーザーの多様化, あるいは感性工学の観点から, 強度などの必須の品質は勿論, 騒音振動, 乗り心地など商品性に関わる品質 (魅力品質) に対する要望のレベルも高くなる一方である。特に環境問題を解決する上でも, 極力軽量化を図った上で魅力品質を満たすといった限界設計の達成は最も基本的な課題といえる。このため輸送機器への外部からの入力の測定ではこれまで以上の高精度が要求される。外部からの入力は広帯域周波数を有するランダム入力や瞬間的な衝撃入力, また, 周期的繰り返し入力に大別される。この中で, 単発的な衝撃入力は, 通

常, 広帯域周波数を有する過渡的な短時間の現象となる。そのため, 精度の良い直接の入力計測は, 歪や応力あるいは振動や騒音応答の計測に比べはるかに困難である。従って, 問題を動的逆問題として捉え, 振動や騒音の計測値から衝撃荷重を効率的に求める研究が注目される^{(1), (2), (3)}。この一般的な解き方は, システムの伝達関数を求めその逆マトリクスと応答ベクトルとから入力荷重ベクトルを求めるものである。以下, 本報では従来の手法と称す。この伝達関数マトリクスは一般にその条件数からみてもその性質はさほど良くないことが予測される。すなわち, 測定ノイズの影響が大きく出る可能性がある。構造や音場系に伝わる各入力により振動, 騒音の割合を明らかにする入力点の要因分析法に関する研究例は著しい数であるがこれらは, ベクトル法, スカラー法, 主成分分析法などと称されている。これらの中では, ウイッカートらが自動車技術会誌に詳細に述べている⁽⁴⁾ように, 数学的には特異値分解法 (SVD 法)⁽⁵⁾を使って, 入力相互間が無相関となるように条件付けを行う主成分分析法は LMS 社の製品⁽⁶⁾となり, 実機の検討に利用されている。しかし, 衝撃などの外部入力には高周波数範囲においては時に計測ノイズが支配的となる。高周波数までの伝達関数の同定精度は極めて低下する。一方, 計測された応答に基づく構

* 原稿受付 2001 年 6 月 19 日。

^{*1} 正員, フェロー, 東京工業大学大学院理工学研究科 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

^{*2} 正員, 東京工業大学大学院理工学研究科, 上海交通大学振動衝撃騒音国家重点実験室客員研究員。

^{*3} 上海交通大学振動衝撃騒音国家重点実験室, 現東京工業大学大学院客員研究員。

^{*4} 東京工業大学大学院。

E-mail: hagiwara@mech.titech.ac.jp

造に作用する外部入力を時間領域で推定する手法が提案されている⁽⁷⁾。これらのいずれの研究においても、逆行列を精度よく求めることが中心となっている。一方、伝達物体に作用する衝撃力とそれに対する応答とが畳み込み積分で関係づけられることに基づき、応答の測定データから逆畳み込みを行うことによって任意の衝撃力の大きさと方向を求める手法があり、この手法は既に画像処理の分野に適用され良好な結果が得られている⁽⁸⁾。著者らは前報で、非因果的ウィナーフィルタ理論に基づき複数の入力を求める式を初めて誘導して数値実験により、誘導された式は測定誤差に対するロバスト性が極めて強いことを示した⁽⁹⁾。また、得られた式は単一入力単一出力(SISO)の場合を対象にした手法⁽¹⁰⁾によって得られた式を特例の場合として含むことを示した。しかし、前報では、実物実験を用いて手法の有効性までの検討を行わなかった。現実問題では周囲環境や構造物自身の複雑さにより計測ノイズの特性が多様となる。本報では、同定誤差の見積もり式を誘導し、実際の構造物の加振実験により提案手法の有効性および実用性を確認する。さらに実際に外部入力の数およびこれらの場所が未知の場合に対する同定を試み、同定精度および問題点を明らかにする。

2. 解析理論

本報提案の手法を展開する前に比較対象とする従来の手法についても述べる。

2.1 従来手法 線形系では、入力荷重とその応答との関係式は式(1)で与えられる。

$$\{y(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} [h(t)] \{f(t-\tau)\} d\tau \quad (1)$$

ここに $[h(t)]$ は、系の衝撃応答関数(IRF)マトリクスである。 $\{f(t)\}$ 、 $\{y(t)\}$ はそれぞれ入力荷重ベクトル及び系の応答ベクトルである。式(1)をフーリエ変換すると、式(2)が得られる。

$$\{Y(\omega)\} = [H(\omega)] \cdot \{F(\omega)\} \quad (2)$$

ここに $[H(\omega)]$ は、系の周波数応答関数(FRF)マトリクスである。以降、時間領域関数は小文字とし、フーリエ変換したものを大文字とする。式(2)から

$$\{\hat{F}(\omega)\} = [H(\omega)]^{+1} \cdot \{Y(\omega)\} \quad (3)$$

を得て入力荷重を求める研究例は多い^{(1), (2), (3)}。ここに上付きの“+1”はFRFマトリクスの一般化逆マトリクスを意味し、通常、入力荷重の算出精度を向上するため特異値分解が利用される。

2.2 提案手法 本提案手法の詳細な誘導は文献(9)で既に述べられているが、ここで議論ができる程度に、再度簡単に述べる。

図1に示す多点入力多点出力系(以後 MIMO システムと略す)を考える。同図で、 $f_i(t)$ 、 $x_i(t)$ 、 $m_i(t)$ ($i=1\sim p$) はそれぞれ真の入力、計測入力そして入力のノイズである。そして、 $v_j(t)$ 、 $y_j(t)$ 、 $n_j(t)$ ($j=1\sim q$) はそれぞれ、真の出力、計測出力、そして出力ノイズである。ここに二つの雑音 $m_i(t)$ ($i=1\sim p$)、 $n_j(t)$ ($j=1\sim q$) は、1) 平均値が零の定常不規則信号、2) それぞれ他の信号成分とは無関係、であると仮定する。図1の記号を使って

$$\begin{aligned} \{x(t)\} &= \{f(t)\} + \{m(t)\} \\ \{y(t)\} &= \{v(t)\} + \{n(t)\} \end{aligned} \quad (4)$$

である。出力 $\{y(t)\}$ 、衝撃応答 $[w(t)]$ の線形系を

$$\{\hat{f}(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} [w(t)] \{y(t-\tau)\} d\tau \quad (5)$$

で定義する。ここに $\{\hat{f}(t)\}$ は逆システムで得られる入力荷重である。マトリクス $[w(t)]$ を入力誤差 $\{\varepsilon\} = \{f(t)\} - \{\hat{f}(t)\}$ の二乗

Fig. 1 Multiple-input multiple-output system

$$J = E\{\{\varepsilon\}^T \{\varepsilon\}\} \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (6)$$

が最小になる条件から求める。この意味で $[w(t)]$ を最適逆衝撃応答関数と称す。 E は期待値である。式(6)は単一な入力成分のみの誤差ではなく、すべての入力成分に対する誤差で表現できる。つまり、複数入力の場合ではすべての入力の誤差をバランスよく最小化できる。

$$J_i = E\{[f_i(t) - \hat{f}_i(t)]^2\} \quad (7)$$

式(5)から

$$\hat{f}_i(t) = \sum_{j=1}^q \int_{-\infty}^{\infty} w_{i,j}(\tau) y_j(t - \tau) d\tau \quad (8)$$

が得られる。ここに $w_{i,j}(t)$ は i 点入力、 j 点出力の IRF マトリクスの要素である。

J_i は

$$\frac{\partial J_i}{\partial w_{i,k}} = 0, \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (9)$$

のとき最小となる。式(7)、(8)、(9)をまとめると、

$$E\{[f_i(t) - \hat{f}_i(t)] y_k(t - \sigma)\} = 0 \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (10)$$

が得られる。式(10)は MIMO システムでの直交原理を表す。つまり同定入力荷重と真の入力荷重との誤差ベクトルと応答ベクトルとが直交するとき平均2乗 (MS) 誤差が最小となることを示している。式(8)を式(10)に代入すると、

$$E\{f_i(t) y_k(t - \sigma) - \sum_{j=1}^q \int_{-\infty}^{\infty} w_{i,j}(\tau) \times y_j(t - \tau) y_k(t - \sigma) d\tau\} = 0 \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (11)$$

これから

$$R_{y_k, f_i}(\sigma) = \sum_{j=1}^q \int_{-\infty}^{\infty} w_{i,j}(\tau) R_{y_k, y_j}(\sigma - \tau) d\tau$$

となる。ここに $R_{y_k, f_i}(\sigma)$ は y_k と f_i との間のクロス相関関数で、 $R_{y_k, y_j}(\sigma)$ は y_k と y_j との間のクロス相関関数である。式(12)のフーリエ変換から

$$S_{y_k, f_i}(\omega) = \sum_{j=1}^q W_{i,j}(\omega) S_{y_k, y_j}(\omega) \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (13)$$

が得られる。ここに $S_{y_k, f_i}(\omega)$ は y_k と f_i との間のクロススペクトル密度関数 (CSDF) で、 $S_{y_k, y_j}(\omega)$ は y_k と y_j との間の CSDF である。

式(13)をまとめて書くと

$$[S_{Y,F}(\omega)] = [W(\omega)] \cdot [S_{Y,Y}(\omega)] \quad (14)$$

が得られる。ここに、 $[W(\omega)]$ は p 行 q 列の逆システムの FRF マトリクスであり、 $[S_{Y,F}(\omega)]$ 、 $[S_{Y,Y}(\omega)]$ はそれぞれ、 p 行 q 列、 q 行 q 列の CSDF マトリクスである。これらはそれぞれ次のように記すことができる。

$$[S_{Y,F}(\omega)] = E\{\{F(\omega)\} \cdot \{Y(\omega)\}^H\} \quad (15)$$

$$[S_{Y,Y}(\omega)] = E\{\{Y(\omega)\} \cdot \{Y(\omega)\}^H\} \quad (16)$$

ここに上付きの “ H ” はベクトル $\{Y(\omega)\}$ の複素転置共役を示す。クロスパワースペクトルマトリクス $[S_{Y,F}(\omega)]$ は真の入力 $\{F(\omega)\}$ が未知のため、式(15)によって直接、計算することはできない。しかし、 $\{X(\omega)\}$ に含まれる計測ノイズは前に仮定したように、計測応答 $\{Y(\omega)\}$ とは相関がないとなると計測入力 $\{X(\omega)\}$ を真の入力の代わりに使用できる。含まれる計測ノイズは前に仮定されたように、計測応答 $\{Y(\omega)\}$ とは相関がないからである。以上により

$$[S_{Y,F}(\omega)] = [S_{Y,X}(\omega)] \quad (17)$$

が得られる。すなわち最適な逆システムの伝達関数は

$$[W(\omega)] = [S_{y,x}(\omega)] \cdot [S_{y,y}(\omega)]^{-1} \quad (18)$$

で得られる。ここで上付きの“-1”は逆行列であることを示す。

以上で得られる逆システムは非因果的ウィナーフィルタである。式(18)で示されるシステム同定はいわゆる H_2 同定法のフォワードシステムのマトリクスに類似していることがわかる。事実、結果として得られる FRF マトリクスとは互いに逆マトリクスの関係になっている。しかし、これらの二つ同定値の間には、異なる物理的意味がある。すなわち前者は逆システムの最適同定値であり、つまり、入力同定精度を指標関数として最適化する、といった本質的なところの違いがあり、また目標としては単一の入力成分のみの誤差ではなく、すべての入力成分に対する誤差を最小とするものである。一方、後者の応答の誤差を最小とするフォワードシステム⁽¹¹⁾は、応答の計測値に計測ノイズなどがあるときには、入力同定値の誤差は大きくなる。

式(18)より、逆システムの入力(応答)において真の応答 V に白色の計測ノイズ n があるとし、 $Y=V+n$ とする。ここで計測ノイズ n は逆システムの出力 x と無相関である。

$$\text{従って、} [S_{y,y}(\omega)] = [S_{v,v}(\omega) + S_{n,n}(\omega)].$$

$$[S_{y,x}(\omega)] = [S_{v,x}(\omega)]$$

式(18)の逆システムの伝達関数は次の式(19)になる。

$$\begin{aligned} [W(\omega)] &= ([S_{v,x}(\omega)] \cdot [S_{v,v}(\omega)]^{-1}) \cdot \\ &([S_{v,v}(\omega)] \cdot [S_{v,v}(\omega) + S_{n,n}(\omega)]^{-1}) \quad (19) \\ &= [W_0(\omega)] \cdot [W_{flt}(\omega)] \end{aligned}$$

ここで、 $w_0(\omega)$ は計測ノイズが無い時の伝達関数(真値)で、 $w_{flt}(\omega)$ はウィナーフィルタである。

式(19)より、本論文の手法は計測信号がウィナーフィルタを介してから入力へ換算するという特性を持ち、白色の計測ノイズに優れて

Fig.2 Geometric meaning of optimal force estimator

ることが分かる。特別なケースとして、入出力数ともに1に等しいときは、逆システムはSISO(単一入力, 単一出力)となる。そして逆システムの伝達関数は

$$\begin{aligned} W(\omega) &= S_{y,f}(\omega) / S_{y,y}(\omega) \\ &= S_{yf} / S_{vv} \cdot S_{vv} / (S_{vv} + S_{nn}) = W_0(\omega) \cdot W_{flt}(\omega) \end{aligned} \quad (20)$$

と記述できる。これは井上らの結果に一致する⁽¹⁰⁾。以上により入力荷重は

$$\{\hat{F}(\omega)\} = [W_0(\omega)] \{\hat{Y}(\omega)\} \quad (21)$$

で与えられる。ここで、

$$\{\hat{Y}(\omega)\} = [W_{flt}(\omega)] \{Y(\omega)\} \quad (22)$$

また、時間領域の入力をフーリエ逆演算により求める。

2.3 同定誤差の見積もり式 式(10)から入力評価誤差は予測入力に直交することが容易に理解できる。すなわち、

$$\{f_i(t) - \hat{f}_i(t)\} \perp \hat{f}_i(t) \quad (23)$$

が成立する。式(23)の幾何的な意味を図2に示す。同図で点線方向は応答値 y_k を用いた入力同定値の方向で、同定誤差 $(f_i(t) - \hat{f}_i(t))$ は斜めのベクトルで、その誤差が最小となるベクトルは図中の太い線のベクトルである。即ち、誤差ベクトルと同定ベクトルは直交する。式(7)から、平均二乗誤差 J_i は

$$\begin{aligned} J_i &= E\{[f_i(t) - \hat{f}_i(t)][f_i(t)]\} \\ &= \frac{1}{2\pi} [S_{f_i,f_i}(\omega) - \sum_{j=1}^q W_{i,j}^*(\omega) S_{y_j,f_i}(\omega)] d\omega \end{aligned} \quad (24)$$

となる。ここに上付き“*”は複素共役を意味する。 $S_{f_i,f_i}(\omega)$ は荷重 i の自己スペクトル密度関数である。

また、2.2節で仮定したように、 $f_i(t)$, $x_i(t)$, $m_i(t)$ ($i=1\sim p$), $v_j(t)$, $y_j(t)$, $n_j(t)$ ($j=1\sim q$) はそれぞれ他の信号成分とは無関係とすれば、計測ノイズ入力荷重値の見積もりに対して最小の総合平均二乗誤差である J は式(25)で与えられる。

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^p J_i \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^p [S_{f_i, f_i}(\omega) - \sum_{j=1}^q W_{i,j}^*(\omega) S_{y_j, f_i}(\omega)] \\ &= \frac{1}{2\pi} (\text{tr}[A] - \text{tr}[B]) \end{aligned} \quad (25)$$

ここに

$$\begin{aligned} [A] &= [S_{x,x}(\omega)] - [S_{m,m}(\omega)] \\ [B] &= [S_{y,x}^*(\omega)] \cdot [S_{y,y}(\omega)]^{-1} \cdot [S_{y,x}(\omega)]^T \end{aligned}$$

である。上式で $\text{tr}[\cdot]$ はマトリクスのトレースを意味し、上付きの “-1”, “ T ” はそれぞれ逆マトリクス及び転置マトリクスであることを意味する。 $[S_{x,x}(\omega)]$, $[S_{m,m}(\omega)]$ は計測荷重と入力ノイズの p 行 p 列の CSDF マトリクスである。

3. テストピース実験による検証

3.1 入力的位置が既知の場合 本節で前報と同様に入力の数とそれらの場所があらかじめ分かっている場合を扱う。これらの入力場所において加振により逆システムの伝達関数を求め、計測応答を用いて入力の大きさを算出する。前報(9)では2入力-2出力系の数値実験を用いて、従来の手法では信号-ノイズ比(S/N比)が低い時、同定結果は急に劣化するのに対し、前者はより安定、より精度が良いなど優れていることを示した。ここでは提案した手法の有効性をテストピース実験で確認する。

実験に使用する構造物は図3に示すようにサイズ $480 \times 120 \times 5\text{mm}$ のステンレス板で、自由支持条件を近似するために紐で吊り下げる。外部の入力点としては図に示す $f1$, $f3$ とし、加速度値の観測点は図に示す $R1$, $R3$ とする。入力間の相関がないようにするため、 $f1$ にプラスチックチップ、 $f3$ にスチールチップを用いて打撃試験を行う。また、 $f1$ と $f3$ に同時に打撃加振を行うためのタイミングのコントロールは難しいので、ここでは、線形特性に基づき、

の和を $f1$ と $f3$ $f1$ と $f3$ にそれぞれ単独で打撃加振した時の応答に同時に打撃加振した時の応答とする。これらの実験計測データより逆システムの伝達関数を求める。解析周波数範囲は $0.0\text{ Hz} - 10.0\text{ kHz}$ で、平均回数は8回である。図4に $f1$ と $f3$ のコヒレンスを示しており、 $f1$ と $f3$ は各周波数において相関していないことが分かる。これらの計測値を用いて逆システムの伝達関数を求める。

次に逆システムの伝達関数を用いて計測応答から入力同定および同定精度の検証を行う。

2つの打撃入力 $\hat{f}1$ と $\hat{f}3$ を同時に作用させ、それらの入力に対する加速度応答値 $R1$, $R3$ を計測する。提案手法により入力の同定結果と実測値との比較を図5に示す。同図の黒い実線 (Measured value) は実測入力で、薄い実線

Fig.3 Experiment setup of input force identification

Fig.4 Coherence function of $f1$ and $f3$

(a) Estimated results of f_1 (b) Estimated results of f_3

Fig.5 Comparison of identification result

(Method1)は従来手法を利用した同定結果で、点線(Method2)は本研究での提案手法を用いた同定結果である。比較の結果から、全時間領域にわたり、特に衝撃力ピーク値において、提案手法の同定精度は従来手法に比べ遥かに高いことが分かる。

入力同定誤差の見積もりは式(25)を用いて求めるが、実験の場合では計測ノイズ $m(t)$ を計測データから分離できないため、計測入力を用い、式(25)に代入して各周波数成分における入力同定誤差を求める。その結果を図6に示す。同図の薄い実線(Method1)は従来手法を利用した同定誤差で、黒い実線(Method2)は本研究での提案手法を用いた同定誤差である。同図から全周波数領域にわたって提案した手法の同定精度は従来手法より高く、安定であることがわかる。

3.2 入力の数が未知の場合 実験動状態では実際の外部入力の数やこれらの場所がわからない場合もしばしばある。本節ではこのような

問題を解くことを試みる。

実験用のテストピースは図3に示した板を用いる。実験条件は3.1節と同じである。外部の入力点としては図に示す f_1, f_2, f_3, f_4 とし、加速度値の観測点は図に示す R_1, R_2, R_3, R_4 とする。 f_1 にプラスチックチップ、 f_2 にスチールチップ、 f_3 にビニール、 f_4 にソフトビニールを用いて打撃試験を行い、4入力-4出力のモデルとして逆システムの伝達関数を求める。次に、実際に2つの入力を f_1 と f_3 として作用させた場合の入力同定を行う。計測応答は R_1 から R_4 における加速度応答値である。図7に同定結果の比較を示す。同図の黒い実線(Measured value)は同定の精度を検証するための計測データで、薄い実線(Method2)は本研究での提案手法で外部入力の場所を f_1, f_2, f_3, f_4 とした時の同定結果で、点線(Method3)は本研究での提案手法で入力の場所を f_1 と f_3 と仮定した同定結果である。従来法の同定結果は図5に示した結果と同様だが、図形を見やすくするため、ここでは省略する。比較の

(a) Estimated results of f_1 (b) Estimated results of f_3

Fig.6 Error comparison of force estimator

結果から、提案した手法の同定精度は従来の手法に比べ遥かに高い結果が得られているが、入力が分かる場合の同定結果に比べ、特に峰值の精度が悪化している。外部入力がなく本来ゼロ値である、 f_2 と f_4 をダミー入力として同定したからである。これらのダミー入力の同定結果を図8に示す。同図では薄い実線(Method1)は従来手法での同定結果で、黒い点線(Method2)は本研究での提案手法での同定結果である。ダミー入力に計測ノイズや打撃入力のゼロクロス周波数(この周波数のエネルギーがゼロである)などの影響により、完全にゼロにならないが提案手法は f_2 と f_4 の推定値がゼロに近い値となり、従来手法より精度が高い。特に、計測ノイズの大きい場合により大きい影響を与えると予想される。

(a) Estimated results of f_1 (b) Estimated results of f_3

Fig.7 Comparison of identification result

(a) Estimated dummy force f_2 (a) Estimated dummy force f_4

Fig.8 Comparison of identification dummy force

以上のように実際構造物に作用している外部入力の数とこれらの場所が分からない場合に対し、計算上でダミー入力を加えて同定することになるが、同定したダミー入力は計測ノイズの影響も含まれておることから、これらのダミー入力の数が多くなると、推定されたダミー入力の大きさが無視できない可能性がある。これらのダミー入力は同定精度への影響を検討する必要がある。ダミー入力の数と計測ノイズの同定精度への詳細な影響の検討と対策は今後の課題である。

4. まとめ

衝撃入力などの高周波数成分を有する場合、特に計測ノイズが混在するため、計測応答データから入力を精度よく推定することは困難である。従来使用されている手法はいずれもシステムの伝達関数を求め、その逆マトリクスと応

答ベクトルから入力を求めるものである。これの手法では構造物の反共振点では伝達関数の数値特性 (ill-posed) の問題で逆行列の解は不安定になり、特に、計測ノイズが有る場合には、推定結果の精度が大幅に悪化する。そこで著者らは非因果的ウィナーフィルター理論に基づいて最も汎用性のある複数入力の同定法に関する理論を開発した⁽⁹⁾。

本研究では、この既開発した応答の測定データから逆畳み込みを行うことによって衝撃力を算出する手法の精度の確認をテストピースのインパルス実験によって行った。また、推定誤差の見積もり式を提示し、それを基にして従来手法と比較し、提案手法の精度と安定性を確認した。そして、外部入力の数およびそれらの位置が分からない場合も取り上げ、提案手法のほうに従来手法より同定したダミー入力はゼロに近い。この理由として前者は入力、後者は出力に対し誤差を最小とした推定手法である。ただし、ダミー入力の数が多く、計測ノイズが大きい場合は、提案手法においても推定されたダミー入力の大きさが無視できない可能性がある。これらのダミー入力の数と計測ノイズの同定精度への詳細な影響の検討と対策は今後の課題である。

参考文献

- (1) Briggs, J. C. and Tse, M. M., "Impact Force Identification Using Extracted Modal Parameters and Pattern Matching," *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 12, No. 3, (1992), pp. 361-372.
- (2) Hansen, M. and Starkey, J. M., "On Predicting and Improving the Condition of Modal-Model-based Indirect Force Measurement Algorithms," *Proceedings, 8th International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, FL., (1990), pp. 115-120.
- (3) Warwick, D. C. and Gilheany, J. J., , "Dynamic Force Estimation via Modal Decomposition of Operational Response Measurements in a Multi-Source Environment," *Proceedings, 11th International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, FL., (1993), pp. 278-285.
- (4) カトリーン・ウィッカット, ルック・ウェン・ラール, 実稼動解析, 伝達経路解析, モーダル解析-自動車のロードノイズ問題を理解するためのツール, 自動車技術, Vol. 50, No. 3, (1996), pp. 69-74.
- (5) Maia, N., "An Introduction to the Singular Value Decomposition Technique (SVD)," *Proceedings, 7th International Modal Analysis Conference*, Las Vegas, NV., (1989), pp. 338-339.
- (6) LMS CADA-X, Multiple Reference Transfer Path Analysis(1996).
- (7) Kammer, D. C., "Input Force Reconstruction Using a Time Domain Technique", *Trans. ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 120, (1998), pp. 868-874.
- (8) Helstrom, C. W., "Image Restoration by the Method of Least Squares," *Journal of Optical Society of America*, Vol. 57, No. 3, (1967), pp. 297-303.
- (9) Rao, Z., Shi, Q., Hagiwara, I., Dynamic Load Estimation for Multiple-input System Using Wiener Filtering Technique, *Journal of Vibration and Acoustics, Transaction of ASME*, Vol. 121, No. 3, (1999), pp. 397-401.
- (10) Inoue, H., et al., "Estimation of Impact Load by Inverse Analysis," *JSME International Journal*, Series I, Vol. 35, No. 4, (1992), pp. 420-427.
- (11) Mitchell, L. D., "Improved Methods for the Fast Fourier Transform (FFT) Calculation of the Frequency Response Function," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 104, (1982), pp. 277-279.