フレキシブルアームの制振制御の一方法*

石畑 恭平^{*1}, 呂 建 明^{*2}, 谷 萩 隆 嗣^{*1}

A Method for Vibration Control of Flexible Arms

Kyohei ISHIHATA, Jianming LU^{*3} and Takashi YAHAGI^{*3} Graduate School of Science and Technology, Chiba University,
1-33 Yayoi-cho, Inage-ku, Chiba-shi, Chiba, 263-8522 Japan

This paper presents a method for vibration control system of one-link flexible arms. This method is based on the robust model following control scheme that has been proposed by the authors. This scheme can robustly control the nominal model in the presence of unmodeled dynamics and achieve the desired model following simultaneously. Therefore, this method is suitable for controls of plants that are difficult to model like flexible arms. Furthermore, a sufficient condition for stabilizing the nominal model in the presence of unmodeled dynamics is derived and the existence of bounds for all signals is proved. Finally, the results of computer simulation and flexible arms' vibration control experiment are presented to show the effectiveness of the proposed method.

Key Words: Robust Control, Vibration Control, Computer Control, Flexible Arm, Nonminimum Phase System, Modeling Error, Discrete-Time System

1. は じ め に

産業ロボットにおいてロボットアームの高速移動や省エネが要求される場合、アームの軽量化が必要となる。しかし軽量化を推し進めると、アームの弾性変形や位置制御時の弾性振動が無視できなくなる等の問題が生じる。そのため、このような振動を抑制するような制御方法を考えることは、フレキシブルアームの制御を行う上で大変重要である。

弾性構造系の力学系は基本的には無限次元の分布定数系で表されるため、制御系設計に際しては集中系の制御より多くの問題が派生し複雑になる⁽¹⁾。そのため、制御対象を低次の集中系に近似したりすることにより、制御系の設計を容易におこなおうとすることが多い。また、適応制御を適用することにより、このようなモデル化が困難な制御対象を扱おうとする研究もさかんにおこなわれている。

このような問題を扱うために軽量化構造のアームの動特性と制御に関する研究が近年増加しているが、制御性能を上げようとする一般にスピルオーバーの問題に直面する。また、制御器の設計に際してプラントモデルを有限次元近似すると、無視された残留モードの

影響により制御性能が上がらない、あるいは制御系が不安定になる恐れもある。この問題に関してはすでに数多くの研究がなされており、その本質が解析的には明らかにされている。フレキシブルアームの制振制御については、弾性を考慮したフィードフォワード的な制御⁽²⁾、歪ゲージによるたわみ情報を用いたフィードバック制御⁽³⁾、先端位置情報を光学センサ⁽⁴⁾やCCDカメラ⁽⁵⁾によってフィードバックする方法などが報告されている。これらの方法の多くはプラントモデルを有限次元近似した上で制御器を設計し、その近似によって発生する誤差を何らかのセンサ信号のフィードバックによって抑制するものである。この方法は一般に分布定数モデルのプラントを直接扱う方法に比べ制御器設計が容易であり様々なシステムに応用しやすいという長所があるが、プラントの出力の追従性や系の安定性に対する近似誤差の影響を定式化していない場合も多く、そのような方法では、誤差が出力にどのような影響を与えるのか、目的の制御のためにはどの程度の誤差が許されるのかといった、制御系設計上重要な情報を得ることができない。また、非最小位相問題に対応できないものが多く、これらは一般のプラントにはそのまま適用することはできない。

本論文では、こういったこれまで提案されてきた手法の問題点を解決する方法として、筆者らがこれまで提案してきたロバストモデル追従制御⁽⁶⁾を利用する

* 原稿受付 2001年10月16日。

^{*1} 千葉大学大学院自然科学研究科(〒263-8522 千葉市稲毛区弥生町1-33)。^{*2} 正員、千葉大学大学院自然科学研究科。
E-mail: ro@ics.tj.chiba-u.ac.jp

ことを提案し、実験より得られた結果を報告する。ただし、文献(6)では H_∞ 制御器に帰着させロバスト安定条件を求めたが、本論文ではフレキシブルアームのようなシステムに適用できる、よりシンプルな方法を提案する。1リンクフレキシブルアームは低サンプリング周期でモデル化すると非最小位相になることがよく知られているが、一般にモデル追従制御系はプラントの伝達関数の分子多項式が制御系全体の特性根として現れてしまうため、非最小位相系を扱うことはできない。本方法ではプラントモデルの分子多項式の近似逆システムを利用することにより、非最小位相系を含む一般のプラントに対して安定した制御を行うことができる。また、プラントのモデルを有限次元近似する際に無視される高次振動モードをモデル化誤差としてとらえ、これと近似逆システムを利用することにより生じる近似誤差にスモールゲイン定理を適用してロバスト安定化する。その際モデル化誤差の大きさを規定する関数を予め用意することにより、許されるモデル化誤差の限界を設定することができる。結果としてスピルオーバー現象を防ぐことができる。更に、デジタルフィルタを利用した誤差信号フィードバックにより、プラントの出力に対するモデル化誤差の影響を近似的に除去することができる。シミュレーションおよび実験では、本方法を1リンクフレキシブルアームをサーボモータに取り付けた実験装置に適用し、本方法がフレキシブルアームの制振制御の一方法として有効であることを示す。

2. 制 御 目 的

本論文では、制御対象として図1に示すような、サーボモータに1リンクフレキシブルアームの一端を固定支持させた装置を考え、そのアームの先端位置の速度を制御量 $y(t)$ として、これをあらかじめ定められた規範出力 $y_m(t)$ に追従させる追従制御を行う。アームは水平方向にのみ回転及びたわみの自由度を持つ。規範出力 $y_m(t)$ に適切な出力軌跡を与えることにより、高速な速度決めを試みる。結果としてアーム全体の振動を抑制する。モータは入力される電圧信号 $u(t)$ により駆動し、その先端位置回転速度 $y(t)$ はリアルタイムで観測可能であるとする。なお、図1ではアーム先端位置を検出する方法として光源と CCD カメラを用いるモデルを示しているが、これは本質的なものではなく、先端位置を検出することができるのであれば、その方法は問わず提案方法を適用可能である。

Fig. 1 Flexible arm system

3. 制御問題の定式化

本論文では、制御対象即ち1リンクフレキシブルアームを、以下に述べる伝達関数で表される1入力1出力の離散時間伝達関数系プラントとして扱う。フレキシブルアームのような弾性構造物の力学系は、基本的に無限次の伝達関数として表されるため、ある次数まで打ち切ることにより近似する必要がある。制御対象を有限次元近似してモデル化した伝達関数 $G_0(z)$ が以下のように表されるとする。

$$G_0(z) = \frac{z^{-d}B(z)}{A(z)} \quad (1)$$

$$B(z) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \cdots + b_mz^{-m} \quad (2)$$

$$A(z) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \cdots + a_nz^{-n} \quad (3)$$

ただし z^{-1} は単位遅延演算子を表す。この系を公称系と定義する。これに対して、制御入力 $u(t)$ を与えたときの実際のプラントの出力 $y(t)$ が次の式で表されると仮定する。

$$y(t) = G(z)u(t) \quad (4)$$

$$G(z) = G_0(z) + \Delta G(z) \quad (5)$$

ここで $\Delta G(z)$ はプラントを近似することにより生じるモデル化誤差としての加法誤差を線形近似した伝達関数であり、その次数、係数は未知である。このプラントの出力 $y(t)$ を次式で表す既知の規範出力 $y_m(t)$ に追従させることが本論文で扱う制御問題である。

$$y_m(t) = \frac{z^{-d}B_m(z)}{A_m(z)}r(t) \quad (6)$$

$$B_m(z) = \sum_{j=0}^{\mu} b_{mj}z^{-j} \quad (7)$$

$$A_m(z) = 1 + \sum_{i=1}^n a_{mi}z^{-i} \quad (8)$$

ただし、 $A_m(z)$ は安定多項式であり、 $y_m(t)$ は有界である。

Fig. 2 Block diagram of the control system

4. 制御系の設計

1 リンクフレキシブルアームの場合、式(4)から求めた伝達関数は非最小位相となることが多いことがよく知られている。一般にモデル追従制御系は公称系伝達関数の分子多項式が制御系全体の特性根として現れてしまうため、不安定零点を持つ非最小位相の公称系を扱うことはできない。そこで本論文では公称系伝達関数の分子多項式の代わりにその近似逆システムを利用することによって、この問題を解決する。公称系伝達関数の分子多項式 $B(z)$ とその近似逆システム $Q(z)$ 及び近似誤差 $\Delta_1(z)$ は次の関係にあるとする。

$$B(z)Q(z) = z^{-L} + \Delta_1(z) \quad (9)$$

この $Q(z)$ を利用して、制御入力 $u(t)$ を次のように合成する。

$$u(t) = \frac{B_m(z)N_1(z)Q(z)}{R(z)}v(t) - \frac{S(z)}{R(z)}y(t) \quad (10)$$

$$v(t) = r(t+L) - F'(z)e(t) \quad (11)$$

$$e(t) = y(t) - y_m(t) \quad (12)$$

制御系の構成図を図2に示す。この制御系は基本的に2自由度制御系に属するものであるが、各補償器の目的を明瞭にするためにこの構成で考える。ここで $R(z)$, $S(z)$ は次式を満たす伝達関数である。

$$A(z)R(z) + z^{-d}B(z)S(z) = A_m(z)N_1(z) \quad (13)$$

また、 $N_1(z)$ は安定多項式である必要がある。この条件を満たす $R(z)$, $S(z)$, $N_1(z)$ の組み合わせは無限に存在するが、次のように求めれば一意に決めることができる。まず $R(z)$ と $S(z)$ は次のように決める。

$$R(z) = N(z) + z^{-d}K(z)B(z) \quad (14)$$

$$S(z) = M(z) - K(z)A(z) \quad (15)$$

ここで $K(z)$ は系の安定性を保証するために導入した伝達関数である。これらの式を式(13)に代入すれば

次式を得る。

$$A(z)N(z) + z^{-d}B(z)M(z) = A_m(z)N_1(z) \quad (16)$$

よってこの式を満たす $M(z)$, $N(z)$ を求めれば式(13)もまた満たされる。そこで、まず $N_1(z)$ に l 次の安定多項式を与える。ただし $l \leq d+m$ である。そして $M(z)$, $N(z)$ をそれぞれ次数が

$$\deg M(z) = n-1 \quad (17)$$

$$\deg N(z) = d+m-1 \quad (18)$$

の多項式と置けば、これらの多項式は一意に定まる。これにより、式(13)を満たす $R(z)$, $S(z)$, $N_1(z)$ は決定される。

次に、式(11)における $F'(z)$ は誤差の影響を除去するためのデジタルフィルタであり、プラントの出力 $y(t)$ と規範出力 $y_m(t)$ との差をこのフィルタを通してフィードバックすることにより、近似逆システム $Q(z)$ を用いることと未知のモデル化誤差 $\Delta G(z)$ の影響により生じる出力誤差を近似的に除去することができる。このデジタルフィルタ $F'(z)$ は次のように与える。

$$F'(z) = \frac{A_m(z)F_2(z)}{B_m(z)[1-F_1(z)]} \quad (19)$$

するとプラントの出力 $y(t)$ は次式のように表される。

$$y(t) = G_m(z)[1 + \Gamma(z)\Delta(z)]r(t) \quad (20)$$

$$\Gamma(z) = 1 - F_1(z) \quad (21)$$

$$\Delta(z) = \frac{z^L A_m(z)N_1(z)\Delta_1(z) + \Theta(z)\Delta G(z)}{A_m(z)N_1(z)F_3(z) + \Omega(z)\Delta G(z)} \quad (22)$$

$$F_3(z) = 1 - F_1(z) + z^{-d}B(z)Q(z)F_2(z) \quad (23)$$

$$\Omega(z) = A(z)S(z)\Gamma(z) + A(z)A_m(z)N_1(z)Q(z)F_2(z) \quad (24)$$

$$\Theta(z) = A(z)[z^{L+d}A_m(z)N_1(z)Q(z) - S(z)] \quad (25)$$

本制御の目的は $y(t)$ を $y_m(t) = G_m(z)r(t)$ に一致させることなので、すなわち式(20)の右辺第2項を0に近づければ良いことになる。そこで $\Gamma(z)$ を0に近づけることを考えると、 $F_1(z) = 1$ とすれば $y(t) = y_m(t)$ となるが、式(19)の分母が0になってしまう。このことを考慮しながら $F_1(z)$ を調整することにより、制御目的に即した追従特性を与えることができる。たとえば、 $F_1(z)$ を次のように与えることが考えられる。

$$F_1(z) = \rho \frac{\bar{H}(z)}{H(z)}, \quad \rho < 1, \quad \rho \simeq 1 \quad (26)$$

ここで、 $H(z)$ は次数 α の多項式 (α は任意の正の整数) であり、 $\bar{H}(z) = z^{-\alpha}H(z^{-1})$ である。このように

選べば、 $\Gamma(z)$ はハイパスフィルタになるため、追従誤差の低周波領域が除去され定常誤差をなくすることができる。これにより、モデル化誤差と近似誤差の影響を近似的に除去することができる。

次に閉ループ系の安定性について考える。以上で構成した制御系の特性方程式は次式ようになる。

$$A_m(z)N_1(z)F_3(z) + [\psi(z) + A(z)S(z)\Gamma(z)]\Delta G(z) = 0 \quad (27)$$

$$\psi(z) = A_m(z)N_1(z)A(z)Q(z)F_2(z) \quad (28)$$

$$F_3(z) = \Gamma(z) + z^{-d}B(z)Q(z)F_2(z) \quad (29)$$

そこで、 $F_3(z)$ の分子多項式が安定多項式になるように $F_2(z)$ を決めれば $A_m(z)N_1(z)F_3(z)$ は安定多項式になるので、スモールゲイン定理より

$$D_{\Delta G}(z) < 1, \quad z = e^{j\omega}, \quad \omega \in [0, 2\pi] \quad (30)$$

$$D_{\Delta G}(z) = \left| \frac{[A(z)S(z)\Gamma(z) + \psi(z)]\Delta G(z)}{A_m(z)N_1(z)F_3(z)} \right| \quad (31)$$

を満たせば閉ループ系は安定である。しかしこの条件式は $\Delta G(z)$ が未知であるので評価することはできない。そこで、予想されるモデル化誤差の大きさの最大値を表す関数 $W(z)$ を導入する。 $W(z)$ と $\Delta G(z)$ は次の条件を満たすと仮定する。

$$|\Delta G(z)| \leq |W(z)|, \quad z = e^{j\omega}, \quad \omega \in [0, 2\pi] \quad (32)$$

式 (30), (31) と式 (32) の比較より

$$D_W(z) < 1, \quad z = e^{j\omega}, \quad \omega \in [0, 2\pi] \quad (33)$$

$$D_W(z) = \left| \frac{[A(z)S(z)\Gamma(z) + \psi(z)]W(z)}{A_m(z)N_1(z)F_3(z)} \right| \quad (34)$$

が満たされれば閉ループ系は安定である。関数 $W(z)$ は予想されるモデル化誤差の大きさを基に、予め決めておく。この式より閉ループ系を安定化することを考えれば、式 (34) 右辺において自由度が残されている関数は $S(z)$ に含まれる $K(z)$ である。そこで次のようにして式 (33) を満たす $K(z)$ を求める。

まず、次式のように定義される有理関数 $C(z)$ を導入する。

$$C(z) = \rho_1 \frac{\bar{L}_1(z)}{L_1(z)}, \quad \rho_1 < 1 \quad (35)$$

ただし、 $L_1(z)$ は次数 l_1 の安定多項式 (l_1 は任意の正の整数) であり、 $\bar{L}_1(z) = z^{-l_1}L_1(z^{-1})$ である。すると関数 $C(z)$ はすべての周波数においてゲインが ρ_1 となるため、もし

$$D_W(z) = C(z) \quad (36)$$

Fig. 3 Configuration of experiment system

を満たすことができるならば式 (33) の条件が満たされることになる。そこで、式 (36) から式 (34) と式 (15) を用いて $K(z)$ について解けば、次式が得られる。

$$K(z) = \frac{\Lambda(z) - C(z)A_m(z)N_1(z)F_3(z)}{A^2(z)W(z)\Gamma(z)} \quad (37)$$

$$\Lambda(z) = [A(z)\Gamma(z)M(z) + \psi(z)]W(z) \quad (38)$$

この $K(z)$ と式 (15) を式 (34) に代入することにより式 (36) が得られるため、これにより式 (34) のロバスト安定条件が満たされることになる。

5. 実験

5.1 実験装置 実験装置の概略図を図 3 に示す。制御器としては IBM PC/AT 互換機 (パーソナルコンピュータ) を用い、制御入力電圧の値を計算させ、D/A 変換器に入力し、D/A 変換器が出力する電圧を与えることによってモータを駆動する。アームの先端位置には光源が取り付けられており、アームの根元に固定した CCD カメラでその水平方向位置を検出する。モータの回転信号とアーム先端のたわみ量信号は電圧として出力されており、この信号を A/D 変換することによって、回転角度 $\theta(t)$ とたわみ量 (モータ回転角から見たアーム先端の相対的な変位) $w(t)$ を得ることができる。先端位置 $x(t)$ は次式で求められるとし、制御量 $y(t)$ は $x(t)$ の 1 次差分をとることで検出する。

$$x(t) = \theta(t) + \sin^{-1} \frac{w(t)}{L_{\text{arm}}} \quad (39)$$

ただし、 L_{arm} はアームの長さである。 $\theta(t)$, $w(t)$, および $x(t)$ の関係を図 4 に示す。また、モータやアームの物理パラメータを表 1 に示す。

5.2 制御器パラメータの設定 本制御は適応制御ではないので、制御器設計に際してはまずプラントモデルのパラメータを同定する必要がある。本実験で

Fig. 4 Relation among $\theta(t)$, $w(t)$ and $x(t)$

Table 1 Parameters of the laboratory equipment

Parameter	Value
Camera/Motor inertia	0.002 kgm ²
Link length	0.15 m
Link height	0.02 m
Link thickness	0.0008 m
Link mass	0.06 kg
Link rigid body inertia	0.0042 kgm ²
Light source mass	0.05 kg
Motor torque constance	0.00767 Nm/amp
Efficiency	0.9
Gear ratio	70:1

はサンプリング周期を 0.01 秒とし、実プラントに平均 0, 標準偏差 1[Volt] の白色ガウス雑音の入力電圧を与え、それに対する出力を測定し、その入出力信号から最小 2 乗推定法により次の公称系を得た。

$$G_0(z) = \frac{z^{-1}G_{0n}(z)}{G_{0d}(z)}$$

$$G_{0n}(z) = -0.1510 + 0.3145z^{-1} - 0.03041z^{-2}$$

$$G_{0d}(z) = 1 - 0.1702z^{-1} - 0.4609z^{-2} - 0.2829z^{-3}$$

$G_0(z)$ は零点を 0.1016 および 1.982 に持ち、非最小位相系であることに注意しておく。

数値シミュレーションを行うにはこの公称系の他に実プラントを表すプラントモデルを決定する必要がある。さらに本制御器設計ではプラントのモデル化誤差のダイナミクスをカバーする関数 $W(z)$ を与えておく必要がある。本実験では公称系 $G_0(z)$ と同様に最小 2 乗推定法を用いてより高次の係数まで求めた伝達関数を実プラント $G(z)$ として与え、シミュレーションを行った。また、モデル化誤差はこの実プラント伝達関数より $\Delta G(z) = G(z) - G_0(z)$ を仮定し、このゲイ

--- : $G(z)$, ---- : $G_0(z)$, — : real plantFig. 5 Step responses of $G_0(z)$, $G(z)$ and real plant

ンを全周波数でカバーできる関数を $W(z)$ として与えた。 $G(z)$ と $W(z)$ の各係数は以下の通りである。

$$G(z) = \frac{z^{-1}G_n(z)}{G_d(z)}$$

$$G_n(z) = -0.1519 + 0.2474z^{-1} - 0.2290z^{-2} + 0.3993z^{-3} + 0.1281z^{-4} + 0.05514z^{-5} - 0.08237z^{-6} - 0.03821z^{-7} - 0.05280z^{-8} - 0.2207z^{-9} + 0.1286z^{-10} - 0.2669z^{-11} + 0.1259z^{-12} + 0.2635z^{-13} + 0.157z^{-14}$$

$$G_d(z) = 1 + 0.2783z^{-1} + 0.05634z^{-2} - 0.05634z^{-3} - 0.3911z^{-4} - 0.3296z^{-5} - 0.2435z^{-6} - 0.05498z^{-7} - 0.03297z^{-8} + 0.1499z^{-9} + 0.07240z^{-10} - 0.06488z^{-11} - 0.1188z^{-12} - 0.01564z^{-13} - 0.03257z^{-14} + 0.06573z^{-15}$$

$$W(z) = \frac{2 - 0.5z^{-1} + 0.03z^{-2}}{1 - 0.1z^{-1} - 0.02z^{-2}}$$

これら係数を用いたときの $G_0(z)$, $G(z)$ それぞれのステップ応答と実際のプラントのステップ応答を図 5 に示す。図 5 より、制御系設計に用いる $G_0(z)$ が実プラントの振動特性を表現できておらず、すなわちモデル化誤差が存在することが分かる。次にモデル化誤差 $\Delta G(z)$ と関数 $W(z)$ の周波数域におけるゲインを図 6 に示す。この図より、 $W(z)$ がすべての周波数で $\Delta G(z)$ をカバーしており、条件式 (32) を満たしていることが分かる。

プラントモデル $G_0(z)$ は非最小位相系であるため、そのままでは一般のモデルマッチング手法は利用できない。ここでは $G_0(z)$ の分子多項式 $B(z)$ の近似逆システムとして式 (9) を満たす $Q(z)$ を LMS アルゴリズム

Fig. 6 Gains of $|\Delta G(z)|$ and $|W(z)|$

ムにより求め、制御入力 $u(t)$ を式 (10) により与えることによりこの問題を解決した。このときの近似逆システム $Q(z)$ 、遅れ L とその近似誤差 $\Delta_1(z)$ は次の通りである。

$$Q(z) = 0.01048 + 0.02712z^{-1} + 0.05705z^{-2} \\ + 0.1147z^{-3} + 0.2282z^{-4} + 0.4526z^{-5} \\ + 0.8970z^{-6} + 1.778z^{-7} + 3.522z^{-8} \\ + 0.3568z^{-9} + 0.03416z^{-10}$$

$$L = 9$$

$$\Delta_1(z) = -0.001582 - 0.0007985z^{-1} \\ - 0.0004030z^{-2} - 0.0002034z^{-3} - 0.0001026z^{-4} \\ - 5.179 \times 10^{-5}z^{-5} - 2.614 \times 10^{-5}z^{-6} \\ - 1.320 \times 10^{-5}z^{-7} - 6.768 \times 10^{-6}z^{-8} \\ - 4.449 \times 10^{-6}z^{-9} - 1.242 \times 10^{-5}z^{-10} \\ - 0.0001063z^{-11} - 0.001039z^{-12}$$

プラントの出力 $y(t)$ が追従すべき規範出力 $y_m(t)$ は次のように定めた。

$$y_m(t) = \frac{z^{-1}(1 + 0.5z^{-1})}{1 - 1.7z^{-1} + 0.72z^{-2}} r(t)$$

さらに安定多項式 $N_1(z)$, $H(z)$, $L_1(z)$ および ρ , ρ_1 を次のように与えた。

$$N_1(z) = 1 - 1.015z^{-1} + 0.2425z^{-2} - 0.003412z^{-3} \\ H(z) = 1 + 0.001z^{-1}, \quad L_1(z) = 1 + 0.001z^{-1} \\ \rho = 0.999, \quad \rho_1 = 0.99$$

上記 $N_1(z)$ を与えたことにより、多項式 $M(z)$ と $N(z)$ は以下のように導出される。

$$M(z) = 6.379 - 4.920z^{-1} - 1.133z^{-2} \\ N(z) = 1 - 1.582z^{-1} + 0.1305z^{-2}$$

Fig. 7 Gains of $|D\Delta G(z)|$ and $|DW(z)|$

そして式 (29) の $F_3(z)$ の分子多項式を安定多項式にするため、 $F_2(z)$ として次を与えた。

$$F_2(z) = \frac{0.02644}{F_{2d}(z)} \\ F_{2d}(z) = 1.001 - 0.3321z^{-1} - 0.3255z^{-2} \\ + 0.09818z^{-3} + 0.02889z^{-4} + 0.02659z^{-5} \\ + 0.02657z^{-6} + 0.02654z^{-7} + 0.02651z^{-8} \\ + 0.02649z^{-9} - 4.256 \times 10^{-6}z^{-10} \\ - 3.039 \times 10^{-5}z^{-11} - 2.754 \times 10^{-5}z^{-12} \\ - 2.751 \times 10^{-8}z^{-13}$$

最後に閉ループ系を安定化するため、式 (38) より $K(z)$ を次のように得た。

$$K(z) = \frac{K_n(z)}{K_d(z)} \\ K_n(z) = 6.378 - 16.48z^{-1} + 10.15z^{-2} \\ + 3.540z^{-3} - 1.840z^{-4} - 2.913z^{-5} \\ + 0.4257z^{-6} + 1.018z^{-7} - 0.2559z^{-8} \\ - 0.1635z^{-9} + 0.06563z^{-10} + 0.1064z^{-11} \\ + 0.03777z^{-12} - 0.04784z^{-13} - 0.02401z^{-14} \\ - 0.003382z^{-15} + 0.002115z^{-16} \\ - 0.0001068z^{-17} + 3.006 \times 10^{-6}z^{-18} \\ - 2.127 \times 10^{-6}z^{-19} + 1.372 \times 10^{-7}z^{-20} \\ + 2.808 \times 10^{-10}z^{-21} + 1.415 \times 10^{-13}z^{-22} \\ K_d(z) = 1 - 1.920z^{-1} - 0.002888z^{-2} + 1.283z^{-3} \\ + 0.3290z^{-4} - 0.6492z^{-5} - 0.2394z^{-6} \\ + 0.1420z^{-7} + 0.07088z^{-8} - 0.006567z^{-9} \\ - 0.03499z^{-10} + 0.01712z^{-11} + 0.02095z^{-12} \\ + 0.005109z^{-13} - 0.01052z^{-14} - 0.004735z^{-15}$$

(a) - -: reference output $y_m(t)$, —: plant output $y(t)$

(a) - -: reference output $y_m(t)$, —: plant output $y(t)$

(b) control input $u(t)$

(b) control input $u(t)$

Fig. 8 Simulation results

$$\begin{aligned} & -0.000528z^{-16} + 0.0004359z^{-17} \\ & -2.594 \times 10^{-5}z^{-18} + 4.362 \times 10^{-7}z^{-19} \\ & -4.376 \times 10^{-7}z^{-20} + 3.208 \times 10^{-8}z^{-21} \\ & + 6.548 \times 10^{-11}z^{-22} + 3.296 \times 10^{-14}z^{-23} \end{aligned}$$

これにより $D_{\Delta G}(z)$ と $D_W(z)$ のノルムは図 7 のようになり、条件式 (30), (33) が満たされていることが分かる。これにより、ここで定めたクラス $W(z)$ に含まれるモデル化誤差が存在、あるいは出現したとしても安定性が保証され、かつモデル追従を近似的に達成できるロバスト制御器が設計されたことになる。

5.3 シミュレーション 以上で求めたパラメータを用いて、計算機上で数値シミュレーションを行った。実プラントのシミュレーションを行う場合は、実プラントを計算機上でどのように表現するかがシミュレーションの精度に大きな影響を与える。ここでは実プラントとして上で述べた推定モデルを用いた。また、入力信号 $r(t)$ として、 $[0.04, -0.04]$ の矩形波を与えた。結果として得られたプラントの出力 $y(t)$ と制御入力 $u(t)$ の波形を図 8 に示す。結果を見ると、プラントの

(c) displacement of tip

Fig. 9 Experimental results

出力 $y(t)$ が定常偏差がほとんどなく規範出力 $y_m(t)$ に追従していることが分かる。また、モデル化誤差の影響により、定常偏差がなくなるまでの過渡応答が規範出力に多少かけ離れている出力になっているが、その誤差も速やかに抑えられていることが分かる。

5.4 実験 上述の実験装置を用いて、実際にフレキシブルアームの制御を行った。入力信号 $r(t)$ と

しては、上のシミュレーションと同じ波形を用いた。結果として得られたプラントの出力 $y(t)$ と制御入力 $u(t)$ 、およびアーム根元角から見た相対的なアーム先端の変位の波形を図 9 に示す。図 8 と図 9 を比較すると、シミュレーションの場合とほぼ同様の結果が得られており、速やかに追従できていることが分かる。また、図 9(c) より、アーム先端の振動も速やかに抑制されていることが分かる。

6. む す び

本論文ではフレキシブルアームの制振制御の 1 方法として、非最小位相系にも適用可能なロバストモデル追従制御を用いることを提案した。本方法は基本的に分布定数モデルのプラントを集中系に近似して従来の制御設計法を用いるという意味で他の手法と同じであるが、(1) 非最小位相系を含む一般のプラントに適用できる、(2) モデル化誤差の許容範囲を設定することができる、(3) モデル化誤差や近似逆システムの近似誤差の出力に対する影響を近似的に除去することができる、(4) 系の安定性を保証することができる、といった点で有利である。実験では実際に 1 リンクフレキシブルアームを用いて制振制御の実験を行い、結果より

本方法が 1 リンクフレキシブルアームの制振制御方法として有効であることを示した。

文 献

- (1) 嘉納 秀明, フレキシブルアームの定数分布モデル, “日本ロボット学会誌”, Vol.6, No.5, (1988), pp.67-71
- (2) B.Gebler, *Feed-Forward Control Strategy for an Industrial Robot with Elastic Links and Joints*, “Proc. of 1988 IEEE Robotics and Automation”, (1988), pp.923-928
- (3) 吉田 和夫, 下郷 太郎, 猪瀬 潤, スピルオーバーを考慮する弾性構造系の最適制御, “日本機械学会論文集 (C 編)”, Vol.54, No.497, (1988), pp.201-208
- (4) R.H.Cannon, Jr. and E.Schmidt, *Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot*, “Int. J. Robotics Research”, Vol.3, No.3, (1984), pp.62-75
- (5) 原島 文雄, 植芝 俊夫, 橋本 秀紀, 先端位置検出器として CCD カメラを用いた 1 リンクフレキシブルアームの適応制御方式, “第 4 回日本ロボット学会学術講演会”, (1986)
- (6) 呂 建明, 石畑 恭平, 谷萩 隆嗣, モデル化誤差を考慮した非最小位相離散時間系のロバストモデル追従制御の一方法, “日本機械学会論文集 (C 編)”, Vol.66, No.649, (2000), pp.128-135