音響・構造連成系の非定常応答解析手法に関する研究*

遠藤 満^{*1}, 西垣 勉^{*1}, 時崎 智行^{*2}Analysis Method of the Nonstationary Response
of Acoustical-Structural Coupling SystemsMitsuru ENDO^{*3}, Tsutomu NISHIGAKI and Tomoyuki TOKIZAKI^{*3} Department of Mechanical Sciences and Engineering, Tokyo Institute of Technology,
2-12-1 O-okayama, Meguro-ku, Tokyo, 152-8552 Japan

This paper presents the numerical analysis method of the nonstationary response of acoustical-structural coupling systems. The acoustical analysis is formulated by the Boundary Element Method based on the hyper-singular boundary integral equation in order to deal with very thin elastic structures in the open space. The structural analysis is formulated by the Finite Element Method using the triangular thin plate element. Those fundamental equations are coupled by using the force equilibrium and the flux continuity conditions in the Laplace transformed domain, and the time history of nonstationary responses are obtained by the numerical inverse Laplace transform. The validity of the proposed method is examined in comparison with an analytical result and besides by conducting the experiments of nonstationary excitation of thin plates installed in the rectangular acoustic tube which is excited by a sinusoidal sound pressure from the planewave-driving type speaker. Finally, a few numerical calculation examples are shown. Those analyses treat the flexible I-shaped and L-shaped acoustic tubes which are excited by the sinusoidal pressure generated at the one end of acoustic tubes, and air medium displacements and sound pressures traveling in the tube and transmitted to the out of tubes are visually shown.

Key Words: Acoustical-Structural Coupling System, Nonstationary Response, BEM, FEM, Numerical Laplace Transform

1. 緒 言

種々の機械・構造物から発生する騒音あるいはその振動を低減化するためには、まずそれらを定量的に評価する手法の開発が必要不可欠であるが、近年の機械・構造物の軽量構造化の趨勢に伴い、構造が柔軟で薄肉化する場合には構造振動と放射音は一般に相互作用を及ぼし合い、この相互作用の影響が顕著である系は音響・構造連成系と呼ばれる。

これまで音響・構造連成系の振動については、構造物で仕切られた閉空間内の固有振動数と固有モードに関する研究⁽¹⁾⁽²⁾、自動車車室内騒音問題⁽³⁾⁽⁴⁾、閉空間内連成振動系の能動的制御問題⁽⁵⁾、構造物で仕切られた内外空間をともに考慮した連成振動問題^{(6)~(9)}、柔軟な板で仕切られた空間内の透過音評価問題^{(10)~(12)}等について研究されており、これら構造-音場連成解析の現状と展望についての解説⁽¹³⁾も存在する。しかし、以上のようなこれまでの音響・構造連成系に関する研究はそのほとんどが定常振動応答問題であり、非定常

応答に関する一般的解析手法についての研究はほとんどない⁽¹⁴⁾。しかし、ロケット打ち上げ時のフェアリング内の柔軟な構造要素からなる人工衛星などは激しい非定常音響環境下に曝され、また航空機によるソニックブーム問題や構造物の打撃問題のように非定常応答解析が必要な音響・構造連成系は多々存在する。

そこで本研究では、任意の非定常入力を受ける薄肉柔軟構造物と音場の時刻歴応答を定量的に評価するための一般的かつ汎用的な数値解析手法の開発を目的とする。

本解析手法は音場解析には開空間内の非常に薄い構造物を扱えるように超特異境界積分方程式を基礎にした境界要素法を適用し、また薄板構造物解析には有限要素法を適用して、それぞれの方程式系を連成条件を考慮した上でラプラス変換領域において解き、これを数値的に逆ラプラス変換することにより時刻歴応答を求めるものである。

本研究では、正弦の入力がステップ関数状に加わる単純な音響・構造連成系の解析解ならびに音響管内の片持ち弾性薄板を正弦的に非定常音響加振する実験の結果と比較することにより本数値解析手法の妥当性を検証し、ついで送風ダクトを模擬した比較的複雑な音響・構造連成系モデルに本解析手法を適用した結果に

* 原稿受付 2002年4月2日。

^{*1} 正員、東京工業大学大学院理工学研究科(〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。^{*2} 東京工業大学大学院。

E-mail: mendo@mes.titech.ac.jp

について示す。

2. 解析手法

2.1 境界要素法による音響解析 はじめに境界要素法による音響解析について述べる。ここでは薄板のように非常に薄い構造物を数多く有する開空間音場を解析するために、超特異境界積分方程式を導出してその離散定式化について説明する。

図1に示すように、三次元音場の占める領域を V 、その外部領域を $\bar{V}$ とし、その境界を S_f とする。また領域 V 中の非常に薄い構造からなる境界を S_c とする。位置ベクトルを $\mathbf{x}$ とし、境界 S_f では、境界外向き単位法線ベクトルを $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ 、音圧を $p(\mathbf{x}, t)$ (ここで t は時間) とすると、流束ベクトル $\mathbf{q}(\mathbf{x}, t)$ の法線方向成分 $q(\mathbf{x}, t)$ は次式で表される。

$$q(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial p(\mathbf{x}, t)}{\partial n(\mathbf{x})} \quad \text{.....(1)}$$

一方、境界 S_c ではその両面で V に接しているが、図2のようにそれぞれの2面に対応する量に (+) および (-) の記号を付すと、 S_c が非常に薄いという仮定より

$$q^+(\mathbf{x}, t) = -q^-(\mathbf{x}, t) \quad \text{.....(2)}$$

の条件が成り立つので、以後 S_c における流束変数として $q^+(\mathbf{x}, t)$ で代表させる。一方、 S_c の両面における音圧は一般に等しくないで、音圧のジャンプ量 $[p(\mathbf{x}, t)]$ を次式で定義する。

$$[p(\mathbf{x}, t)] = p^+(\mathbf{x}, t) - p^-(\mathbf{x}, t) \quad \text{.....(3)}$$

本研究で基礎とする超特異境界積分方程式に関しては、音圧 p と式(1)の q を境界 S_f における境界変数と考え、式(2)の q^+ (以後 q と記す) と式(3)の $[p]$ を

Fig. 1 Model of coupling systems

Fig. 2 Thin boundary S_c

境界 S_c における境界変数と考える。

さて音場の支配方程式をラプラス変換形で表すと

$$\nabla^2 \bar{p}(\mathbf{x}, s) - \frac{s^2}{c^2} \bar{p}(\mathbf{x}, s) = 0 \quad \text{.....(4)}$$

となる。ここで ∇^2 はラプラシアン、 c は音速、 s はラプラス変換のパラメータ、また $\bar{\cdot}$ はラプラス変換を施した量であることを表す。いま境界積分方程式を導出するために式(4)に重みつき残差法を適用して Green の公式を用い、境界要素法における基本解 $\bar{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ (ここで $\mathbf{x}'$ はソース点を表す位置ベクトル) を重み関数として用いると次式が求まる。ただし次式で S_c は S_c^+ を表す。

$$\begin{aligned} C(\mathbf{x}') \bar{p}(\mathbf{x}') &= \int_{S_f} [\bar{q}(\mathbf{x}) \bar{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \\ &\quad - \bar{p}(\mathbf{x}) \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')] dS(\mathbf{x}) \\ &\quad - \int_{S_c} [\bar{p}(\mathbf{x})] \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dS(\mathbf{x}) \quad \text{.....(5)} \end{aligned}$$

ここで

$$C(\mathbf{x}') = \begin{cases} 0, & \mathbf{x}' \in \bar{V} \\ 1, & \mathbf{x}' \in V \end{cases}$$

また、 $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ 、 $r = |\mathbf{r}|$ とし

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}') &= \frac{e^{-\frac{s}{c}r}}{4\pi r} \\ \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}') &= -\frac{e^{-\frac{s}{c}r}}{4\pi r^2} \left(1 + \frac{sr}{c} \right) \frac{\partial r}{\partial n(\mathbf{x})} \end{aligned} \right\} \quad \text{.....(6)}$$

である。

ここで、式(5)に関して $\mathbf{x}' \in V$ の場合を考え、式(5)を点 $\mathbf{x}'$ における任意の方向の単位ベクトル $\mathbf{j}(\mathbf{x}')$ で微分すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}(\mathbf{x}')}{\partial \mathbf{j}(\mathbf{x}')} &= \int_{S_f} \left[\bar{q}(\mathbf{x}) \frac{\partial \bar{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{j}(\mathbf{x}')} \right. \\ &\quad \left. - \bar{p}(\mathbf{x}) \frac{\partial \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{j}(\mathbf{x}')} \right] dS(\mathbf{x}) \\ &\quad - \int_{S_c} [\bar{p}(\mathbf{x})] \frac{\partial \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{j}(\mathbf{x}')} dS(\mathbf{x}) \quad \text{.....(7)} \end{aligned}$$

式(7)において、 $\mathbf{x}'$ を境界 S 上に移行し、単位ベクトル $\mathbf{j}(\mathbf{x}')$ としてその点における境界外向きの法線ベクトル $\mathbf{n}(\mathbf{x}')$ を用いると、最終的に次式のような超特異境界積分方程式を得ることができる。

$$\begin{aligned} C'(\mathbf{x}') \bar{q}(\mathbf{x}') &= \text{p.f.} \int_{S_f} \left[\bar{q}(\mathbf{x}) \frac{\partial \bar{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial n(\mathbf{x}')} \right. \\ &\quad \left. - \bar{p}(\mathbf{x}) \frac{\partial \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial n(\mathbf{x}')} \right] dS(\mathbf{x}) \\ &\quad - \text{p.f.} \int_{S_c} [\bar{p}(\mathbf{x})] \frac{\partial \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial n(\mathbf{x}')} dS(\mathbf{x}) \quad \text{.....(8)} \end{aligned}$$

ここで、

$$C'(\mathbf{x}') = \begin{cases} 1/2, & \mathbf{x}' \in S_f \\ 1, & \mathbf{x}' \in S_c \end{cases}$$

上式において, p.f. は発散積分の有限部分の意味で評価することを示す⁽¹⁵⁾. 式(8)を離散化することにより境界 S_f において音圧 $\bar{p}(\mathbf{x}')$, 流束の境界法線方向成分 $\bar{q}(\mathbf{x}')$, 境界 S_c においては音圧のジャンプ量 $[\bar{p}(\mathbf{x})]$, 流束の境界法線方向成分 $\bar{q}(\mathbf{x}')$ を境界変数とする方程式系が導かれる. 境界値が定まれば内点の音圧 $\bar{p}(\mathbf{x}')$ は式(5)より, 流束ベクトル $\bar{\mathbf{q}}(\mathbf{x}')$ の各成分は式(7)よりそれぞれ求めることができる. 式(8)中の $\mathbf{n}(\mathbf{x}')$ に関する微分項は次式のように表される.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} &= \frac{e^{-\frac{s}{c}r}}{4\pi r^2} \left(1 + \frac{sr}{c}\right) \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{q}}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} &= \frac{e^{-\frac{s}{c}r}}{4\pi} \left[\left(\frac{1}{r^3} + \frac{s}{cr^2}\right) \mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}') \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{3}{r^3} + \frac{3s}{cr^2} + \frac{s^2}{c^2 r}\right) \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x})} \cdot \frac{\partial r}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} \right] \quad \cdots (9)\end{aligned}$$

上式より, 式(8)の積分方程式は $O(1/r^3)$ の超特異性を有することがわかる.

いま式(8)を図心に節点をもつ三角形一定要素で離散化することにする. 境界 S_c を N_c 個の, 境界 S_f を N_f 個の境界要素に要素分割し, 境界 S_c における節点番号 i の境界要素を $s_c^i (i=1 \sim N_c)$ によって, 境界 S_f における節点番号 i の境界要素を $s_f^i (i=1 \sim N_f)$ によって表す. また要素の節点の座標を $\mathbf{x}^i$ とする. このとき式(8)は次のような $(N_f + N_c)$ 本の連立方程式で書き表すことができる.

$$\left. \begin{aligned} [\hat{H}_{cc}][\{\bar{p}\}] + [\hat{H}_{cf}][\{\bar{p}\}] &= \\ -[I_{N_c}][\{\bar{q}\}] + [\hat{G}_{cf}][\{\bar{q}_f\}] \\ [\hat{H}_{fc}][\{\bar{p}\}] + [\hat{H}_{ff}][\{\bar{p}\}] &= [\hat{G}_{ff}][\{\bar{q}_f\}] \end{aligned} \right\} \quad \cdots (10)$$

ここで各ベクトルの第 i 成分は

$$\left. \begin{aligned} [\bar{p}]^i &= [\bar{p}(\mathbf{x}^i)]; & \mathbf{x}^i \in s_c^i \\ \bar{q}_c^i &= \bar{q}(\mathbf{x}^i); & \mathbf{x}^i \in s_c^i \\ \bar{p}^i &= \bar{p}(\mathbf{x}^i); & \mathbf{x}^i \in s_f^i \\ \bar{q}_f^i &= \bar{q}(\mathbf{x}^i); & \mathbf{x}^i \in s_f^i \end{aligned} \right\} \quad \cdots (11)$$

また各マトリックスの i 行 j 列成分は

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_{cc}^{ij} &= \int_{s_c^j} \frac{\partial \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} dS(\mathbf{x}); & \mathbf{x}^i \in s_c^i \\ \hat{H}_{cf}^{ij} &= \int_{s_f^j} \frac{\partial \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} dS(\mathbf{x}); & \mathbf{x}^i \in s_c^i \\ \hat{H}_{fc}^{ij} &= \int_{s_c^j} \frac{\partial \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} dS(\mathbf{x}); & \mathbf{x}^i \in s_f^i \\ \hat{H}_{ff}^{ij} &= \int_{s_f^j} \frac{\partial \bar{q}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} dS(\mathbf{x}); & \mathbf{x}^i \in s_f^i \\ \hat{G}_{cf}^{ij} &= \int_{s_f^j} \frac{\partial \bar{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} dS(\mathbf{x}); & \mathbf{x}^i \in s_c^i \\ \hat{G}_{ff}^{ij} &= \int_{s_f^j} \frac{\partial \bar{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} dS(\mathbf{x}) - \frac{1}{2} \delta_{ij}; & \mathbf{x}^i \in s_f^i \end{aligned} \right\}$$

.....(12)

と表される. また δ_{ij} はクロネッカーのデルタであり, $[I_{N_c}]$ は $N_c \times N_c$ の単位マトリックスを表す. 上式に含まれる積分の評価方法については, まずソース点 $\mathbf{x}'$ を含まない要素上で積分を実行する場合は, Gauss 積分公式によって数値的に評価する. 一方, ソース点 $\mathbf{x}'$ を含む要素上で積分を実行する, いわゆる特異積分の場合の評価方法は次のように行う. すなわち注目している要素上の点 $\mathbf{x}$ において, 幾何学的に以下の関係式が成り立つ.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{n}(\mathbf{x}) &= \mathbf{n}(\mathbf{x}') \Rightarrow \mathbf{n}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}') = 1 \\ \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}') &= \mathbf{r} \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad \cdots (13)$$

このとき式(12)に含まれる積分核は次のようになる.

$$\frac{\partial \bar{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} = 0 \quad \cdots (14)$$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{q}}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{s}{cr^2} \right) e^{-\frac{s}{c}r} \quad \cdots (15)$$

これより式(15)を解析的に評価することを考えればよい. このため式(15)に示した指数関数を含む積分核を r のべき級数で表す. このべき級数展開は式(9)に対して直接行い, 後で再び式(13)を考慮して式(15)のべき級数展開形を求める. その最終的な形は次式のように表される.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\mathbf{q}}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}')} &= \frac{1}{4\pi r^3} - \frac{s^2}{8\pi c^2} \frac{1}{r} \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} \sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{-s}{c} \right)^n \frac{(n-1)}{n!} r^{n-3} \quad \cdots (16)\end{aligned}$$

一定要素を用いた場合, 式(16)の右辺はすべて解析的に積分することができる. ここでは三角形一定要素 s^k の重心に置かれたソース点 $\mathbf{x}^k$ が一つの頂点になるように要素 s^k を三つの三角形サブ要素に分割し⁽¹⁶⁾, すべての $s_m^k (m=1 \sim 3)$ 上の積分値の和として s^k 上の積分を評価した⁽¹⁷⁾.

2.2 有限要素法による構造解析 構造解析法については, ここでは薄板構造のみを対象とし, 有限要素法によるラプラス変換領域での定式化を行った. 具体的には, 曲率をもつ殻構造物にも適用可能なように, 板の面外振動については面積座標による三角形板曲げ要素⁽¹⁸⁾を用い, 面内振動については三角形膜要素を用いて, これらを合成することによって板厚の薄い一般的な薄板構造物をモデル化する. なお有限要素法に基づくこれらの手法は広く用いられているので, これ以上の記述は割愛する.

2.3 音響・構造連成条件 音響・構造連成系を解析するためには, 連成条件として両者の境界において力の平衡条件と流束の適合条件を考慮する必要がある

る。まず構造物に関し、離散化された力の平衡条件は次式のように表される。

$$\{\hat{F}\} = [R]\{\hat{f}\} + \{\hat{F}'\} \dots\dots\dots (17)$$

ここで $\{\hat{F}\}$ は全体座標系の節点力, $[R]$ は式(10)のベクトル $\{\hat{f}\}$ から音圧差に起因する節点力を導出するマトリックス, $\{\hat{F}'\}$ は音圧以外の一般的な外力に起因する節点力である。なお節点は三角形有限要素の各頂点に位置する。

ついで流束に関する適合条件は, ρ_a を空気密度として次式で表される。

$$\{\hat{q}_c\} = -\rho_a s^2 [S]\{\hat{\delta}\} \dots\dots\dots (18)$$

ここで $\{\hat{\delta}\}$ は構造物の節点変位ベクトル, $\{\hat{q}_c\}$ は境界 S_c における一定境界要素の流束の法線方向成分ベクトルであり, $[S]$ は有限要素節点変位より各境界要素の面外方向成分を導出するマトリックスであって, 境界要素法による音響解析では一定要素を用いていることから, 有限要素法の三角形線形要素内の変位分布 w の平均値をもって図心の変位とみなす近似を行うことにより得られるものである。式(17), (18)の連成条件のもとで式(10)を解けば, ラプラス変換領域での解が求まる。

2・4 数値ラプラス変換・逆変換 以上のようにして求めたラプラス変換領域での解を本研究では数値逆ラプラス変換することにより時刻歴応答解を求める。数値的に逆ラプラス変換を行う手法には, 細野の方法など解の発散の生じにくいいくつかの方法が存在するが, 構造物へ直接作用する任意の外荷重や音場の境界における流束などが入力として与えられるような場合には, その入力の時刻歴をラプラス変換する必要がある。しかし著者らが知る限り, 数値的にラプラス変換を行うことができるのは Wilcox の方法⁽¹⁹⁾のみであり, 本研究でもこの手法を用いる。この数値ラプラス変換・逆変換の変換対は次式のように表せる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{f}(n\Delta\omega) &= \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta t) e^{-\gamma k \Delta t} e^{-2\pi i k n / N} \\ f(k\Delta t) &= \frac{e^{\gamma k \Delta t}}{2\pi} \Delta\omega \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} \hat{f}(n\Delta\omega) e^{2\pi i k n / N} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

ここで Δt は時間刻み, $T = N\Delta t$ は考慮する時間長さであり, また $s = \gamma + i\omega$ ($i = \sqrt{-1}$) とおける。また $\Delta\omega = 2\pi/(N\Delta t)$ であり, 正の定数 γ は任意にとることができるが, 数値逆ラプラス変換の解の安定性に大きく影響するパラメータであり, 本研究では Wilcox に従い $\gamma = 2\pi/T$ とおいた。なお式(19)は離散フーリエ変換対と同様な形であるので, FFT の手法を利用することが可能であり, 時間分割数 N を 2 のべき乗にと

れば計算を効率よく行うことができる。

3. 解析手法の妥当性の検証

3・1 解析解との比較 本節では解析的な手法により解を求めることが可能な音響・構造連成系の例を考え, 解析解と比較することにより本数値解析手法の妥当性の検証を行う。ここでは図3に示されるような正方形状の一端面にステップ状に加わる音圧が境界条件として与えられ, その他の面は剛体面と仮定された直方体状容器内の音場と, それを中央で仕切る4辺単純支持柔軟弾性板との音響・構造連成系についての過渡応答を考える。この系に対する理論解析解は高橋⁽¹⁴⁾によって与えられている。弾性板としては黄銅板を想定し, 密度 $\rho = 8.50 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 縦弾性係数 $E = 104 \text{ GPa}$, ポアソン比 $\nu = 0.37$ と仮定し, 板厚 h は $9.144 \times 10^{-4} \text{ m}$ とおいた。入力音圧 $P(t)$ は次式のようにおいた。

$$P(t) = P_0 H(t), \quad P_0 = 1.0 \text{ Pa}$$

ここで $H(\cdot)$ は単位ステップ関数を表す。メッシュ分割は粗いメッシュと比較的細かいメッシュの2通りとし, メッシュの切り方についての収束性は確認した。ただし解析は系の対称性を考慮して, 直方体の4分の1についてのみ行った。

図4に弾性板の中心における変位のそれぞれの解法による時刻歴応答を示す。数値解析結果は時間が経つにつれ理論解析結果からややずれるようになるが, 傾向はほぼ一致しているといつてよく, 本数値解析手法の妥当性が確かめられた。ここで調べたような閉音場の解析では領域分割法を用いるのが簡便かつ精度もよいと思われるが, 本研究はより複雑な音響・構造連成系の取扱いを容易にするという観点に立って, 超特異境界積分方程式に基づく計算手法を適用しているという点を改めて強調しておきたい。

3・2 実験との比較 図5に示すように, 平面波平面駆動型スピーカで正方形断面開放音響管の内部に一端を固定して取付けた板厚 0.4 mm のりん青銅板

Fig. 3 Analytical model

Fig. 4 Comparisons of results

Fig. 6 Mode shapes

Fig. 5 Experimental set-up

をステップ状に加わる正弦波で音響加振する実験系を考える。音響管は厚さ 15 mm のアクリル平板で作製し、管断面の一边は 110 mm である。スピーカはサワフジ製 DP-2000 を用い、弾性板の変位は渦電流式変位計で測定した。なお加振周波数としては片持ち弾性板単体としての 1 次と 2 次の固有モードについて、実験では自由振動実験より同定された、また理論解析では有限要素法解析から求まる固有振動数 f で加振した。図 6(a) に示すような一次モードでは、板幅 40 mm、長さ 50 mm で実験では $f=95.97$ Hz、理論解析では 99.83 Hz であり、図 6(b) に示すような 2 次モードでは板幅 40 mm、長さ 105 mm で実験では $f=139.4$ Hz、理論解析では 138.9 Hz である。なお固有振動数の実験値と理論値には特に一次モードで 4% 程の開きがあるが、自由振動実験によって同定した減衰比は 10^{-4} のオーダーであって一端固定の境界条件はほぼ満たしていると考えられ、かつ 1 次と 2 次で理論値と実験値の大小関係が逆転している。固有振動数の理論値にはりん青銅板の寸法および縦弾性係数とポアソ

ン比等の材料定数が関係するが、本研究では上述の状況を踏まえて材料定数としては公称値を使用し、理論値と実験値を合せるような調整はあえて行わなかった。

理論解析において、スピーカ面の境界条件は流束 q の大きさと与え、 $q=q_0 \sin(2\pi ft) \cdot H(t)$ とおいた。ここで q_0 は一次モードでは $80.55 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s}^2)$ 、二次モードでは $39.83 \text{ kg}/(\text{m}^2\text{s}^2)$ である。なお実験においては、スピーカアンプへの入力電圧と平面駆動スピーカ面の加速度振幅の関係を微小加速度計をスピーカ面のバルサ材に取付けることによりあらかじめ測定して校正した。

板固定部から 42 mm の位置の板中央の変位応答の実験と理論の結果を比較したのが図 7(一次モード)と図 8(二次モード)である。振動振幅が時間とともに直線的に増大していく定性的傾向が実験結果と理論結果でよく一致しており、定量的にもほぼ一致していることがわかる。これより本解析手法の妥当性が実験により確かめられた。なお二次モードについては、2 次の

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 7 Comparisons of results (1st)

(a) Experiment

(b) Theory

Fig. 8 Comparisons of results (2nd)

固有振動数で非定常加振したとき、どのような状態で図8のように振動振幅が成長していくのかは興味のあるところであるが、理論解析結果によると、固定端から42 mmの観測点と105 mmの板先端の変位は丁度逆位相を保ったまま振動が成長していくことがわかった。これに対し、42 mmの点に最近接した境界要素

Fig. 9 Theoretical results of $[p]$ (2nd mode)

Fig. 10 Model of I-shaped duct

Aと先端部の要素Bの両面に作用する音圧のジャンプ量 $[p]$ の解析結果を示したのが図9である。これを見ると、振動の方向は逆位相でも作用する音圧差の大きさの方向は同じであることがわかる。これより板の力学的エネルギーの増大率はこの音圧差と速度の積の板全領域での積分値で決ってくると考えられるから、この値が全体として正の値となって振動振幅が直線的に増大する傾向が得られているものと推察される。

4. 数値解析例

4・1 I型ダクト模擬音響管 図10に示すような一端を非定常的に正弦音圧加振する開放音響管を考える。本解析モデルは一端が開放されているために、通常の解析手法では解析は困難となるが、本研究の超特異境界積分方程式に基づく境界要素法解析手法によれば解析が非常に容易となる好例である。

音響管を構成する平板を弾性板と考え、ステンレス製の板を想定して、材料パラメータおよび板厚 h を以下のように仮定する。

$$\rho = 7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad E = 210.6 \text{ GPa}, \quad \nu = 0.30 \\ h = 0.1 \text{ mm}$$

板厚0.1 mmは通常の送風ダクトとしては薄すぎるが、ここでは音響・構造連成効果が顕著となるようにこのような仮定をおいた。いま図中の音源部から次式

のようなステップ状の正弦波音圧 $p(t)$ が発生するものとする。

$$p(t) = P_0 \sin \omega t \cdot H(t), \quad P_0 = 1.0 \text{ Pa},$$

$$\omega = 2669 \text{ rad/s}$$

メッシュは粗いメッシュと比較的細かいメッシュの2通りについて解析を行い、収束性を確認した。ただし系の対称性を考慮して、解析は4分の1の領域について行った。

$z=0 \text{ m}$ の対称面上に設けた120点の内点において得られる音場の媒体の x および y 方向の変位の時間的変化を対称面の2分の1部分について図11に示す。ただし解析で得られた値を見やすいように定数倍して表示し、時刻は0.0002 sから0.003 sまでの8点について示している。また音場の音圧分布の時間的変化を図12に示す。いずれの図からも、音場と弾性板振動が連成して、時間が経つにつれて音がダクト外に透過していくようすを視覚的に捉えることができる。

4.2 L型ダクト模擬音響管 もう一つの数値解析例として、図13に示すように、三方を剛体壁で仕切られたL型ダクトを模擬した開放音響管を考える。音響管の弾性板の板厚と材料は4.1節の場合と同様であり、また音源から発生する非定常音も同じとする。 $z=0.2 \text{ m}$ の平面における音場の媒質の変位の時間的変化を示したのが図14であり、音圧変動を視覚的に示したのが図15である。音場と構造系が連成し、透過音の挙動も本数値解析でよく追えていることがわかる。

5. 結 言

本研究では、任意の非定常入力を受ける構造物と音場の連成系の非定常応答を評価するための数値解析手法の開発を行った。その結論をまとめると以下のようになる。

(1) 音場解析には超特異境界積分方程式に基づく境界要素法を、薄板構造物解析には有限要素法を適用して、それぞれの数値解析法から導かれる方程式系を連成条件を考慮した上でラプラス変換領域において解き、これを数値的に逆ラプラス変換することにより任意の非定常入力に対する系の時刻歴応答を求める数値解析手法を提示した。

(2) 解析的な理論解あるいは実験結果と比較することにより、本数値解析手法の妥当性を検証した。

(3) I型およびL型ダクト模擬開放音響管に本解析手法を適用して、その数値解析結果を視覚的に示した。

最後に、本研究を行うにあたり、有益な御助言をい

Fig. 11 Transition of displacements (I-shaped duct)

Fig. 12 Transition of sound pressures (I-shaped duct)

Fig. 13 Model of L-shaped duct

Fig. 14 Transition of displacements (L-shaped duct)

Fig. 15 Transition of sound pressures (L-shaped duct)

ただいた現京都大学大学院博士課程の高橋徹氏に深甚なる謝意を表す。

文 献

- (1) Isaksson, A., ほか 2 名, *J. Sound Vib.*, **187** (3) (1995), 451-466.
- (2) Hong, K. L. and Kim, J., *J. Sound Vib.*, **188** (4) (1995), 577-600.
- (3) 馬正東・萩原一郎, 機論, **57**-536, C (1991), 1156-1163.
- (4) 岩間昭憲・ほか 2 名, 自動車技術会論文集, **24**-2 (1993), 108-112.
- (5) 河村庄造・ほか 3 名, 機論, **65**-630, C (1999), 551-556.
- (6) 鈴木真二・ほか 2 名, 機論, **52**-473, C (1986), 310-317.
- (7) Sorokin, S. V., *J. Sound Vib.*, **180** (4) (1995), 657-667.
- (8) Sorokin, S. V., *J. Sound Vib.*, **184** (2) (1995), 213-228.
- (9) Slepian, L. I. and Sorokin, S. V., *J. Sound Vib.*, **184** (2) (1995), 195-211.
- (10) Craggs, A., *Acustica*, **35** (1976), 89-98.
- (11) 田中正隆・ほか 2 名, 境界要素法研究会境界要素法論文集, 第 13 巻 (1996-12), 143-148.
- (12) 永田寿一・ほか 4 名, 機論, **65**-634, C (1999), 2302-2307.
- (13) 萩原一郎, 機講論, No. 99-7 (1999-3), 667-670.
- (14) 高橋徹, 平成 9 年度修士論文 (東京工業大学), (1996).
- (15) Martin, P. A., *Mechanics Research Comm.*, **16**-2 (1989), 65-71.
- (16) 田中正隆・ほか 2 名, 境界要素法, (1991), 69, 培風館.
- (17) 守口繁一・ほか 2 名, 数学公式 I, (1960), 51, 岩波全書.
- (18) ツィエンキーヴッツ, O. C. (吉識・山田監訳), マトリックス有限要素法, (1984), 171, 培風館.
- (19) Wilcox, D. J., *Int. J. Elect. Engng. Educ.*, **15** (1978), 247-265.