セルオートマトン法と BEM による防音壁の最適形状推定*

田中正隆^{*1}, 松本敏郎^{*1}, 荒井雄理^{*2}Estimation of Optimal Shape of a Sound-Insulating Wall
by Cellular Automata and BemMasataka TANAKA^{*3}, Toshiro MATSUMOTO and Youri ARAI^{*3} Mechanical Systems Engineering, Shinshu University,
4-17-1 Wakazato, Nagano-shi, Nagano, 380-8553 Japan

This paper is concerned with a new procedure to determine an optimal shape of sound-insulating wall for auto-highways. A two dimensional cross-section of the wall is optimized by using the boundary element method (BEM) together with cellular automata (CA). In application of CA, a feasible area of the wall is divided into a number of uniform cells, and all the state variables defined on each cell are changed by a transition rule, e.g. minimizing a cost function, under a local rule for neighbor cells so that a final state of cells can be determined. In this paper, a new transition rule is proposed to find the final state of cells which may reduce noise. The reduction of noise is monitored by the mean absolute value of sound pressures measured at several points located on the ground. It is assumed that a point noise source is placed at the center point of the road. Numerical computation is carried out for a typical model of the sound-insulating wall under central frequencies of 1/3 octave band from 50 Hz to 500 Hz. Through discussion on the results obtained, it is revealed that the proposed procedure for estimating an optimal shape of the sound-insulating wall is rather robust for a wider range of sound frequencies.

Key Words: Computational Mechanics, Boundary Element Method, Cellular Automata, Acoustics, Sound, Noise, Noise Reduction, Noise Control

1. 緒 言

環境問題に関心が高まっている現代において、我々の最も身近にある問題に交通騒音問題がある。この種の音響問題では無限領域を解析対象として取り扱う場合が多く、無限遠までの領域の要素分割が困難な領域型解析手法では厳密に解析することができない。しかしながら、境界要素法 (BEM) は波動の無限遠方における放射条件を理論的に考慮することができ、対象物の境界表面のみを要素分割するだけで済む。そのため、BEM を用いれば効率的に精度の良い解を得ることができ、音響問題には極めて有効な数値解析手法といえる⁽¹⁾⁽²⁾。

最適化手法としては、感度解析に基づく手法や遺伝的アルゴリズムなどを用いる手法が提案され種々の問題に応用されて成果が得られている。本研究では、パラメータ初期値に依存することなく最適解または好適な解を得たいという目的で、幅広い応用分野を持つセルオートマトン法 (以下、CA 法と呼ぶ)^{(3)(4)(6)~(8)}

を用いることにする。CA 法は解析領域をセルと称する区分領域に分割し、ある種の離散的状態量を定義する。そして、近傍のセルとの相互作用を表す局所近傍則 (ローカルルール) を与え、各計算段階におけるセルの状態量を遷移則に従って変化させることで最適解を求めようとする。セルオートマトン法では感度解析を必要とせず、簡単なローカルルールと遷移則を定義することで最適解または好適な解が得られる可能性がある。

本研究では、道路用防音壁を想定した形状最適化問題について、境界要素法と CA 法を適用する方法について考察し、具体例を解析してその有効性を確かめる。最終的なセルの状態を決定する遷移則について、最初に防音壁の形状を初期形状との音圧レベルの差が ± 1.0 [dB] の範囲で変形させその後、騒音低減に効果のある形状を探索する方法を提案する。道路用防音壁の 2 次元モデルを想定し、水平面に垂直に防音壁が立っているものと仮定する。防音壁先端部分の形状だけを変化させて、いくつかの評価点の音圧絶対値の平均値が小さくなる先端形状 (最適または好適形状) を探索する。騒音低減の測度としては、防音壁から外側に離れた地上に位置する数点での音圧の絶対値の平均値を

* 原稿受付 2002 年 5 月 9 日。

^{*1} 正員, 信州大学工学部 (☎ 380-8553 長野市若里 4-17-1)。^{*2} 学生員, 信州大学大学院工学系研究科。

E-mail: dtanaka@gipwc.shinshu-u.ac.jp

Fig. 1 Acoustic problem

用いる。まず、騒音の簡単な例として2つの周波数成分の混じったソースが道路中心面上にある場合について、防音壁の最適形状を提案手法で求めた結果を示す。次に、周波数が50 [Hz] から500 [Hz] までの範囲内で純音ソースが同じ位置にある場合について、1/3 オクターブ帯域の中心周波数に関する数値解析を行って騒音低減の周波数特性を示し、提案手法の有効性について検討を行った結果を示す。

2. 音場の境界要素解析

微小振幅の振動を考えるものとし、角振動数 ω で定常振動している場合には、音場の支配微分方程式は次の非同次 Helmholtz 方程式となる^{(9)~(11)}。

$$\nabla^2 p(x) + k^2 p(x) + f(x) = 0 \quad (1)$$

ただし、 p は音圧、 f は内部音場の集中音源等を表すソース項である。また、 k は波数であり C_0 を音速とすれば次式で表される。

$$k = \frac{\omega}{C_0} \quad (2)$$

式(1)において、境界条件は以下のように与えられる。

$$p(x) = \bar{p}(x) \quad x \in \Gamma_p \quad (3)$$

$$q(x) = \frac{\partial p}{\partial n}(x) = \bar{q} \quad x \in \Gamma_q \quad (4)$$

境界 Γ_p , Γ_q は図1に示すようにそれぞれ全境界 Γ の1部である。また、 $\bar{p}$, $\bar{q}$ はそれぞれ指定された境界でその値が与えられているものとする。ただし、 q は境界の外向き法線方向の粒子速度 v と媒質密度 ρ を用いて以下のように表すことができる。

$$q = -i\omega\rho v \quad (5)$$

Helmholtz 方程式(1)に対する積分方程式の定式化と境界要素法による解析法の概要を述べる⁽¹⁾。式(1)に基本解 $p^*(x, y)$ をかけ、領域全体にわたって積分し

た次式を定式化の出発点とする。

$$\int_{\Omega} \{ \nabla^2 p(x) + k^2 p(x) + f(x) \} p^*(x, y) d\Omega(x) = 0 \quad (6)$$

基本解 $p^*(x, y)$ は無限媒体中で次式を満足する関数として定義される。

$$\nabla^2 p^*(x, y) + k^2 p^*(x, y) + \delta(x - y) = 0 \quad (7)$$

ただし、 x と y はそれぞれ観測点とソース点を表す場の点であり、 $\delta(x - y)$ は Dirac デルタ関数である。式(7)を満足する基本解、および基本解の境界に対する外向き法線方向微分 $q^*(x, y)$ は、2次元問題では次のように与えられる。

$$p^*(x, y) = -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(kr) \quad (8)$$

$$q^*(x, y) = \frac{\partial p^*(x, y)}{\partial n} = \frac{ik}{4} H_1^{(2)}(kr) \frac{\partial r}{\partial n} \quad (9)$$

ただし、 r は観測点 x とソース点 y との距離である。

なお、式(8)、(9)における $H_0^{(2)}$ と $H_1^{(2)}$ はそれぞれ0次と1次の第2種 Hankel 関数であり、第1種 Bessel 関数 J_0 と第2種 Bessel 関数 Y_0 を用いて次のように書くことができる。

$$H_0^{(2)}(kr) = J_0(kr) - iY_0(kr) \quad (10)$$

$$H_1^{(2)}(kr) = J_1(kr) - iY_1(kr) \quad (11)$$

本研究では、解析対象が x_1 軸、 x_2 軸に対してそれぞれ形状および境界条件が対称性を有するため、鏡像の方法により導出できる、対称面で恒等的に完全反射の境界条件を満足する次の基本解 $p_s^*(x, y)$ を用いる^{(2)(12)~(14)}。

$$p_s^*(x, y) = p^*(x, y) + p^*(x, y'_1) + p^*(x, y'_2) + p^*(x, y'_{12}) \quad (12)$$

ただし、 y'_1 , y'_2 , y'_{12} はそれぞれソース点 y の x_1 軸に対称な鏡像点、 x_2 軸に対称な鏡像点、原点に対称な鏡像点の座標である。

式(6)に部分積分を2回適用し、式(7)の基本解の性質を用いて得られる積分方程式において、ソース点 y を境界上にとり、境界における関数として音圧 p と粒子速度 v を考える。そして、一様ポテンシャル条件を用いることで以下の正則化された境界積分方程式が得られる⁽¹⁾⁽¹²⁾。

$$\begin{aligned} & \left[\int_{\Gamma} \{ q^*(x, y) - Q^*(x, y) \} d\Gamma(x) \right] p(y) \\ & + \int_{\Gamma} q^*(x, y) \{ p(x) - p(y) \} d\Gamma(x) \\ & = i\omega\rho \int_{\Gamma} p^*(x, y) v(x) d\Gamma(x) + I p^*(x^s, y) \end{aligned} \quad (13)$$

ただし、 $Q^*(x, y)$ は Laplace 方程式の基本解の法線方向導関数、 x^* は集中音源の座標であり、 I は集中音源の強さを表している。Cauchy の主値積分が存在しない式 (13) を用いることで、すべての積分を直接数値的に評価することが可能となる。本研究では無限遠点を含む領域を扱うが、基本解が Sommerfeld の放射条件を満足するため無限遠方の境界に関する積分は考慮しなくてもよく、式 (13) を用いて解析できる。

境界積分方程式 (13) は、境界 Γ を境界要素で離散化すれば、音圧 p と粒子速度 v に関する代数方程式で近似でき、この方程式系に境界条件を適用して解けばよい⁽¹⁾。ただし、Helmholtz 方程式の外部境界値問題を境界積分方程式を使って解く場合に、内部問題の見かけの固有値により正確な数値計算が出来ないことが生じる。この見かけの固有値の影響を避ける方法としてここでは、点 x が領域外部にある場合の積分方程式を付加条件として追加し、方程式系を最小自乗法により解く方法を採用する⁽¹⁾。

3. セルオートマトン (CA) 法の適用

CA 法ではまず解析対象をセルと称する区分領域に分割して、ある種の離散的状態量を各セル上に定義する。次に近傍のセルとの局所的な相互作用を表す局所的近傍則 (ローカルルール) を与え、各計算段階におけるセルの状態量を遷移則にしたがって変化させることで全体としての現象を表現する手法である⁽³⁾⁽⁴⁾。CA 法を形状最適化に適用する具体的手法を 2 次元問題を例にとって記述する。

2 次元問題での平面領域の分割方法としては、三角形や四角形のセルに分割する方法が考えられており、本研究では対象とする領域を正方形のセルで分割する⁽³⁾⁽⁴⁾。このとき、図 2 に示すように、着目するセル (以下 Target cell, 図中の黒いセル) を囲む 8 個のセルを近傍として定義する。このように Target cell の周辺を取り囲む近傍を Moore 近傍と呼び、周囲 8 個のセルとの相互作用を表すローカルルールを与え、各計算段階における Target cell の状態を決定していく。

Moore neighborhood

Fig. 2 Cell neighborhood model

本研究では、防音壁先端部分だけを変化させて評価点での騒音低減が効果的に行える最適または好適形状

を推定することを目的とする。そのため、CA 法を適用する領域は防音壁先端部分の変化可能範囲であり、この部分を正方形セルで図 3 のように分割する。その際、最大形状よりさらに 1 個分セルを想定しそれを仮想セルとし、その状態は Dead である。仮想セルは後に記述する近傍におけるローカルルールを適用する際に Target cell が形状の端の場合でもローカルルールを適用可能にするために設置する。

Fig. 3 Feasible region divided into square cells

3.1 ローカルルール 本研究では、上述の Moore 近傍におけるローカルルールを、Target cell の状態が変化したときの防音壁形状で BEM 解析が行えるかどうかという点を考慮して設定する。セルの状態は存在する (以下 Alive) または存在しない (以下 Dead) の 2 種類しかとらないものとする。Target cell の状態が以下に示すローカルルールに当てはまる場合は、このセルの状態は変化させずに次のセルに着目して順次検討を進める。一方、Target cell がローカルルールに当てはまらない場合は、そのセルの状態を Alive なら Dead に、Dead なら Alive に変化させて BEM 解析を行う。ただし、本研究ではセルの状態が常に変化しないというセルも存在させ、これを不変セル (Remaining cell) と呼ぶことにする。その具体的な例を図 4 に示す。

Type A 上下左右のセルが全て Alive の場合。上下左右のセルが全て Dead の場合。

Type B 対角線上のセルが Alive であるが、そのセルを挟むセルが Dead であり、対角線上以外でセルが 1 つ Alive である場合。

Type C 対角線上のセルが Alive であり、それを挟むセルも Alive であり、もう一方は挟むセルが Dead である場合。

Type D 上下のセルが Alive であり、左右のセルが Dead である。左右のセルが Alive であり、上下のセルが Dead である場合。

3.2 評価方法 最終的なセルの状態を決定する遷移則として本研究では 2 段階の方法を用いる。遷移則で用いる評価値として、音場内のいくつかの観測点

Fig. 4 Local rule pattern

で BEM 解析によって得られた音圧の実効値を足し合わせてその平均をとり、それを音圧レベルとしたものを用いる⁽⁹⁾。すなわち、

$$\text{SPL} = 20 \log_{10} \frac{p}{2.0 \times 10^{-5}} \quad (14)$$

また、音源が複数の周波数成分をもつ場合は、重ね合わせにより次式で音圧 P_e を計算する⁽¹⁰⁾。

$$P_e^2 = P_{e1}^2 + P_{e2}^2 + \dots \quad (15)$$

ただし、 $P_{e1}, P_{e2}, \dots$ は BEM 解析によって得られるそれぞれの周波数での音圧である。

3.2.1 遷移則 2つの方法を適用して最適形状を求める方法である。第一段階として、評価値がある許容範囲内にある状況で1個のセルを消去できるかどうかという評価を行い形状が変化しなくなるまで計算を繰り返す。その流れを以下に示す。

Step 1 図 5 の Procedure 1 において、セル 1 が Dead である場合を考えローカルルールが当てはまらなければ、その形状で BEM 解析を行う。

Step 2 評価値と初期形状の評価値との差の絶対値を求め、それが ± 1.0 [dB] の範囲である場合には、その時の形状と評価値を保存する。

Step 3 セル 2, 3, ..., 15 も Step 1 及び Step 2 の検討を行い、評価値が初期形状の評価値に最も近いときの形状が次の評価基準とする。

Step 4 形状が変化しなくなったときは、その形状を次の方法を適用する際の初期形状と定義する。

: Alive cell
 : Dead cell
 : Remaining cell

Procedure 1

Procedure 2

Fig. 5 Evaluation procedure at first step

次に、第一段階で得られた最終形状を初期形状として定義して1回の BEM 解析につきいくつかセルを増加させる方法を適用する。種々の試行の結果、1回の解析で3個のセルを増加させる場合が、ロバストな最適化手法となることを確認した。この流れを以下に示す。

Step 5 まず図 6 の Procedure 1 において、セル 1 に着目してそれが Alive である場合を考える。(図中の Procedure 2 を参照)

Step 6 セル 1 が存在した場合にセル 1 に対して Moore 近傍におけるローカルルールを適用し、ルールに当てはまるかどうかを確認する。

Step 7 Step 6 でセル 1 がルールに当てはまらなかった場合で、セル 1 が Alive であり同じ方向に対してもう一つセルが増えた場合は、同じローカルルールをその増えたセルにも適用して、ルールに当てはまるかどうかを判断する。

Step 8 図中の Procedure 4 に示すように、同じ方向に3つセルが増えた場合も Step 7 と同様の判断する。

Step 9 Step 6~Step 8 においてローカルルールにすべてが当てはまらなかった場合、セルが3つ生成したと仮定して BEM 解析を行う。もし、Step 6~Step 8 でローカルルールに当てはまる場合があったときは、次のセルに移る

Step 10 セル 2~5 についても、Step 6~Step 9 の手順で判断し、一番評価値が良かったときの評価値及びその形状を次の評価基準として保存して、Step 6 以降を繰り返す。

Step 11 最終的に評価値が下がらなくなった時の形状を最適形状とする。

Fig. 6 Evaluation procedure at second step

4. CA を適用するときの境界要素解析

防音壁を構成するセルの状態が決定した後、図 7 に示すように、セル辺の中点を 3 次のスプライン関数で滑らかに補間して境界形状を決める。その境界を 2 次境界要素を用いて分割する。

 : Alive cell
 : Dead cell
 ○ : Contact point

Fig. 7 Spline interpolation and boundary elements

また、形状が変化する防音壁部分を支える垂直壁は形が変化しないと仮定している。その左右の表面を 2 次境界要素で分割する。

なお、防音壁表面上では完全反射 (粒子速度 $v = 0$) の境界条件を適用する。境界要素解析コードは以前に著者らが報告したもの^{(12)~(14)}を用いている。

5. 数値計算結果と考察

本手法の有効性を示すために、高速道路用防音壁モデルの例題を解析し、その結果について考察する。解析対象として図 8 に示すような防音壁の 2 次元モデル (紙面に垂直方向に同じ状態がつづいてると仮定) を考える。点 A には音源があり、路面と壁面は完全反射 (粒子速度 $v = 0$) の境界条件に従うとする。音源 A の音圧を (2.0, 1.0) [Pa]、音速 $C_0 = 340$ [m/s]、媒質密

度は $\rho = 1.2$ [kg/m³] とする。 x_1 軸については対称性を考慮して完全反射の条件を満足する基本解を用いるが、 x_2 軸に関しては対称性は考慮しない。すなわち、防音壁が水平面に垂直に 1 つだけ設置されていると仮定する。数値解析はまず騒音の一例として、周波数が 400 [Hz] と 500 [Hz] の 2 つの純音が混在した場合について解析する。次に、50 ~ 500 [Hz] を 1/3 オクターブ帯域に分割してその中心周波数の純音について行う。受音点の位置は、地表面に 4 点を図 8 のように配置する。図 8 のハッチングを施した部分の形状が変化するものとし、この防音壁先端部分を 0.2 [m] × 0.2 [m] の正方形のセルで分割する。セルを変化させるときに、この範囲を超えてはならないという制限を設ける。数値解析は前述の遷移則を適用した場合について行い、最終形状の検討を行う。

音源が 400 [Hz] と 500 [Hz] の 2 つの周波数成分からなる騒音モデルに関する結果を示す。第一段階として、初期形状との評価値の差が ± 1.0 [dB] の範囲で一番近い形状を探索し、その形状を次の初期形状として解析を繰り返す。セルの初期状態を図 9、防音壁の初期形状を図 10 に示す。この方法で得られた最適形状を図 11 に、また音圧レベルの推移を図 12 に示す。

Fig. 9 Initial cell condition

Fig. 10 Initial wall shape

Table 1 Reduction of sound pressure level at second step of evaluation procedure

Frequency [Hz]	Initial [dB]	Final [dB]
400	0.535118 E+02	0.526350 E+02
500	0.539407 E+02	0.466365 E+02

防音壁形状が初期形状よりかなり変化し、受音点における音圧レベルが下がる最適形状を推定していることがわかる。また、それぞれの周波数成分だけの場合でも音圧レベルは下がっており、防音効果が確認できる。

次に、50～500 [Hz] を 1/3 オクターブ帯域に分割してその中心周波数の純音が騒音源から発せられる場合についての解析結果を示す。音圧レベルの推移を表 2 に示す。一例として、周波数 63 [Hz] の音源の場合について、最終形状を図 15 に示す。

Table 2 Reduction of sound pressure level for central frequencies of 1/3 octave band

Frequency [Hz]	Initial [dB]	Final [dB]
50	0.716468 E+02	0.582323 E+02
63	0.680928 E+02	0.600590 E+02
80	0.704860 E+02	0.591511 E+02
100	0.663787 E+02	0.522936 E+02
125	0.644868 E+02	0.622261 E+02
160	0.611352 E+02	0.576273 E+02
200	0.595579 E+02	0.514487 E+02
250	0.570979 E+02	0.524591 E+02
315	0.546646 E+02	0.525932 E+02
400	0.535118 E+02	0.481189 E+02
500	0.539407 E+02	0.485690 E+02

Fig. 15 Final wall shape in case of 63 [Hz]

6. 結 言

高速道路用防音壁の最適形状推定に境界要素法と CA 法を適用する方法を提案しその妥当性を確認した。最終的な形状を決定する遷移則について提案を行い、それに基づく解析プログラムを開発した。提案手法の有効性は、いくつかの例題を解析しその結果を検討することにより明らかにした。CA 法を用いる最適形状推定は、局所最適値が多く存在する場合には有効であると考えられ、防音壁の最適形状推定にはロバストな手法であると言える。本研究では、種々の遷移則を適用して、その内で良い結果を生みだすものについてだけ報告した。

今後様々な周波数成分での解析を行い、より広い範囲の周波数成分での有効性を検討し、実用上重要な高速道路用防音壁の新しい形状の創成について考察を深める予定である。

文 献

- (1) 田中正隆, 松本敏郎, 中村正行, 境界要素法, 培風館, (1991).
- (2) C. A. Brebbia, 境界要素法の応用 I, 企画センター, (1982).
- (3) 加藤恭義, 光成友孝, 築山洋, セルラーオートマトン法 - 複雑系の自己組織化と超並列処理 -, 森北出版, (1998).
- (4) <http://www.sfc.keio.ac.jp/n96229sh/Research/page1.htm#セルオートマトン>
- (5) <http://www.sfc.keio.ac.jp/n96229sh/Research/page8.htm#Tsunoyama88>
- (6) K. Nagel and M. Schreckenberg, A cellular automaton model for freeway traffic, *J. Phys. I France*, bf 2, (1992), pp. 2221-2229.
- (7) N. H. Packard and S. Wolfram, Two-dimensional cellular automata, *J. Stat. Phys.*, **38**, (1985), pp.1-35.
- (8) M. B. Cortie, Simulation of metal solidification using a cellular automaton, *Metallurgical Trans.*, **24B**, (1993), pp.1045-1053.
- (9) 一宮亮一, 機械系の音響工学, コロナ社, (1992).
- (10) 小橋豊, 音と音波, 裳華房, (1968).
- (11) 日本音響学会 (編), 騒音・振動, コロナ社, (1982).
- (12) 田中正隆, 松本敏郎, 白鳥正利, 防音壁の最適設計に関する境界要素法シミュレーション, 日本機械学会論文集, **58C**-553, (1992), pp.2736-2741.
- (13) 田中正隆, 松本敏郎, 釜山研索, 音源同定の境界要素法逆解析と鉄道車両モデルへの適用, 境界要素法論文集, **13**, (1996), pp.163-168.
- (14) 田中正隆, 松本敏郎, 坂本和之, 一様流れ場における音響問題の境界要素解析, BEM・テクノロジー・コンファレンス論文集, **7**, (1997), pp.7-12.
- (15) 杉江日出澄, 岡崎明彦, 岩堀祐之, 小栗宏次, *FORTAN77* と数値計算法, 培風館, (1991).