熱曲りロータの振動予測手法*
(FEM ソフトを用いた計算手法と要素実験)山口和幸*¹, 石井 博*¹, 高木亨之*¹A Method for Predicting Vibration of a Thermal Bending Rotor
(Calculation Method Using FEM Software and Elemental Experiment)Kazuyuki YAMAGUCHI*², Hiroshi ISHII and Michiyuki TAKAGI*² Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi, Ltd.,
502 Kandatsu, Tsuchiura-shi, Ibaraki, 300-0013 Japan

The excitation force produced by thermal bending was calculated as a couple of equivalent bending momentum, which causes an equivalent thermal bending shape. The unbalance produced by thermal bending was also calculated in consideration of stiffness of bearings and the rotor. We compared the calculated vibration with the measured vibration of a heater-mounted rotor. The calculation error of the vibration amplitude in resonance is about 12% at the loop of the vibration mode on a critical speed. We also compared the calculated result by this method with that by simple method, in which the eccentricity of the rotor at main bearings is zero. We found that in case of calculating a thermal bending unbalance of a rotor, which has more than three bearings and that bearings stiffness is low, we should consider the stiffness of bearings and the rotor to estimate a thermal bending rotor vibration.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Forced Vibration, Modeling, Finite Element Method, Thermal Bending, Unbalance

1. 緒 言

ガスタービンなどの高温回転機械のロータには、運転時の不均一な温度分布により熱曲りが発生することがある。ロータに熱曲りが発生すると不釣り合いが増加するため軸振動が大きくなる。熱曲り振動に対するロバスト設計を行なうためには、熱曲りが発生したときの軸振動を定量的に予測することが重要である。

熱曲りロータの振動に関して以下のような研究がある。Smalley は、ロータ・ステータ間の接触摩擦熱による危険速度通過時の熱曲り振動について解析し、熱曲り振動に対する回転速度変化率の影響を明らかにした⁽¹⁾。Muszynska は回転速度が一定のときのロータ・ステータ間の接触摩擦熱による熱曲り振動について解析し、自励振動の安定限界を示した⁽²⁾。

これらの研究は、接触発熱と振動の連成問題を扱った高度な研究であるが、低自由度モデルを用いた数値シミュレーションによる検討であり、実機における熱曲り振動を定量的に予測するためには必ずしも十分とはいえない。

ロータに不均一温度分布が発生したときの熱変形は、FEM を用いた熱ひずみ解析などにより求めることができる。しかし、熱曲りによる不釣り合い加振力を求めるためには、回転軸と熱曲りロータの位置関係を明確にし、回転軸に対する熱曲り偏心を求める必要がある。この点に関しては、これまであまり研究されていないようである。

本研究では、既存のFEM 軸振動計算ソフトを用いて熱曲りロータの振動を予測することを目的とし、熱曲りによる加振力のモデル化手法を検討した。また、ヒータを埋め込んだロータによる要素実験を行ない、本手法の計算精度を検証した。

2 おもな記号

C: 減衰係数
D: 直径
E: ヤング率
I: 断面二次モーメント
K: ばね定数
M: 質量
r: 回転軸に垂直な平面上の複素変位
R: 回転軸に垂直な平面上の複素変位振幅
t: 時間
 α : 線膨張係数

* 原稿受付 2002 年 4 月 10 日。

*¹ 正員, (株)日立製作所機械研究所(〒300-0013 土浦市神立町502)。

E-mail: yamaguti@merl.hitachi.co.jp

ΔT : ロータの円周方向温度差

ω : 回転角速度

添え字

b : 軸受に関する量

e : 初期偏心

g : ジャイロ

i : 節点に関する量

T : 熱曲り

T_0 : 熱曲り偏心

v : 不釣合い振動

3. 計 算 方 法

3.1 熱曲りロータの振動計算モデル 熱曲りロータの振動計算モデルを図1に示す。図1はロータ中央の熱変形部の温度分布が不均一になり、熱曲りが発生した状態を示している。ロータは軸方向に要素分割されている。各節点は並進変位と回転変位の自由度を持つものとする。ロータの質量行列を M 、ジャイロ行列を C_g 、剛性行列を K とする。一般的にロータの内部減衰はすべり軸受の油膜などの減衰と比較すると小さいので、ロータの内部減衰を無視する。ロータを支持する軸受は、ばね要素と減衰要素でモデル化する。軸受の減衰行列を C_b 、剛性行列を K_b とする。

ロータの熱曲り変位ベクトルを r_T とする。ベクトル r_T の要素 r_{Ti} は、ある節点における、回転軸に垂直な平面上の熱曲り変位を表す複素数であり、ロータとともに回転する。ロータの振動変位ベクトルを r 、熱曲りが発生していないときの初期偏心ベクトルを r_e とすると、運動方程式は次式のようなになる⁽³⁾。

$$M(\ddot{r} + \ddot{r}_e) + (C_b + C_g)\dot{r} + K_b r + K(r - r_T) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

式(1)を振動変位の項と加振力の項に分けると次式が得られる。

$$M\ddot{r} + (C_b + C_g)\dot{r} + (K + K_b)r = -M\ddot{r}_e + Kr_T \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(2)の右辺第1項は初期偏心による不釣合い加振力、第2項は熱曲りによる加振力である。熱曲りに

Fig.1 Calculation model of rotor vibration

よる加振力は、熱曲り変位を与えたときのロータの反力であり、熱曲り変位と同等の弾性変形を発生させるために必要な外力に等しく、ロータの回転とともに回転する。また、熱曲りによる加振力は軸受位置の軸変位に依存しないので、熱曲り変位ベクトル r_T を求める上で回転軸に対する偏心を考慮する必要はない。

3.2 熱曲りによる不釣合い振動 熱曲り振動を釣合わせて低減する場合、熱曲りによる不釣合いを知ることが重要になる。本節ではロータの熱曲り振動を不釣合い振動として解析する方法について検討する。

熱曲りロータの振動ベクトルは、初期不釣合い及び熱曲りによる不釣合いに起因する加振力の振動応答として発生する不釣合い振動ベクトル r_v と、熱曲りによる偏心(ランナウト)ベクトル r_{T0} の和で表される。式(1)における熱曲り変位ベクトル r_T は、変位の原点は任意で良い、単純にロータの熱曲り形状を表すベクトルであるが、熱曲りによる偏心ベクトル r_{T0} は、軸受剛性等を考慮して求まる、回転軸を原点とするベクトルである。

運動方程式は次式のようなになる。

$$M\ddot{r}_v + (C_b + C_g)\dot{r}_v + (K + K_b)r_v = -M\ddot{r}_e - M\ddot{r}_{T0} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、

$$r_v = r - r_{T0} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式(3)及び式(4)から不釣合い振動変位ベクトル r_v を消去すると振動変位ベクトルに関する運動方程式が得られる。

$$M\ddot{r} + (C_b + C_g)\dot{r} + (K + K_b)r = -M\ddot{r}_e + (C_b + C_g)\dot{r}_{T0} + (K + K_b)r_{T0} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(5)の右辺第2項及び第3項が熱曲り偏心による加振力である。式(2)と比較すると次式が得られる。

$$(C_b + C_g)\dot{r}_{T0} + (K + K_b)r_{T0} = Kr_T \quad \dots\dots\dots (6)$$

熱曲りによる偏心 r_{T0} は、式(2)の運動方程式における質量を0とおいて、熱曲り加振力 Kr_T による変形を計算することにより求まることがわかる。

熱曲り変位 r_T 及び熱曲りによる偏心 r_{T0} を次式のように複素振幅を用いて表す。

$$r_T = R_T e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$r_{T0} = R_{T0} e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (8)$$

上式を式(6)に代入すると、次式が得られる。

$$R_{T0} = \{i\omega(C_b + C_g) + (K + K_b)\}^{-1} K R_T \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(9)は回転角速度の項を含むので、熱曲りによる偏心は回転速度に依存することがわかる。

軸受の減衰及びジャイロ項が無視できる場合には、熱曲りによる偏心は、ロータに熱曲り変形が発生したときの、軸受剛性を考慮した静たわみ計算により求められる。軸受剛性が回転速度に依存しない場合は、回転速度が変化しても熱曲りによる偏心は変わらない。また、軸受個数が2個であり、軸受のモーメントばねが無視できる場合には、軸受まわりのモーメントの釣り合いから軸受反力が0となり、軸や軸受の剛性によらず軸受位置での偏心が0になる。

3.3 熱曲り加振力の計算方法 熱曲り変形の計算モデルを図2に示す。図2では熱変形部の中央を原点とし、原点から左側の熱曲り変形を示している。熱変形部の上部と下部の温度差は一定値 ΔT であるとし、熱変形部の上下方向の温度分布は直線的であると仮定する。熱変形部以外の温度分布は均一であるとする。

熱変形部の直径を D 、線膨張係数を α 、ヤング率を E 、断面二次モーメント I をとし、それぞれ一定値とする。熱変形の極率半径 ρ は次式で求まる。

$$\rho = \frac{D}{\alpha \Delta T} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ロータに式(10)と同じ弾性変形を発生させるためには、次式の曲げモーメント B を熱変形部の両端に作用させればよい。

$$B = \frac{EI}{\rho} = \frac{EI\alpha\Delta T}{D} \quad \dots\dots\dots (11)$$

この曲げモーメントは、式(2)における熱曲りによる加振力 Kr_T の振幅に相当する。

4. 実験方法

実験装置を図3に示す。試験ロータの中央部にヒータを埋め込み、不均一な温度分布を発生できるように

Fig.2 Calculation model of thermal bending shape

した。試験ロータはダイアフラムカップリングを介して電動機に結合した。試験軸はティルティングパッドジャーナル軸受で支持した。この軸受を主軸受と呼ぶことにする。

軸端には信号用スリップリングを剛に取付けた。信号用スリップリングのロータは深溝玉軸受で支持しており、ステータは防振ゴムで支持している。初期不釣合いを管理するために、ロータの釣合わせを実施後に既知の不釣合いを付加した。

試験ロータ中央部の断面図を図4に示す。ヒータの位相は回転パルスの位相から回転方向に 45° である。ヒータの電力は、軸端付近に固定した電力供給用スリップリングを介して供給した。

ロータ中央部に熱電対を貼付け、ヒータ付近と、円周方向反対側のロータ表面温度を計測した。軸受部及び軸中央部に渦電流式変位センサを設置し、上下及び水平方向の軸振動を計測した。回転パルスは水平方向に設置した渦電流式変位センサを用いてロータのキー溝を検知することにより計測した。

5. 結果

5.1 軸振動計算モデルの同定 軸振動計算モデルを図5に示す。試験ロータを FEM の梁要素に分割

Fig.3 Test rig

Fig.4 Cross section of the center part of the test rotor

した。材料定数を表1に示す。ダイヤフラムカップリングのダイヤフラム部はピン結合とし、カタログ値のモーメントばねを付加した。モータの影響は小さいと考え、モータ部を固定端とした。

主軸受の油膜はばね要素と減衰要素でモデル化した。図6に示す軸受油膜のばね定数及び減衰係数は、潤滑理論による軸受解析ソフトを用いて計算した⁽⁴⁾。

主軸受架台はばね要素でモデル化し、材料力学の公式を用いてばね定数を計算した。スリップリングの深

Fig.5 Calculation model of rotor vibration

Table 1 Material of rotor

Parts	Test rotor	Slip ring
Material	SNCM439	Steel
Density	7830 [kg/m ³]	7860 [kg/m ³]
Young's modulus	203 [GPa]	206 [GPa]
Shear modulus	78.4 [GPa]	79.1 [GPa]

Fig.6 Stiffness and damping coefficient of oil film

溝玉軸受はばね要素でモデル化し、接触理論による軸受解析ソフトを用いてばね定数を計算した⁽⁵⁾。スリップリング支持部の防振ゴムはばね要素と減衰要素でモデル化し、ばね定数はカタログ値から求めた。ロータ支持部のばね定数を表2に示す。

スリップリングロータの等価剛性を同定することにより、1次危険速度の計算結果と実測結果を一致させた。防振ゴムの減衰係数を同定することにより、1次危険速度減衰比の計算結果と実測結果を一致させた。振動応答は擬モーダル法を用いた軸振動応答計算ソフトを用いて計算した⁽⁶⁾。

ロータ非加熱時の1次危険速度振動モードの計算結果を実測結果と比較して図7に示す。1次危険速度振動モードは水平方向の振動モードである。軸受位置が節になっていることから、軸の剛性に比べて軸受の剛性が大きいことがわかる。

5.2 熱曲りロータの振動 熱曲りロータ振動の実測結果を図8に示す。図には時間経過にともなう軸中央部水平方向振動振幅、軸温度差、及び回転速度の

Table 2 Stiffness of rotor support

Item	Vertical	Horizontal
Foundation #1	20.9 [GN/m]	9.27 [GN/m]
Foundation #2	17.3 [GN/m]	7.68 [GN/m]
Slip ring bearing (Left)	22.8 [MN/m]	22.8 [MN/m]
Slip ring bearing (Right)	24.8 [MN/m]	24.8 [MN/m]
Slip ring support (Parallel)	343 [kN/m]	4.88 [kN/m]
Slip ring support (Rotation)	19.3 [Nm/rad]	6.18 [Nm/rad]
Coupling	842 [Nm/rad]	842 [Nm/rad]

Fig.7 Vibration mode on the first critical speed

変化を示している。本実験では昇速時に1次危険速度を通過し、起動後約1分で回転速度37.5 [1/s]に到達した。ヒータに約100[W]の電力を供給してロータを加熱すると、ロータに熱曲り変形が発生し、振動が増加した。起動後約2時間後に温度と振動振幅が定常状態になった。降速時には熱曲りにより軸の不釣合いが増加しているため、危険速度通過時の振動振幅は昇速時よりも大きくなった。

熱曲りロータ振動のベクトル線図を図9に示す。図9はロータ起動時から一定回転速度での加熱を経て降

Fig8 Vibration of thermal bending rotor

Fig9 Vector diagram of thermal bending vibration

速、停止するまでを示している。図には実測結果と計算結果を示している。計算では熱曲り変形による加振力モーメント B を熱曲り変形部の両端に作用させた。ロータ温度差には実測値を使用した。

ベクトル線図は原点付近からスタートし、危険速度通過時には反回転方向（右回り）にモード円を描いている。一定回転速度時に加熱すると、ロータの熱曲りにより振動ベクトルが直線的に変化している。本図では回転マークが上下方向振動センサ位置にあるときの位相を 0° としており、ヒータ位相は回転マークから 45° 進んでいるため、軸中央部上下方向の振動ベクトルは図の右上 45° の方向に伸びている。

水平方向振動は上下方向振動より位相が 90° 遅れるので、軸中央部水平方向の振動ベクトルは図の右下方向に伸びている。軸受部では、熱曲りによる振動増加の方向はロータ中央部と反対になっている。

降速時には回転方向（左回り）にモード円を描く。熱曲りによる不釣合い増加のため、降速時のモード円は昇速時よりも大きくなっている。熱曲りによるランナウトが発生するため、ロータが停止する直前の振動ベクトルは原点と一致しない。

図9において熱曲りロータ振動の計算結果は実測結果と良好に一致している。熱曲りが発生した降速時の危険速度における振動振幅の計算結果を実測結果と比較して表3に示す。振動の節に近い軸受位置では振幅が小さいため計算誤差が大きくなっているが、振動の腹に近い軸中央部では約12%の誤差で、軸受部でも約24%の誤差で振動振幅を予測できている。

5.3 熱曲り偏心に対する支持剛性の影響 熱曲りロータの不釣合い振動を計算するためには、式(9)を用いて熱曲りによる偏心を計算する必要がある。一方、軸受位置における偏心を0として熱曲り偏心を求める簡易手法もある。本節ではこのような簡易手法と本論文で提案した手法の計算結果の比較を行ない、本手法の有効性を検証する。

図10は危険速度通過時の軸中央部水平方向の振動振幅に対する主軸受油膜ばね定数の影響を示した計算

Table 3 Vibration amplitude on a critical speed

Measuring point	Cal. [μm]	Exp. [μm]	Error [%]
Bearing #1 (Vertical)	32.2	26.1	23.4
Bearing #1 (Horizontal)	58.7	65.0	-9.7
Center (Vertical)	115.4	123.5	-6.6
Center (Horizontal)	234.6	266.0	-11.8
Bearing #2 (Vertical)	3.8	3.1	22.6
Bearing #2 (Horizontal)	191.7	177.5	8.0

結果である。軸受油膜の減衰係数はばね定数に比例して増減させている。図の横軸は、ロータの1次危険速度を f_n 、ロータの質量を m として次式で求めた、モード剛性に対する主軸受の比剛性である。

$$\kappa = \frac{K_b}{(2\pi f_n)^2 m} \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、軸受剛性 K_b は主軸受油膜の水平方向剛性の平均値としている。式(12)の分母は危険速度とロータ質量から求めたモード剛性である。前節の実験条件では、軸受比剛性は13.1である。

図中には、主軸受における偏心を0として熱曲り偏心を計算した簡易手法の結果も併せて示している。軸受比剛性が十分に大きいときは、両者の結果はほぼ一致するが、軸受比剛性が1以下になると両者の差が拡大していくことがわかる。

軸受比剛性が1.4及び0.2のときの、静止時熱曲り偏心の計算結果を図11に示す。軸受比剛性が小さくなると、ダイアフラムカップリングとスリップリングの支持剛性及び軸剛性の影響が出てくるため、軸受位

Fig.10 Influence of bearing stiffness on vibration amplitude on a critical speed

Fig.11 Influence of bearing stiffness on eccentricity of thermal bending rotor

置での偏心が増加している。回転軸に対する偏心が熱変形の凸の方向に移動するため、熱曲りによる不釣り合い加振力は大きくなる。軸受位置での偏心を0としたときはこの効果が無視されるため、図10において振動振幅が小さくなっていることがわかる。

以上のことから、軸受が3個以上あり、軸受比剛性が小さいロータでは、軸受剛性を含めたロータ系全体での熱変形計算を行ない、熱曲り振動を計算することが必要である。大型のタービン発電プラントでは軸受比剛性が0.1程度であり、軸受剛性を考慮して回転軸に対する熱曲り偏心を求める必要がある。

6 結 言

熱曲りロータの振動を、既存のFEM軸振動計算ソフトを用いて予測する手法を開発した。熱曲りによる加振力を等価曲げモーメントとしてモデル化する方法を示すとともに、軸受剛性を考慮して熱曲り不釣り合いを求める方法を示した。ヒータを埋め込んだロータによる要素実験を行ない、実測結果と計算結果を比較した結果以下のことがわかった。

- (1) 熱曲りロータ振動の計算結果は実測結果と良好に一致した。危険速度通過時の振動振幅の計算誤差は、振動の腹で約12%であった。
- (2) 軸受が3個以上あり、軸受剛性が小さいロータの熱曲り不釣り合いを求めるためには、軸受剛性を含めたロータ系全体での熱変形計算を行なう必要がある。

文 献

- (1) A. J. Smalley, The Dynamic Response of Rotors to Rubs During Startup, Transactions of the ASME, Vol. 111, (1989), 226-233
- (2) Agnes Muszynska, Thermal / Mechanical Effect of Rotor-to-Stator Rubs in Rotating Machinery, ASME DE, Vol. 60, (1993), 1-6
- (3) 三輪修三, 回転体の力学, 森北出版, (1980), 142
- (4) トライボロジー学会編, トライボロジーハンドブック, 養賢堂, (2001), 27
- (5) T.A.Harris, Rolling Bearing Analysis, Jhon Wiley & Sone inc., (1966)
- (6) 松下修己・井田道秋, 弾性ロータの回転次数比応答解析, 機論, 50-452, C(1984), 626-634