てこ式変位拡大機構を用いた粘弾性-摩擦複合ダンパの研究*

松岡 太一^{*1}, 大亦 絢一郎^{*2}, 宮城 善一^{*2}

A Study of a Viscoelastic-Friction Damper Using a Lever-Type Displacement Magnifying Mechanism

Taichi MATSUOKA^{*3}, Kenichiro OHMATA and Zenichi MIYAGI^{*3}Department of Mechanical Engineering Informatics, Meiji University,
1-1-1 Higashimita, Tama-ku, Kawasaki-shi, Kanagawa, 214-8571 Japan

In the previous paper, the authors proposed a new type of magnetic damper using a lever-type displacement magnifying mechanism and rare-earth magnets. In this paper, a viscoelastic-friction damper and a viscoelastic damper using the lever-type displacement magnifying mechanism and viscoelastic material are proposed in order to obtain a passive damper which gives damping and stiffness within a relative displacement in the region of about 0.1~20 mm. Denoting the magnifying ratio by λ , the damping force and the spring force of the viscoelastic material are increased λ^2 times and the friction force is increased λ times by the magnifying mechanism. The trial dampers were made and the resisting force characteristics were measured. To describe the mathematical properties of the viscoelastic material, a four-element viscoelastic model was used, and the parameters of the model were identified using the experimental results. The frequency responses and the seismic responses of a three-dimensional piping system supported by each damper were measured using an electrohydraulic type shaking table. The experimental results are compared with the calculated results obtained by the finite element method (ANSYS), and the effects of vibration suppression of the dampers are discussed.

Key Words: Damper, Viscoelastic-Friction Damper, Viscoelastic Damper, Damping Material, Displacement Magnifying Mechanism, Frequency Response, Seismic Response

1. はじめに

建物の高層化あるいは機器装置の高精度化に伴い、大振幅振動から微振動に至るまでのさまざまな大きさの振動を抑制するために各種ダンパが開発されている。これらの中で比較的微小な振動をパッシブ制御技術で抑制するためには、変位や減衰力の拡大機構が必要となる場合がある。著者らは以前に0.1 mmから10 mm程度までの振幅をもつ振動を対象として、二段てこ式変位拡大機構と希土類磁石を用いたパッシブ型磁気ダンパを開発した⁽¹⁾。この磁気ダンパは、拡大機構の拡大率の二乗に比例して減衰力を大きくすることができる。一方、高い減衰性能をもつ粘弾性材料として、近年シリコンゲル、高減衰ゴム、アクリル系粘弾性材をはじめ各種粘弾性材料が開発され、ダンパにも応用されている^{(2)~(10)}。また笠井らは、小振幅時では粘弾性体の粘性と弾性を利用し、大振幅時では弾塑性体の塑性変形(または摩擦)を利用する粘弾性-弾塑

性体直列結合ダンパを開発した⁽¹¹⁾⁽¹²⁾。これにより、広い振幅範囲を対象としたダンパにも粘弾性材料を適用できるようになった。

本研究では、0.1 mmから数10 mm程度までの振幅範囲の振動を対象として、笠井らのアイディアと二段てこ式変位拡大機構を組合せた粘弾性-摩擦複合ダンパを提案する。このダンパは二段てこ式変位拡大機構の先端に粘弾性材-摩擦直列結合体を取付けることにより、大きな振動時には摩擦力を拡大して大きな抵抗力を得ようとするものである。アクリル系粘弾性材を用いて粘弾性-摩擦複合ダンパ(以下複合ダンパと略す)を試作し、その抵抗力特性を解析と実験によって調べる。また比較の目的で、複合ダンパの摩擦部(スライド部)を固定した粘弾性材の変形のみを利用するダンパ(粘弾性ダンパ)も試作して、その抵抗力特性を調べる。次に、これら2種類のダンパを三次元配管モデルに取付けて周波数応答実験と解析および地震応答実験と解析を行い、両ダンパの制振効果を確かめる。なお、清水らは粘弾性材の分数階微分による振動解析⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾を行っているが、本論文では粘弾性材を線形四要素モデルに置き換えて振動解析を行う。

* 原稿受付 2002年3月8日。

^{*1} 准員, 明治大学大学院理工学研究科(〒214-8571 川崎市多摩区東三田1-1-1)。^{*2} 正員, 明治大学理工学部。

E-mail: matsuoka@isc.meiji.ac.jp

2. 粘弾性-摩擦複合ダンパおよび 粘弾性ダンパの構造と変位拡大率

ピン支持でてこ式変位拡大機構を用いた粘弾性-摩擦複合ダンパの構造を図1に示す。本ダンパは、両端のロッドエンド、ロードコラム、ピン支持された二段でてこ式変位拡大機構、プッシュロッド、直動玉軸受、基礎板、粘弾性材、ブレーキシューおよび摩擦板から構成されている。図1で、ブレーキシューと摩擦板の間を固定すれば粘弾性ダンパとなる。

両端のロッドエンド間に相対変位 x を与えると、拡大機構によって基礎板の変位が拡大される。この拡大された変位 x_r は、図2の幾何学的な関係から、次式で与えられる。

$$x_r = (c+d)\sin\theta_4 - g(1-\cos\theta_5) \quad \text{.....(1)}$$

ここで、

$$\theta_4 = \sin^{-1}\left(\frac{x_p}{c}\right), \theta_5 = \sin^{-1}\left(\frac{(c+d)(1-\cos\theta_4)}{g}\right) \quad \text{.....(2)}$$

x_p は点6の上下方向変位を表し、斜辺の長さ f 、傾斜角 θ_3 の直角三角形に対するピタゴラスの定理より求まる。すなわち

$$[a+b+c - \{(a+b)\cos\theta_1 + c\cos\theta_4\}]^2 + [x_p + f - (a+b)\sin\theta_1]^2 = f^2$$

Table 1 Physical condition of the trail damper

Lever	Length	a, b	20, 40 mm
	Length	c, d	20, 40 mm
	Length	e, f	30, 50 mm
	Length	g	30 mm
VEM	Material	3M ISD112	
	Length	20 mm	
	Width	20 mm	
	Thickness	10 mm	
	Number	1 layer (Compound damper) 5 layers (VEM damper)	
Friction	Force	f_0	2.1, 12.5 N

Fig. 1 Conceptual sketch of the compound damper

上式を x_p について解くと

$$x_p = \frac{RS + \sqrt{(RS)^2 - (Q^2 + R^2)(S^2 - 4Q^2c^2)}}{2(Q^2 + R^2)} \quad \text{.....(3)}$$

ただし

$$\begin{cases} Q = a + b + c - (a + b)\cos\theta_1 \\ R = (a + b)\sin\theta_1 - f \\ S = c^2 - f^2 + Q^2 + R^2 \end{cases} \quad \text{.....(4)}$$

式(4)において、 θ_1 は次式の関係から求まる。

$$x = e + a\sin\theta_1 - \sqrt{e^2 - a^2(1 - \cos\theta_1)^2} \quad \text{.....(5)}$$

また、 x は微小と考え、てこ比を用いて拡大率を表すと

$$\lambda = \frac{(a+b)(c+d)}{ac} \quad \text{.....(6)}$$

式(1)~(5)を用いて、表1に示すようなてこ比をもつ拡大機構の x と x_r の関係を計算すると、図3の実線のようになる。図3からわかるように、 $x = \pm 3$ mm 程度までは x と x_r の関係はほぼ直線的となり、拡大率は約 $\lambda = 8.8$ となる [式(6)から求めた拡大率は $\lambda = 9$ となる]。したがって拡大された変位 x 、速度 v_r は次式のように表される。

$$x_r = \lambda x, v_r = \lambda v \quad \text{.....(7)}$$

ここで、 v はダンパ下端の入力速度を表す。

最初に、複合ダンパの粘弾性材の抵抗力が摩擦力よ

Fig. 2 Analytical model of the magnifying mechanism

Fig. 3 Calculated results for magnifying displacement

りも小さい範囲を考える。この範囲では、複合ダンパは粘弾性ダンパとしての特性をもつことになる。ダンパの両端のロッドエンド間に相対変位 x を与えると、基礎板に貼付けた粘弾性材がせん断変形することによって、拡大された変位、速度に比例した抵抗力が生じる。この抵抗力 F は一般的に周波数依存性のほかに、振幅依存性および温度依存性をもつが、本研究においては振動対象を地震時の振動および 20 Hz 程度までの周波数範囲の振動に限ることにし、温度依存性は考慮しない。ここで粘弾性材の動的特性を図 4(a) に示すような Maxwell モデルと Voigt モデルを並列に並べたモデルで近似すると、このモデルの等価ばね定数 k_{eq} と等価粘性減衰係数 c_{eq} は次式で与えられる。

$$k_{eq} = \frac{S}{l} \left(\gamma_1 + \gamma_2 \frac{\omega^2 \tau_2^2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right) \dots\dots\dots (8)$$

$$c_{eq} = \frac{S}{l} \left(\eta_1 + \eta_2 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \right)$$

ここで、 γ_1, γ_2 はばね要素 1, 2 の剛性率、 η_1, η_2 はダッシュポット 1, 2 の粘性率、 $\tau_2 = \eta_2 / \gamma_2$ はダッシュポット 2 の応力緩和時間を表し、 S, l は粘弾性体の断面積と厚さを表す。この場合のダンパの全抵抗力 F は次式で与えられる。

$$F = k_{eq} \lambda^2 x + c_{eq} \lambda^2 \dot{x} \dots\dots\dots (9)$$

次に、粘弾性材の抵抗力が摩擦力に等しくなり、摩擦部が相対運動を行う場合を考えると、ダンパの抵抗力は次式のようにになる。

$$F = \lambda f_0 \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 f_0 は摩擦部のクーロン摩擦力を示す。また、摩擦部を固定した粘弾性ダンパの抵抗力は、すべての振幅・振動数において式(9)で与えられる。式(9)、(10)からわかるように、等価ばね力および等価減衰力は λ^2 に、摩擦力は λ に比例するので、 λ を大きくするほど抵抗力が大きくなる。

3. 抵抗力特性

3.1 試作したダンパの構造 試作した複合ダンパの構造を図 5 に示し、その諸元を表 1 に示す。粘弾

Fig. 4 Equivalent models of the dampers

性材は、長さ 20×幅 20×厚さ 10 mm のアクリル系粘弾性材(3M ISD 112)であり、一方を基礎板に貼付け、他方をカーボン製ブレーキシューに貼付けた。ブレーキシューと容器側壁のステンレス板が相対変位することにより滑らかなクーロン摩擦力が得られる。また、この複合ダンパのブレーキシューを容器側壁に固定して、粘弾性材の変形のみを利用する粘弾性ダンパを試作した。粘弾性ダンパには、5 枚の粘弾性材を積層にして用いた。この際各層の粘弾性材がせん断方向にのみ変形するように、各粘弾性材をガイドプレート(溝に沿って上下に移動する板)で挟んで積層にしてある。

3.2 粘弾性ダンパの抵抗力測定 最初に、粘弾性ダンパの抵抗力特性を調べた。図 6 に示すように、粘弾性ダンパの一端を振動台に、他端をロードセルを介して固定壁に取付け、振幅を 4 種類(0.5, 1.0, 2.0, 3.0 mm)に変化させた場合について、振動台に周波数 1~4 Hz の正弦波状変位を与えて変位と抵抗力の履歴曲線を求めた。振動台の変位の測定にはインダクタンスタイプ変位計を用いた。

粘弾性ダンパの抵抗力実験結果を計算結果と併せて図 7 に示す。図 7 の実験結果と式(8)を用いて試行錯誤により四要素モデルのパラメータを同定すると、表 2 のようになる。表 2 の値は、まず粘弾性体を Voigt モデルで近似して抵抗力の履歴曲線より γ_1, η_1 の初期値を求め、 γ_2, η_2 はそれぞれ γ_1, η_1 の数分の一から数倍の値であると仮定して、これら四つのパラメータを少しずつ変えて同定した値である。これらの同定された値は、拡大された変位と速度の元で同定されている。また、実験から得られた貯蔵せん断弾性係数 G' および損失せん断弾性係数 G'' を $r=1/2$ の分数階微分 Voigt モデルを用いて求めた値と併せて図 8 に示す。ここで、 G', G'' と k_{eq}, c_{eq} の間には次の関係があ

Fig. 5 Construction of the compound damper

Table 2 Parameters of the 4-element model

Stiffness rate	γ_1	$1.265 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
	γ_2	$0.493 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
Damping rate	η_1	$2.466 \times 10^3 \text{ Ns/m}^2$
	η_2	$5.261 \times 10^3 \text{ Ns/m}^2$

Fig. 6 Experimental apparatus

Fig. 7 Resisting force characteristics of the VEM damper

る。

$$k_{eq} = G'(S/l), c_{eq} = G''(S/\omega l) \dots (11)$$

図8より、0.5~10 Hz程度までは四要素モデルおよび分数階微分 Voigt モデルによる計算値と実験値はかなり一致しており、図4に示した四要素モデルで近似できることがわかる。

3.3 複合ダンパの抵抗力測定 次に、粘弾性ダンパの場合と同様にして、試作した粘弾性-摩擦複合ダンパの抵抗力を測定した。実験結果を計算結果と併

Fig. 8 Shear storage modulus and loss modulus of the viscoelastic material

Fig. 9 Resisting force characteristics of the compound damper

せて図9に示す。図9から、複合ダンパは完全弾塑性型の弾塑性ダンパ的な抵抗力特性を示すことがわかる。

4. ダンパで支持された三次元配管モデルの振動実験と解析

4.1 運動方程式 プラント用配管を想定した三次元配管モデルの屈曲部に本複合ダンパおよび粘弾性ダンパが取り付けられている場合について、床に上下方向の正弦波状変位または実地震波が作用したときの配管の周波数応答解析および地震応答解析を行った。解析モデルを図10に示す。配管を n 個の微小長さ要素に分割し、配管屈曲部の位置を i 番めとすると、床が上下方向に絶対加速度 $\ddot{z}$ を受けたときの運動方程式は次式で示される。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [A]^{-1}\{u\} + \gamma[A]^{-1}\{\dot{u}\} + \{F\} = -[M]\{\ddot{z}\} \quad (12)$$

ここで, $[M]$ は質量マトリックス, $[A]$ は影響係数マトリックス, $\{u\} (= \{y\} - \{z\})$ は配管の相対変位ベクトル, $\{\ddot{z}\}$ は入力加速度ベクトル, $\{F\}$ は抵抗力ベクトルを表し, それぞれ次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \{u\} &= \{u_1, \dots, u_n\}^T, \{y\} = \{y_1, \dots, y_n\}^T, \\ \{\ddot{z}\} &= \{\ddot{z}_1, \dots, \ddot{z}_n\}^T \\ [A] &= \begin{bmatrix} A_{11} & \dots & A_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ A_{n1} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \\ [M] &= \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_n \end{bmatrix}, \{F\} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ f_i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

ここで, f_i はダンパの抵抗力を表し, 式(8)~(10)で与えられる. また m_d はダンパ可動部の等価質量を表す. 数値計算に際しては, 配管を 225 個の微小長さ要素に分割し, 配管屈曲部に図 4 の四要素モデルが取付けられているものとして計算を行った. 計算値は, 有限要素法プログラム(ANSYS)を用い, ニュートンラプソン法による非線形時刻歴応答解析により求めた.

4.2 周波数応答実験 試作した 2 種類のダンパ(複合ダンパ, 粘弾性ダンパ)を長さ 1.5×1.5 m, 高さ 1.5 m, 直径 41.3 mm, 肉厚 1.5 mm の三次元配管モデルの屈曲部に取付け, 電気油圧式振動台により配管基礎部に 0~10 Hz の正弦波状上下変位を与えて配管屈曲部の相対変位を測定した. 実験に用いた三次元配管モデルの諸元を表 3 に示す. 配管の内部減衰比 γ は, 配管屈曲部を上下方向にインパルス加振して, 一次の固有振動モードの応答波形より求めた実験値である. 配管屈曲部の相対変位(たわみ)はインダクタンス型変位計で測定し, A/D 変換してパーソナルコンピュータに取込んだ.

実験結果を計算結果と比べて図 11 に示す. 図 11 よりわかるように, 一次共振点における配管屈曲部のたわみはダンパなしの場合に比べて, 複合ダンパ($f_0 = 2.1$ N) 取付時で 1/6 程度, 粘弾性ダンパを取付けた場合は 1/4 程度に低減する.

4.3 実地震波応答実験 本複合ダンパおよび粘弾性ダンパの配管用耐震装置としての有効性を確かめるために, 2 種類のダンパを三次元配管モデルの屈曲部に取付け, 地震応答実験と解析を行った.

実験に用いた地震波は最大加速度 3 m/s^2 に基準化

Table 3 Experimental condition of the three-dimensional piping

Material		C1100BE
Length of straight parts	L	1.5 m
Outside diameter	d	41.3 mm
Wall thickness	w	1.5 mm
Young's modulus	E	110 GPa
Density	μ	8500 kg/m ³
Internal damping ratio	γ	0.003

Fig. 10 Analytical model

Fig. 11 Frequency responses at the corner of the pipe

した Imperial Valley 地震(1940) El Centro NS 成分と 2 m/s^2 に基準化した日本海中部地震(1983) 秋田港 NS 成分である. これらの波形を電気油圧式振動台の上下方向に入力し, 配管屈曲部の相対変位と絶対加速度を測定した. 加速度の測定にはサーボ型加速度計を用いた.

配管屈曲部の最大変位 u_m と最大加速度 $\ddot{y}_m$ の実験結果および計算結果を表 4 に示し, 相対変位応答波形の実験結果および計算結果を図 12(a), (b) に示す. また地震応答時におけるダンパ抵抗力の履歴曲線の計算値例を図 13 に示す. 表 4 および図 12 からわかるように, 配管屈曲部における最大相対変位は, ダンパなしの場合に比べて複合ダンパ($f_0 = 12.5$ N) 取付時で

1/8 程度に、粘弾性ダンパ取付時で 1/9 程度に低減する。また、実験結果と計算結果は似た傾向を示しており、計算結果の妥当性が確認された。なお、複合ダンパの粘弾性材の最適寸法および最適摩擦力は入力加速度の大きさによって異なるが、これらの最適値については次報において検討する。

5. ま と め

ピン支持てこ式変位拡大機構と粘弾性材を用いた複合ダンパおよび粘弾性ダンパを開発し、その抵抗力特性を理論解析と実験によって調べた。また、三次元配管モデルに対する制振効果を周波数応答実験と解析お

よび地震応答実験と解析によって確かめた。おもな結果は以下のとおりである。

(1) てこ比が 1:2 のてこを二段用いることによって、 $\lambda=8.8$ の拡大率が得られる。この二段てこ式変位拡大機構を用いることにより、てこ先端部の変位（および速度）は入力変位（および速度）の λ 倍に拡大され、その結果弾性体のばね力および減衰力は λ^2 倍に、摩擦力は λ 倍に拡大される。

(2) 本研究で対象とした 20 Hz 程度までの周波数範囲内では、本粘弾性体は Maxwell モデルと Voigt モデルを並列につないだ四要素モデルで近似できる。

Table 4 Maxima of the responses at the corner of the pipe

Input wave	El Centro (1940) NS 3 m/s ²				Akita (1983) NS 2 m/s ²			
	Experiment		Calculation		Experiment		Calculation	
	Disp. $ u _m$ [mm]	Accel. $ \ddot{y} _m$ [m/s ²]	Disp. $ u _m$ [mm]	Accel. $ \ddot{y} _m$ [m/s ²]	Disp. $ u _m$ [mm]	Accel. $ \ddot{y} _m$ [m/s ²]	Disp. $ u _m$ [mm]	Accel. $ \ddot{y} _m$ [m/s ²]
Without the damper	5.97	4.98	5.82	4.82	5.25	4.54	4.92	4.49
With the compound damper ($f_0 = 2.1$ N)	0.95	2.90	1.10	2.88	1.10	2.14	1.15	2.07
With the compound damper ($f_0 = 12.5$ N)	0.85	3.14	0.78	3.06	0.68	2.09	0.53	2.03
With the VEM damper	0.65	3.88	0.75	3.59	0.58	2.33	0.65	2.28

Fig. 12 Response waves at the corner of the piping

Fig. 13 Hysteresis curves of the compound damper ($f_0=12.5$ N)

(3) 三次元配管モデルの周波数応答実験と解析の結果、配管屈曲部(ダンパ取付点)の最大たわみは、ダンパなしの場合に比べて複合ダンパ($f_0=2.1$ N)取付時で1/6程度に、粘弾性ダンパ取付時で1/4程度に低減することがわかった。

(4) 三次元配管モデルの地震応答実験と解析の結果、配管屈曲部の最大たわみは、ダンパなしの場合に比べて複合ダンパ($f_0=12.5$ N)取付時で1/8程度に、粘弾性ダンパ取付時で1/9程度に低減することがわかった。

(5) 周波数応答実験結果と解析結果および地震応答実験結果と解析結果は、それぞれ似た傾向を示し、計算値の妥当性が確認された。

終わりに、粘弾性材料を提供していただいた住友スリーエム株式会社に深謝する次第である。また本研究は学術振興会科学研究費補助金(基礎研究B)によることを付記する。

付 録

粘弾性材の耐久試験 抵抗力測定実験と同じ実験装置を用い、粘弾性材一枚を金属板で挟んだ試験片を直接振動台で調和振動させてせん断方向に繰返し変形を与え、耐久実験を行った。繰返し数と各サイクルごとの最大抵抗力の関係を図14(a)に示し、各繰返し数における粘弾性材の温度を図14(b)に示す。温度は熱電対を粘弾性材に埋め込んで測定した。図14からわかるように、最大抵抗力および粘弾性材の温度は500サイクル程度でほぼ一定になる。

文 献

- (1) 松岡太一・大亦絢一郎, ピン支持拡大機構を用いた磁気ダンパの研究, 日本 AEM 学会誌, 9-1 (2001), 605-608.
- (2) 山下繁生・背戸一登・清水信行, 粘弾性材料を用いた動吸振器による金属バット打撃時におけるしびれ防止, 機論, 57-543, C (1991), 3497-3503.
- (3) 正木信男・太田雅巳・藤田聡・山家弘行, 高減衰ゴムの微小変位振幅領域における減衰特性に関する研究, 機論,

(a) Maximum resisting force

(b) Temperature of the viscoelastic material

Fig. 14 Durability of the viscoelastic material

- 63-611, C (1997), 2243-2249.
- (4) 曾田五月也・高橋雄司, ランダム加力による粘弾性ダンパの振動数依存性の定量化, 日本建築学会構造系論文集, 498号(1997), 43-49.
- (5) 藤田聡・ほか6名, 高減衰ゴムダンパを用いた高層建物の制振に関する研究(第3報, ダンパの温度依存性と耐久性に関する考察), 機論, 64-617, C (1998), 86-91.
- (6) 神保浩之・見坐地一人・柴田耕一, 周波数, 変位振幅依存型非線形振動に対する履歴系解析手法の研究(履歴則の改良と防振ゴムの振動応答), 機論, 63-630, C (1999), 441-448.
- (7) 正木信男・田村和夫, 制振装置用大型多段積層ゴムの剛性解析, 機論, 65-631, C (1999), 902-909.
- (8) 佐藤美洋, 振動減衰により内部発熱する粘弾性体の定常応答解析(解析法と固定温度境界の二次元問題), 機論, 66-643, C (2000), 700-707.
- (9) 佐藤美洋・防振ゴムを用いた動吸振器の設計法, 機論, 66-645, C (2000), 1544-1550.
- (10) 池田富士雄・川田誠一・小口俊樹, 分数階微分アクティブマスダンパによる柔軟構造物の振動制御, 機論, 67-661, C (2001), 2798-2805.
- (11) 寺本道彦・笠井和彦, 粘弾性・弾塑性体直列結合ダンパの制振効果に関する研究(その1 力学的挙動について), 日本建築学会大会学術講演会梗概集, 21488(1999), 975-976.
- (12) 矢澤俊介・笠井和彦・寺本道彦・伊藤秀樹, 粘弾性・弾塑性体直列結合ダンパの制振効果に関する研究(その3 動的载荷実験), 日本建築学会大会学術講演梗概集, 21477(2000), 953-954.
- (13) 清水信行・大和田浩史, 粘弾性動吸振器の最適調整に関する研究(分数階フォークトモデルによる解析), 機論, 64-628, C (1998), 4599-4604.
- (14) 清水信行・張衛, 分数階微分オペレータで記述される粘弾性体の有限要素解析(3次元の構成方程式と有限要素方程式の定式化), 機論, 66-647, C (2000), 2135-2142.