路面傾斜の影響とキャストの運動を組み込んだ車椅子のモデル*

鈴木 曠二^{*1}, 小山 美樹^{*2}, 木村 茂雄^{*3}
沖川 悦三^{*4}, 田中 理^{*5}Modelling of Wheelchair Dynamics
in Consideration of Road Inclination and Caster MotionKooji SUZUKI^{*6}, Miki KOYAMA, Shigeo KIMURA,
Etsumi OKIGAWA and Osamu TANAKA^{*6}Tokai University, Dept. of Mechanical Engineering,
1117 Kitakaname, Hiratsuka-shi, Kanagawa, 259-1292 Japan

Equations of motion for a wheelchair in consideration of road inclination and caster motion were derived premising the following three assumptions:

- (1) Zero slip angle at every tire is assumed since a wheelchair is considered to move slowly.
- (2) The inclination of a slope is gentle and changes smoothly.
- (3) No other external force and moment than constant drag and moment about the vertical axis act on a contact point of caster tire. From the second assumption, it was theoretically derived that the inclination of slope is dealt with by considering the inclined gravitational force at angles of the slope acting on a chair in a level plane. The equations of motion for a wheelchair with casters were numerically solved and experimentally verified by implementing the U-shaped turning tests.

Key Words: Dynamics of Machinery, Modelling, Automobile, Wheelchair, Equations of Motion, Road Inclination, Slope, Caster

1. 緒 言

車椅子については、臨床学、生理学、人間工学、力学などの視点から多くの研究が行われてきた^{(1)~(5)}。力学的モデルについても構築途上にあると言える。例えば、路面傾斜を考慮した方程式⁽⁶⁾は応用するに複雑過ぎるケースもあろう。また、キャストと車体の運動の動的関連付けはまだ成されていない。

本研究の目的は、以下の二点を組み込んだ車椅子のモデルをできるだけ簡明な形で確立・提案することである。1. 路面傾斜の影響の近似的記述。

2. キャストと車体の運動の動的関係。

前者については現実的な仮定を設けて理論的に導出した。後者については実車実験によって確認した。

傾斜路における走行ならびにキャストの振れや反転の多い走行について研究する際の有用な手段となることを期待して報告する。

2. 記 号

O-XYZ : 地表固定静止座標系

μ : 路面各点における X 軸回り傾斜角

(Y 方向に上りが正)

γ : 路面各点における 新しい Y 軸回り傾斜角

(新しい X 方向に下りが正)

G-xyz : 車椅子固定の運動座標系, G : 重心

m : 総質量 (搭乗者を含む) , A : キャスタ軸

I : z 軸回り慣性モーメント (搭乗者を含む)

θ : 車体の姿勢角

ω : ヨー角速度 (ヨーレート) ($\omega = \dot{\theta}$)

V, u, v : 重心の速度とその xy 成分

V_f : 後車軸中央の速度 , V_c : キャスタ軸の速度

l_f : 重心からキャスト軸 A までの x 方向距離

l_c : 重心から後車軸までの x 方向距離

d_f : 左右キャスト軸の間隔 , d_r : 後輪トレッド

N : 後輪駆動トルク , r : 後輪半径

T : 後輪推力 ($T = N/r$) , D_r : 後輪抗力

* 原稿受付 2001 年 12 月 19 日.

^{*1} 正員, 東海大学工学部 (☎ 259-1292 平塚市北金目 1117).

^{*2} 東海大学大学院工学研究科.

^{*3} 正員, 神奈川工科大学工学部 (☎ 243-0292 厚木市下荻野 1030).

^{*4} 神奈川県総合リハセンター (☎ 243-0121 厚木市七沢 516).

^{*5} 横浜市総合リハセンター (☎ 222-0035 横浜市港北区鳥山町 1770).

E-mail: suzuko@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

C : 左右後輪横力 (コーナリングフォース) の和
 F_G : 路面以外から作用する外力
 M_G : 路面以外から作用するモーメント
 f : キャスタ軸に作用する力
 V_t : キャスタ軸の速度, U : キャスタ輪の転動速度
 t : キャスタトレール, ρ : キャスタ輪の旋回半径
 D : キャスタ輪抗力
 M : キャスタ輪に作用する縦軸回りモーメント
 ψ : 車体に対するキャスタ輪の首振り角
 β : 車体に対するキャスタ軸 A の速度の方向 (横滑り角)

添字の意味はそれぞれ以下のとおりである。ただし、自明の場合あるいは左右について同時に示す場合等には省略している。

x, y : x, y 成分

f, r : キャスタ (前輪), 後輪に関する変数

1, 2 : 左側, 右側に関する変数。

3. 車椅子本体のモデル

解析に用いる際の便を志向し、車椅子の運動を水平面内運動としてモデル化する (図 1 参照)。これは、次章に示すように路面傾斜の影響を簡単なかたちで扱うためである。

以下の仮定のもとに、キャスタの運動を除外して車体に関する方程式系を導出すれば、3・2 節のようになる。

3・1 基本的仮定

- (1) 水平面内の二次元運動とする。
- (2) 通常の走行を想定し、速度は遅く運動の変化も激しいものではないとする。
- (3) 上の仮定より、後輪の滑り角はゼロとみなす。
- (4) 後輪の回転による力学的影響は考慮しない。
- (5) 各輪への荷重配分の変動は無視する。
- (6) 車輪抗力 D_t , D は一定とし、左右輪の差はないものとする。

3・2 車椅子の方程式系

< x 方向 >

$$m(\ddot{u} - \omega v) = f_{1x} + f_{2x} + T_1 + T_2 - D_{t1} - D_{t2} + F_{Gx} \quad (1)$$

< y 方向 >

$$m(\ddot{v} + \omega u) = f_{1y} + f_{2y} + C + F_{Gy} \quad (2)$$

< ヨーイング >

$$I\dot{\omega} = (-f_{1x} + f_{2x})d_t/2 + (f_{1y} + f_{2y})l_t + (-T_1 + T_2 + D_{t1} - D_{t2})d_t/2 - Cl_t + M_G \quad (3)$$

< 束縛条件 >

$$v = \omega l_t \quad (4)$$

Fig. 1 Model of a wheelchair without casters

< 位置と姿勢 >

$$\dot{X} = u \cos \theta - v \sin \theta \quad (5)$$

$$\dot{Y} = u \sin \theta + v \cos \theta \quad (6)$$

$$\dot{\theta} = \omega \quad (7)$$

束縛条件は、仮定 (3) からただちに求まる。

合計 7 本の式に対して変数は 9 個 ($u, v, \omega, \theta, X, Y, T_1, T_2, C$) である。キャスタ軸に作用する力 f は u, v, ω で表される (5. 章で詳説) から、例えば刻々の左右後輪推力 T_1, T_2 を入力すれば運動が決定する。なおこのとき、左右後輪横力 (コーナリングフォース) の和 C は運動を解いて始めて知れるのであるが、このことも束縛条件と同じく仮定 (3) の帰結である。

式(1), (2)の左辺第 2 項は、ヨーイングにより生ずるものである。これらと両式の左辺第 1 項の旋回中心方向成分とのベクトル和が、求心加速度に他ならない。

運動方程式の右辺最終項は、例えば介助者の力によるものや重力の斜面平行成分 (次章で詳説) 等である。

後輪接地点に作用するセルフアライニングトルク等の z 軸回りモーメントを考慮する場合には、これらを式(3)の右辺に付加すればよい。

4. 路面傾斜の影響の近似的記述法の提案

傾斜路を走行する場合の車椅子の運動を論ずるには、厳密には文献(6)のごとく 6 自由度をもってすべきであるが、複雑で見通しを立てにくい。

しかし、勾配に関して以下のように仮定すれば、

4・2節のように、傾斜路における重力の影響を 水平面内運動のモデルに組み込むことが可能となる。

4・1 勾配についての仮定

(7) 走行径路上の勾配は十分に小さい ($\mu=0$, $\gamma=0$) とする。

(8) 走行径路上の勾配の位置的变化も 十分小さくかつ“滑らか”であるとする。

4・2 路面傾斜の影響の近似的記述

路面上の車椅子は、 X 軸回りに μ 、ついで新しい Y 軸回りに γ 傾き、さらに最新の Z 軸（すなわち z 軸）回りに θ だけ回った姿勢となっている。まず、この車椅子に固定した運動座標系 $G-xyz$ によって記述した 6 自由度運動方程式を導出し、これに上の仮定を適用すれば、以下のことがただちにわかる。

なお、この方程式群の導出過程は、文献(7) p.13 の式(1.40a)～(1.41c)に至る過程において座標変換を $\mu \rightarrow \gamma \rightarrow \theta$ の順に行ったものに過ぎない。したがって、得られた式群も、同文献のそれらに酷似したものとなっている。

a. まず、重力 mg の xyz 成分は、路面以外から作用する外力 F_G に含まれるものであり、仮定 (7) より、下式のように近似される

$$mg_x = mg(\cos\theta\sin\gamma - \sin\theta\sin\mu) \dots\dots\dots(8)$$

$$mg_y = mg(-\sin\theta\sin\gamma - \cos\theta\sin\mu) \dots\dots\dots(9)$$

$$mg_z = mg \dots\dots\dots(10)$$

式(8), (9)は、重力の斜面平行成分の近似値である $mg\sin\gamma$ と $-mg\sin\mu$ が、車両の前後方向 (x 方向) と左右方向 (y 方向) に振り分けられたものである。

b. 次に、運動方程式の加速度項について吟味する。

仮定 (2) および (8) より、走行中の車体の z 方向加速度およびローリングとピッチングの角速度が十分小さいこととなる。これを 6 自由度方程式に適用すれば、式(1), (2), (3)に示されている以外の加速度は無視できることがわかる。

さらに、走行に伴う勾配の変化によってローリングとピッチングに関して角加速度が生ずる場合には、重心に高さがあるため、重心の加速度の xy 面内成分 $\ddot{u}$, $\ddot{v}$ にこの影響が加わる。しかしこれも、仮定 (2) および仮定 (8) の“滑らかさ”によって、無視することができる。

c. 以上より、路面傾斜の影響は、重力の各成分を式(8), (9)のように見繕って、水平面内運動の方程式系の外力項に付加するだけでよいことが論証された。簡単なモデリング手法であり、解析的取り扱いの可能性も示唆されるであろう。

Fig.2 Model of caster

5. キャスタと車体の運動の相互関係

以下のように仮定し、キャスト首振り角 ψ とキャスト軸に働く力 f (図 2 参照) を求めると、5・2 節および 5・3 節のようになる。

5・1 キャスタに関する仮定

- (9) キャスタ軸は垂直であるとする。
- (10) キャスタの質量による力学的効果は無視する。したがって、例えばキャスト・シミー等は扱えない。
- (11) キャスタ輪の滑り角はゼロ（横滑りをしない）とする。
- (12) 路面からキャスト輪に加わるのは、抗力 D と縦軸回りモーメント M のみとする。

5・2 キャスタ輪の首振り角 ψ

さて、図 2 に示すように、ある運動を行っているキャスト軸 A の速度の方向 (β) と、この軸によって牽引されるキャスト輪の向き（首振り角 ψ ）は直進走行中を除いて通常一致することはない。両者の差である牽引角 ($\beta - \psi$) が 90° に近いほど、路面に対するキャスト輪の向き ($\theta + \psi$) は早く変化する。さらにこの変化率はキャストトレール l が短いほど激しい。

結局、これらの運動学的関係は式(11)のように定式化される。これは、牽引点が任意運動を行う場合の牽引曲線を、微分形式で表したものにほかならない。

$$l(\omega + \dot{\psi}) = V_t \sin(\beta - \psi) \dots\dots\dots(11)$$

ただし、 $\tan\beta = V_{ty}/V_{tx}$; $V_{tx} = u - \omega d_t/2$,

$$V_{ty} = V_{t2y} = v + \omega l_t, \quad V_{t2x} = u + \omega d_t/2 \dots\dots(12)$$

かくして $\psi(t)$ は ψ , ω , u , v の関数であるとわかり、これを積分すれば刻々の $\psi(t)$ が知れる。

5・3 キャスタ軸に働く力 f

キャストが、例えば図2のような運動状態にある瞬間には、抗力 D と縦軸回りモーメント M は同図のように作用する。 M を考慮したのは、キャストの反転が車椅子の運動や必要駆動力に影響する状況等を想定しているからである。

これらの効果が、下の式(13), (14)のように xy 方向に配分されてキャスト軸に働き、車体の運動方程式(1)~(3)の外力項の一部を形成する。

$$f_x = -D \cos \psi - M \sin \psi / t \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$f_y = -D \sin \psi + M \cos \psi / t \quad \dots\dots\dots(14)$$

ところで、右辺第2項にある縦軸回りモーメント M は、式(15)のように、方向はキャストの旋回方向 ($\text{sign}(\omega + \dot{\psi})$) と逆 (マイナス符号) であり、大きさは旋回半径 ρ と転動速度 U の関数になるであろう。

$$M = -\text{sign}(\omega + \dot{\psi}) \cdot g(\rho, U) \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$\text{ただし, } \rho = U / (\omega + \dot{\psi}), \quad U = V_f \cos(\beta - \psi) \quad \dots\dots\dots(16)$$

定性的には、旋回半径 ρ が十分小さい場合に発生し、半径ゼロ (据え切り状態) で最大となろう。したがって、キャストの反転が激しくない走行では $M = 0$ と単純化するのが現実的である。なお、この関数 g の形を決定するには精緻な実験が必要であることがわかった。今後の課題である。

5・4 キャスタと車体の運動の動的関係

結局、車体の運動 (u, v, ω) が左右キャスト輪の首振り角 ψ_1, ψ_2 を規定し、これにより、左右キャスト軸に刻々加わる力 f が u, v, ω の関数として決まる。と同時に f は車体の運動に影響を与えるのである。

6. 走行実験とシミュレーション計算

6・1 実車による走行実験

実験の目的は、キャストの運動を含んだモデルの検証である。

実験に用いた車椅子は、日進医療器 (株) 製の多目的スポーツタイプ車を改修したものである。後輪は24インチであり、キャストはテニス用スポーツフォークとソリッドゴム製5インチタイヤからなっている。

取り付けたセンサーは以下のものである。

- ・キャスト首振り角 ψ 計測用ポテンシオメータ
- ・左右後輪駆動トルク N 計測用トルクセンサ
- ・左右後輪速度計測用ロータリーエンコーダ

さらに、二輪車搭載用小型動歪アンプ等のデータ処理機器と記録用パソコンおよび電源を載せた。

実験は屋内の水平かつ平滑な床面で行い、搭乗者自身の駆動によった。もちろん間歇的駆動である。

6・2 計算方法

式(1)~(7)および 左右キャストに関する式(11)~(16)を用いて数値計算を行った。

計算に際しての入力は、実測した左右後輪駆動トルク N_1, N_2 (図4) から算出した推力 T_1, T_2 である。

用いた主な値は以下のような実測値である。

$$m = 88.0 \text{ kg}, \quad I = 8.3 \text{ kgm}^2, \quad r = 0.31 \text{ m}, \quad t = 0.05 \text{ m}$$

$$l_f + l_r = 0.43 \text{ m}, \quad d_f = 0.46 \text{ m}, \quad D_f = 4.0 \text{ N}$$

$$l_f = 0.14 \text{ m}, \quad d_f = 0.50 \text{ m}, \quad D = 1.5 \text{ N}$$

なお、総重量は計測系の積載によってやゝ重くなっている。車輪抗力 D_f, D は、同一条件下で行った惰行走行実験の結果から導出した平均的な値であり、ともに一定とした。これらの4輪合計値は文献(1) p.104 に示した必要駆動トルクのデータと整合がとれている。同定が困難であったキャスト輪縦軸回りモーメント M はゼロとした。また、実走行においては、 D_f, D および慣性モーメント I と重心位置 l_f は確定的なものではないことに気を付けたい。加減速による各輪への荷重配分の変動や駆動中の姿勢変化があるからである (仮定(5), (6) 参照)。

6・3 モデルの妥当性

図3以下は左Uターン走行の結果である。

計算結果は太線で、実験結果は細線で示した。

a. 重心軌跡 (図3) の実験結果は、左右後輪の速度から算出したものである。計算結果とのずれには、積分による各種誤差の累積が不可避免的に含まれている。前者では一回の積分を、後者では二回の積分を行ってゐる。

b. 測定した左右駆動トルク (図4) は、駆動と非駆動 (惰行) が交互に繰り返されている (間歇駆動)。そのピーク値は約 5 Nm であり文献(1) p.104 のデータと整合している。

c. 速度 (図5) の変化の様子も両者はよい対応を示している。特に、旋回開始までの直進区間における惰行中の緩減速は、抗力の吟味に有用である。

d. 旋回中の状況を詳しく見よう。ほぼ8秒から13秒の区間で、旋回半径は1m弱、後輪中央速度 V_f (図5) は約 0.5m/s (約 1.8km/h) である。

駆動中のトルク (図4) は左右逆で内輪 (左輪) が制動されている。

左右逆駆動による左回り回頭モーメントの付加が終了する瞬間は、ヨー角速度 ω とキャスト首振り角 ψ と (図6) がほぼ極大となる時であり、力学的にも機構学的にも納得される。

惰行中にはヨー角速度 ω (図6) を減ずる。通常の車椅子では、コーナリングフォースを発生しないキャ

スタが前方にあるため、その特性が本質的にアンダーステアだからである。

キャストは平均的に右後方 $30^\circ \sim 40^\circ$ に流れており、駆動・惰行を繰り返す度に振れている様子(図6の ψ)も計算はよく再現している。

e. 総体的に見て、このモデルによるシミュレーション結果は実走行をよく再現していると言える。

Fig.3 Trajectory of the center of gravity

Fig.4 Measured driving torque

Fig. 5 Velocity of rear axle center

Fig. 6 Yaw rate of the body and
Left caster swing angle relative to the body

7. 結 言

路面傾斜とキャストの動きを考慮した車椅子の運動方程式系を導出した。

前者の影響については、現実的な諸仮定のもとで理論的に吟味し、重力の路面平行成分のみを外力として付加すれば、近似的に水平面内運動として扱えることが明らかとなった。

後者の定式化は、実車実験によってその妥当性が確認された。

このモデルを用いるに際しては、慣性モーメントと車輪抗力の値をより正確に把握しておくことが望ましい。さらに、キャスト輪に作用する縦軸回りモーメントの明確化が今後の課題として残っている。

本モデルによって、傾斜路走行の解析を行い、あわせてその際のキャストの動きによる影響も明らかにしたい。また、キャストがよく振れるような取り回しに際しての操作性の解明も可能となろう。

本研究を行うにあたっては、文献(2)の研究を共にした方々および大学院生諸氏に多大な協力を頂いた。お礼申し上げる。また、本研究の発端は、(財)三菱財団による第21回社会福祉事業助成、ならびに文献(2)の研究の母体であった高齢者・障害者へのヒューマンテクノロジー応用研究(神奈川県科学技術政策推進委員会産学公地域総合研究)にあったことを銘記し、謝意を表す。

文 献

- (1) 大川嗣雄・伊藤利之・田中理・飯島浩, 車椅子,
(1987), 医学書院.
 - (2) 田中理・沖川悦三・鈴木曠二・他, 高齢者・障害者の
住居内及び日常生活圏の移動機器の研究(1991-1995),
(1996-3), 神奈川県総合リハビリテーションセンター
リハ工学研究室.
 - (3) Stamp, W.G. and McLaurin, C.A., Wheelchair Mo-
bility (A Summary of Activities during the Period
1982-1983), REC of Virginia University.
 - (4) 大鍋寿一・水口文洋, 斜面における手動車いすの旋回
特性と安定性, 機講論(V), No.99-1(1999), 81-82.
 - (5) 水口文洋・大鍋寿一, W408 手動車いすの斜面横切り
特性, 日本機械学会 [No.01-5] 福祉工学シンポジウ
ム CD-ROM 論文集, (2001-8-7).
 - (6) Shung, J.B., Stout, G., Tomizuka, M. and Ausland-
er, D.M., Dynamic Modeling of a Wheelchair on
a Slope, *Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control*,
150(1983), 101-106.
 - (7) 加藤寛一郎・大屋昭男・柄沢研治, 航空機力学入門,
(1982), p.13, 東京大学出版会.
-