フィードバック制御に μ -シンセシスを用いた 2 自由度制御系による 動電式多軸振動台のロバスト制御*

内 山 泰 宏^{*1}, 藤 田 政 之^{*2}

Robust Control of Multi-Axis Electro-Dynamic Shaking System by 2-Degree-of-Freedom Control Using μ -Synthesis in Feedback Control

Yasuhiro UCHIYAMA^{*3} and Masayuki FUJITA

^{*3} IMV CORPORATION,
51 Amatsu-fujinoki, Itami-shi, Hyogo, 664-0841 Japan

In this paper, we propose a method to apply a Two-Degree-of-Freedom control with adaptive filter as such attempt of controlling a Multi-Axis Electro-Dynamic shaking system has no requirement for iteration control and has real-time performance. An adaptive filter is inserted in series to a feed-forward block and is structured to compensate difference between a nominal model and an actual plant. We first introduce an ideal mathematical model and uncertainty weighting function for the system, and a feedback controller is designed using μ -synthesis. And we constitute Two-Degree-of-Freedom controller for a purpose to improve transient response. Then, an adaptive filter is added when control performance still can't be satisfied. Lastly, we inspect the performance of the controller by experiment using an actual equipment loaded with a resonant specimen. An experiment without adaptive filter is done to show stability of the system. And the proposed controller is confirmed to have achieved a superior performance by using the adaptive filter.

Key Words: Robust Control, Vibration Control, Motion Control, μ -Synthesis, Adaptive Filter, Two-Degree-of-Freedom Control, Multi-Axis Electro-Dynamic Shaking System

1. は じ め に

従来の地震波形を再現するような大型の多軸振動台には、大きな加振力、大変位が容易に得られる理由で電気油圧式振動発生機が用いられている。それに対して動電式振動発生機は油圧式に比べて一般的に線形性が優れている利点はあるが、加振力、定格変位を必要とする多軸振動台には採用されなかった。しかし、近年技術の向上により 0.2[m] 位までの変位を発生できる線形性の優れた動電式多軸振動台が実現できている。

多軸振動台の制御系には、安定に制御を行ったうえで目標波形と振動台上の応答波形が一致することが望まれる。しかしながら、テーブル質量に比べて供試体質量が無視できないため、供試体が振動台を揺すり返す相互作用が生じ、特に供試体の共振周波数において振動台の伝達特性は反共振点となり、その制御はより難しくなる。そのため、従来の多くの制御系は、加振を行いながら目標波形に近づくように補正をする繰り返し加振を実施しているが、近年、地盤や構造物の試験など、それができない要求が顕著になってきている。

また、仮想地盤の応答を目標信号に反映させる試験手法⁽¹⁾があるが、従来の制御系は主に FFT 法によるフレーム処理を用いているために対応することができない。以上のように、目標のリアルタイム補正のためにフレーム処理を用いずに、繰り返し加振を行うことなく精度のよい加振を実現できる制御系が望まれている。

一方、システムの安定性と制御性能を独立に設計できる利便性から 2 自由度制御系がよく用いられている。そして、正確なモデリングが難しいことや制御性能を上げるために、フィードフォワード項に何らかの適応要素を取り入れた研究として、ニューラルネットを用いた適応学習型 2 自由度制御⁽²⁾、適応フィルタを用いた騒音の能動制御⁽³⁾、エンジン振動の能動制御⁽⁴⁾等があり、それぞれ良い成果が得られている。しかし、動電型多軸振動台に適応要素を付加した 2 自由度制御系を適用する場合、過渡特性の観点から、適応要素のみでフィードフォワード項を構成するのは困難となる。

そのため本研究では、基本的にはフィードバック制御器を μ -シンセシスで設計した 2 自由度制御系を構築する。そして、性能面で問題となる時に適応フィルタを導入するが、フィードフォワード項と直列に挿入することによって、数学モデルと被制御系との相異のみ

* 原稿受付 2001 年 7 月 25 日。

^{*1} 正員, IMV (株) (〒664-0841 伊丹市天津藤の木 51)。

^{*2} 金沢大学工学部。

E-mail: uchiyama@imv.co.jp

Fig. 1 Overview of Multi-Axis shaking system

を適応フィルタで補償するように工夫している。具体的には、被制御系の数学モデルと不確かさを導出し、 μ -シンセシスを用いてフィードバック制御器を設計する。そして、応答性改善のために 2 自由度制御系を構成する。それでも性能面で補償しきれない場合にのみ対応するために適応フィルタを導入する。

2 章では多軸振動台の概要について述べ、その数学モデルと不確かさを導出する。3 章では制御系の設計を行い、4 章で求めた制御系を実験、シミュレーションによって検証し、この試験環境において有効な手段となり得ることを示す。そして、5 章でまとめる。

2. 多軸振動台の数学モデルと不確かさ

実対象の特性を正確に数学モデルで表すことは困難で何らかの不確かさが存在する。本章では、多軸振動台の概要を説明し、ノミナルモデルの導出と不確かさの定式化を行う。また、設計の簡易化、次数の低減化などの理由で、加振機単体ごとの制御系を設計する。そのため以降の記述は SISO モデルを対象にする。

2.1 多軸振動台の概要 図 1 に示されるような多軸加振台を対象とする。この多軸振動台は X 軸に 2 台、Y 軸に 2 台、Z 軸に 4 台設置し合計 8 台の動電式振動発生機で構成している。動電式振動発生機は磁界中に存在するコイルに電流を流すとそれに比例した力が発生することを利用している。加振機とテーブルは球面軸受けで連結されており、それぞれの軸の並進 3 自由度と回転 3 自由度の合計 6 自由度の動作がスムー

Table 1 Parameters and variables

Sign	Description
m	Armature mass
K_d	Stiffness coefficient of suspension
C_d	Damping coefficient of suspension
L_1	Inductance of drive coil
R_1	Resistance of drive coil
l	Length of drive coil
B	Magnetic flux density
G_a	Amplifier gain
u_s	Input voltage to amplifier
x_1	Armature displacement
I_1	Current of drive coil

ズに行うことができる。また、移動するテーブル変位の測定は困難となるために、加振機の可動部の変位をレーザ式変位計で測定している。

今回は図 1 のように 95[kg] の錘を長さ 1.3[m] の棒 4 本で支える構造の供試体を載せる。1 次の共振周波数は約 2.3[Hz] で、その影響として共振周波数近傍で加振機の伝達特性に共振・反共振特性として現れる。

2.2 ノミナルモデル 簡易化された動電式振動試験機のモデルは図 1 のように 1 自由度の振動系で表すことができる。磁束密度が一定で駆動コイルが線形な等価回路で表せる等の仮定の下で、動電式振動試験機の運動方程式は次式のように表される。

$$m\ddot{x}_{s1} = BlI_1 - C_d\dot{x}_{s1} - K_dx_{s1} \quad (1)$$

$$L_1\dot{I}_1 = -Bl\dot{x}_{s1} - R_1I_1 + G_a u_s \quad (2)$$

ここで、各パラメータや変数を表 1 に示す。 x_{s1} は供試体が搭載されていないときの可動部変位を示す。(1),(2) 式より入力電圧 u_s から可動部の変位 x_{s1} までの伝達特性を表すと次式のようになる。

$$G_s = \frac{BlG_a}{mL_1s^3 + M_1s^2 + M_2s + K_dR_1} \quad (3)$$

$$M_1 = mR_1 + C_dL_1$$

$$M_2 = K_dL_1 + C_dR_1 + (Bl)^2$$

しかし、図 1 のような共振性の供試体を加振台の上に載せると、特に垂直方向で図 2 に示すような共振・反共振特性が各加振機の伝達特性に現れる。この影響を簡易的に (4) 式で表されるようなモデルで近似する。

$$G_e = \frac{s^2 + 2\zeta_2\omega_2s + \omega_2^2}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1s + \omega_1^2} \quad (4)$$

ここで、 ω_1 は共振点周波数、 ζ_1 は共振点の減衰率、 ω_2 は反共振点周波数、 ζ_2 は反共振点の減衰率を表してお

Fig. 2 Transfer function with the specimen

り、供試体の共振周波数や減衰率の影響はこれらパラメータを調節することによって表せるとする。実測値が無相関なホワイトノイズを各加振機に同時入力して測定したことをふまえて、ノミナル値は測定値とシミュレーション値を比較した結果より保守的に考えて、 $\omega_1 = 2\pi \cdot 2.0$, $\zeta_1 = 0.2$, $\omega_2 = 2\pi \cdot 2.3$, $\zeta_2 = 0.07$ とした。ただし、共振点の正確な値はわからず、共振周波数が $1.76 \sim 2.24$ [Hz] 間に、減衰率は $0.15 \sim 0.25$ の間に存在すると仮定する。

2.3 不確かさの記述 パラメータの同定誤差や供試体の影響をひとまとめに不確かさとして取り扱うと保守的になり制御性能を上げることが困難となる。そこで、図 3 のように供試体の影響に対しては構造的な不確かさである固有値摂動法⁽⁵⁾を適用し、その他の不確かさに対しては非構造的な加法的な不確かさを用いる。ここで、 Δ_t , Δ_e は不確かさのブロックを表し、破線で囲まれたモデルを G_n とする。

まず、固有値摂動法について示す。(4) 式のノミナルモデルは次式のような状態空間表現で表せるとする。

$$G_e = C_e(sI - A_e)^{-1}B_e + D_e \quad (5)$$

次に、(4) 式を重み W_e を用いて、図 3 の鎖線で囲まれたモデルのように拡張すると、(6) 式で表される。

$$G_{ew} = \begin{bmatrix} A_r & W_e & B_r \\ I & 0 & 0 \\ C_r & 0 & D_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、状態空間パラメータ A_r , B_r , C_r , D_r は (5) 式の A_e を次式のような共役な固有値 $\lambda_{1\pm}$ の実数型ブロック対角構造に変換したものとする。

$$A_r = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ -\beta_1 & \alpha_1 \end{bmatrix}, \lambda_{1\pm} = \alpha_1 \pm \beta_1 \quad (7)$$

Fig. 3 Perturbation structure

Fig. 4 Nominal eigenvalue and perturbation region

また、重み W_e を対角実数行列となるように選択する。

$$W_e = \text{diag}(w_1, w_1), w_1 > 0 \quad (8)$$

以上のことより、拡張された共振・反共振特性の伝達特性は LFT 形式を用いて表すと

$$F_u(G_e, \Delta_e) = C_r(sI - A_r - W_e \Delta_e)^{-1}B_r + D_r \quad (9)$$

となり、(5) 式と (9) 式を比べると、 $\sigma_{\max}(\Delta_e) \leq 1$ であるために $A_r + W_e \Delta_e$ の固有値はノミナルモデル A_r の固有値 $\lambda_{1\pm}$ を中心として半径 w_1 の円内に存在していることになり、モード周波数とモード減衰率に対する不確かさを記述できる。

代表的に λ_{1+} まわりの摂動を複素平面上に表すと、共振周波数と減衰率の摂動範囲は図 4 の鎖線で囲まれるような範囲となる。また、ノミナルモデルの固有値 λ_{1+} を '+' で表す。この点を中心とした半径 1.7 の円は、摂動範囲をすべて含むので、重み W_e の要素 w_1 を次式のように設定した。

$$w_1 = 1.7 \quad (10)$$

次に、加振機のパラメータ摂動に対する加法的な不確かさを記述する。加法的な不確かさを図 5 の破線で示す。ここで、不確かさをすべて覆うように周波数重み関数 W_t を次式のように決定した。

 Fig. 5 Uncertainty and weighting function W_t

$$W_t = \frac{0.44(s + 20)}{s + 40} \quad (11)$$

また、考慮しきれなかった不確かさを想定して、高周波数域で重み関数のゲインが大きくなるように設定している。

3. 制御系設計

動電式振動試験機に対して制御系設計を行う。制御器の計算には制御設計用 CAD, MATLAB を使用した。

3.1 制御目的 この多軸振動台に対する制御目的を次のように設定する。

- 不確かさが存在しても安定に制御する。
- 外乱を抑制し、地震波形の再現を目標とする。

設定したモデルの不確かさに対してロバスト安定性を保持することは必須であり、このような不確かさが存在しても制御性能を保持することも期待される。そこで、このようなシステムに対して、ロバスト安定性とロバスト性能を満たす μ -シンセシス⁽⁶⁾を用いて制御器を求める。そして、応答性改善のために 2 自由度制御系⁽⁷⁾を構成し、それでも性能面で補償しきれない場合のために適応フィルタを導入する。

3.2 μ -シンセシス 図 6 に示すようなフィードバック制御系を考える。ここで、 r は制御目標、 e_s は制御誤差、 K_b はフィードバック制御器を表し、破線で囲まれたモデルを G_p とし、各要素を $z_u = [z_e, z_t]^T$, $w_u = [w_e, w_t]^T$, $\Delta_u = \text{diag}(\Delta_e, \Delta_t)$ とおいている。先ず、外乱抑制に対する周波数重み関数を設定する。供試体の質量や慣性力が外力として加わることを想定し、(1) 式に外力 f_d を考慮に入れると、加振機のモデル G_s の状態空間形式は次のような式で表せる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= A_s x_s + B_s u_s - D_s f_w \\ y_s &= C_s x_s \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $x_s = [x_{s1}, \dot{x}_{s1}, I_1]^T$, $D_s = [0, 1, 0]^T$, $f_w = W_f f_d$ としている。外力に対する周波数重み関数 W_f

Fig. 6 Schematic diagram of feedback control

 Fig. 7 μ -Synthesis

は、主に低周波数域で発生する外力を抑制したいので次式のように設定した。

$$W_f = 7.8e2 \cdot \frac{(6.4 \cdot 2\pi)^{-1}s + 1}{(1000 \cdot 2\pi)^{-1}s + 1} \cdot \frac{(96 \cdot 2\pi)^{-1}s + 1}{(2000 \cdot 2\pi)^{-1}s + 1} \quad (13)$$

次に、目標追従性に対する周波数重み関数 W_s を設定する。地震波を精度よく再現できるように、不確かさが満たされる範囲で低周波数域のゲインが大きくなるように考慮し (14) 式が得られた。 γ は調節パラメータで今回は結果的に $\gamma = 1.5$ を用いた。

$$W_s = \frac{10 \cdot \gamma \cdot 0.2 \cdot 2\pi}{s + 0.2 \cdot 2\pi} \cdot \frac{0.4 \cdot 2\pi}{s + 0.4 \cdot 2\pi} \cdot \left(\frac{2 \cdot 2\pi}{s + 2 \cdot 2\pi} \right)^2 \quad (14)$$

また、制御入力 u_s も適当に小さく押さえたことから重み関数 W_u を設定し、次のような値を用いた。

$$W_u = 0.01 \quad (15)$$

以上のように安定性や制御性能に関する目的が重み関数を含めた閉ループ伝達関数に対する要求として定式化できた。そこで、図 7 に示すような一般化プラント P を構成して μ -シンセシスの枠組みに取り込む。ここで、各要素を $W_1 = \text{diag}(I, W_f)$, $W_2 = \text{diag}(W_s, W_u)$, $d_1 = [r, f_w]^T$, $e_1 = [e_s, u_s]^T$ としている。また、不確かさのブロック構造 Δ は、

$$\Delta := \{ \text{diag}(\delta_{1+}, \delta_{1-}, \Delta_t, \Delta_{perf}), \delta_{1\pm} \in \mathcal{C}^{1 \times 1}, \Delta_t \in \mathcal{C}^{1 \times 1}, \Delta_{perf} \in \mathcal{C}^{2 \times 2} \} \quad (16)$$

Fig. 9 Closed-loop transfer functions x_1/f_d

Fig. 10 Results of control : 0.75[Hz]

供試体の干渉による影響を小さくするために、目標波形の主成分を共振周波数とずらしている。図9の結果からも推測できるように、水平方向が目標に良く追従して、回転方向の運動も抑制されており、安定で性能も良好な制御結果が得られているのがわかる。また、回転方向の4[s]近傍で若干の誤差が発生しているが、これは供試体の共振周波数と一致しており干渉の影響が現れているためである。

次に、目標波形の主成分を供試体の共振周波数とほぼ等しい2[Hz]に設定し、干渉の影響が大きくなる条件で検証を行う。その時の結果を図11に示す。図より並進方向の応答は目標に追従できているが、回転方向では目標とずれて回転運動を起こしているのがわかる。これは、供試体が共振周波数で共振されるために干渉の影響が大きくなり、それに連成したテーブルの回転運動が現れるためである。図9からも推測できるように、制御系はこの周波数帯域では回転運動を抑制することができず外乱として現れるが、このように供試体の影響が顕著に現れる状況においても不安定とならずに安定性が保たれていることが確認できる。

4.2 適応フィルタを付加したときの実験 適応フィルタを付加した2自由度制御系を構成して供試体の干渉による外乱の抑制効果を検証する。適応フィル

Fig. 11 Results of control : 2[Hz]

Fig. 12 Results of control by using adaptive filter for rotational direction : 2[Hz]

タは回転方向の外乱を抑制する目的でY軸回転方向の制御系に付加する。基本的には図8のような構成を用いるが、Y軸回転方向の場合は誤差信号から適応フィルタの目標信号を演算するように変更している。式(20)のフィルタ長 N とステップパラメータ ρ の値を安定性と性能を満たす範囲で、 N は小さくなるように、 ρ は大きくなるように選択した。

干渉の影響が大きい時の実験を行い、その結果を図12に示す。これより、2自由度制御に適応フィルタを付加した方がY軸回転方向で良好な制御結果が得られており、外乱を1[s]以後の期間において抑制できている。これは適応フィルタを付加しオンラインで特性の更新を行うことによって、ノミナルモデルからは想定できない供試体の影響を少なくしているためだと考えられる。しかし、X軸並進方向で約4[s]以降の結果が、前に比べて悪化している。これは、回転方向の運

Fig. 13 Results of control by using adaptive filter for horizontal and rotational direction : 2[Hz]

動が抑制されたために、X 軸並進方向に及ぼす供試体の影響が強まったためだと推測される。

そこで、同様の状況において X 軸並進方向にも適応フィルタを付加して実験を行った結果を図 13 に示す。これらの結果より、2 自由度制御に適応フィルタを付加することによって、Y 軸回転方向と同様に X 軸並進方向でも制御結果が改善されているのがわかる。

また、適応フィルタの効果を確認するために錘の上に設置した加速度センサの応答波形を図 14 に示す。このように、適応フィルタを付加する前は供試体の影響がテーブルの回転運動を起すために、加速度応答の減衰が速くなっている。しかし、適応フィルタを付加すると加速度応答が減衰しておらず、純粋な並進運動が再現されていることが確認できる。

5. お わ り に

本報告では、動電式多軸振動台にフレーム処理と繰り返し加振が行えない状況を想定した制御器の構築を行った。

まず、加振機の数学モデルを構築し、不確かさを記述して、 μ -シンセシスを用いてフィードバック制御器を設計した。さらに、応答特性を改善する目的で 2 自由度制御系を構成した。そして、実際の実験によりその有効性の確認を行った。

また、搭載した供試体の影響で制御性能に問題が生じた場合に、適応フィルタを付加した 2 自由度制御の検討を行った。実験によってその効果を検証したところ、適応フィルタを付加する事によって良好な制御結

Fig. 14 Acceleration response of the specimen

果が得られることがわかった。

これらより想定した状況下においては、 μ -シンセシスを用いた 2 自由度制御が有効であり、場合によって適応フィルタを付加することで制御性能が向上することを示せたと考える。

謝 辞

本研究開始の契機と振動台使用の許可を頂き、適切なご助言を下された東京大学生産技術研究所 小長井一男教授をはじめ研究室の方々に厚く御礼申し上げます。

文 献

- (1) 小長井, 野上, 勝川, 鈴木, 三神, 構造物とその基礎の相互作用を反映させる振動台の制御, 土木学会論文集, 598, I-44, (1998), pp.203-210
- (2) 小山, 野波, ニューラルネットワークを用いた四足歩行ロボットの動歩行制御, 機論, 62, 596, C(1996), pp.1519-1526
- (3) 佐野, 吉田, 山王堂, 足立, 部分空間法を用いたシステム同定結果に基づく 2 自由度アクティブ騒音制御系の設計に関する研究, 機論, 64, 622, C(1998), pp.1970-1976
- (4) J. Yang, Y. Suematsu, and Z. Kang, Two-Degree-of-Freedom Controller to Reduce the Vibration of Vehicle Engine-Body System, *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, 9, 2, (2001), pp.295-304
- (5) R. S. Smith, C. C. Chu, and J. L. Fanson, The Design of H_∞ Controllers for an Experimental Noncollocated Flexible Structure Problem, *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.*, 2, 2, (1994), pp.101-109
- (6) 藤田, ロバスト制御性能と μ -シンセシス, システム/制御/情報, 37, 2, (1993), pp.93-101
- (7) 杉江, 藤田, フィードバック制御入門, コロナ社, (1999)
- (8) B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Prentice-Hall, (1985)