超高層ビルのエレベータ・ロープ横振動抑制* (時変柔軟システムへの非定常最適制御の適用)

大槻 真嗣^{*1}, 吉田 和夫^{*2}, 永田 晃則^{*3}
木村 弘之^{*3}, 中川 俊明^{*4}

Vibration Control for Rope-Sway of Elevator of High-Rise Building (Application of Nonstationary Optimal Control to Time-Varying Flexible System)

Masatsugu OTSUKI^{*5}, Kazuo YOSHIDA, Kosoku NAGATA,
Hiroyuki KIMURA and Toshiaki NAKAGAWA

^{*5} Faculty of Science and Technology, Keio University,
3-14-1 Hiyoshi, Kohoku-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 223-8522 Japan

This study presents a synthesis method of a nonstationary optimal controller for reducing vibration of a time-varying object such as rope of elevator and crane. Moreover, from the viewpoint of wave propagation, we also propose a method of reducing vibration with controller to remove reflected waves. We deal with a rope of elevator of high-rise building as time-varying flexible system and construct the simultaneous model. For this system, controllers to reduce the vibration is designed by using weightings which depend on the velocity and displacement of rope of elevator, in addition, the reflected waves at both ends of its main-rope. The performance of reducing the vibration due to the rope-sway on a high-rise building is examined through numerical calculation. These controllers are compared with the stationary optimal controller for the case that the structure is subjected to artificial wind wave and Chi-Chi earthquake, and their usefulness are shown.

Key Words: Vibration of Moving Body, Flexible Structure, Vibration Control, Optimal Control, Elevator, Elevator Rope-Sway, High-Rise Building, Time-Varying System, Nonstationary Optimal Control, Reflected-Wave

1. はじめに

ビルの超高層化と共に、省スペース、利便性の観点から、より高速かつ高揚程のエレベータの必要性が高まってきた^{(1),(2)}。昇降行程の延長に伴いエレベータを吊るすロープの長さも増加し、昇降による時間的な変化に応じてロープの特性である固有振動数も広範囲に存在することになる。そのため、中高層ビルに比べて固有周期が長い超高層建築物では、風による揺れがエレベータロープの横揺れと共振して問題となる^{(3),(4)}。停止時の問題は、ロープと建築物の振動数が共振域にある場合に、横揺れが時間と共に増大することである。さらにエレベータの稼働時において、吊り上げロープが長い時に加えられた低周波振動が、ロープが短くなる過程で高周波数の激しい揺れに増幅され乗り心地やロープに支障を来す可能性がある⁽⁵⁾。現状では、地震や強風時において、ビルの揺れに応じて運転制限を設けているため⁽⁶⁾顕著な影響はない。しかし、運行効率の向上や乗り心地改善、安全管

理の面から、新たなロープ横振動抑制の方法を開発することが望まれている。

エレベータはかご室の乗り心地改善のための振動抑制⁽⁷⁾や時間的に変化するロープの横振動に関する解析^{(8),(9)}等様々な研究が行われているが、エレベータ・ロープの横振動を能動的に抑制しようと試みた例はない。エレベータのような時間的に長さが変化するロープを持つ柔軟システムの例として他にクレーンやテザー衛星などがある。クレーンに関してはロープ先端に取り付けられた荷物、タワーならびにブームの振動と位置の同時抑制⁽¹⁰⁾をゲインスケジュールド制御を用いて実現している。その他、時変システムに対する有力な制御手法として、対象の特性変化に応じた時変重みを取り入れ、有限時間内に制御を終了することを目的とした非定常最適制御手法の提案^{(11),(12)}がされている。また、ロープはその長さが変化する際に、運動が全体として波動の性質を帯びてくることが知られている⁽⁹⁾。そこで、その波動に着目し、定在波を除去することで振動モードの励起を阻止することを目的とする波動制御手法の導入も効果的である。波動制御手法の適用対象として柔軟梁⁽¹³⁾⁻⁽¹⁵⁾や大規模宇宙構造物⁽¹⁶⁾の研究が行われているが、本対象のような時変柔軟システムに応用した例はない。

そこで本研究では、強風や地震によって発生するエレ

* 原稿受付 2002年1月15日。

^{*1} 准員、慶應義塾大学大学院理工学研究科(☎223-8522 横浜市港北区日吉3-14-1)。

^{*2} 正員、慶應義塾大学理工学部。

^{*3} 正員、(株)東芝電力・産業システム技術開発センター(☎183-8511 府中市東芝町1府中事業所)。

^{*4} 正員、東芝エレベータ(株)技術本部(☎183-8511 府中市東芝町1(株)東芝府中事業所内)。

E-mail: peke@2000.jukuin.keio.ac.jp

ベータ・ロープの横振動を能動的に制御する手法を提案する。エレベータロープの巻上機を振動方向に加振させて制御入力が発生させ、非定常最適レギュレータを用いてロープの横振動抑制を行う。非定常最適レギュレータは時間に伴うパラメータ変動を有する時変制御対象に適用する方法であり、本対象には大変有効である。また、エレベータ・ロープの柔軟性も考え、波動理論に基づき目的関数の状態量にロープの反射波を用い、反射波の低減も含めた制御器の設計手法を提案する。これらの方法は、対象の特性である柔軟性と時変性の両方を考慮に入れ、なおかつ制御入力を制限できる制御器の設計が可能である。制御対象として500m 超層ビルエレベータを採用し、風と地震外乱を印加した条件下で、横振動抑制効果を数値計算により検証する。

2. 制御対象

2.1 構造物モデルと外乱 本研究では制御対象として図1のような構造物、エレベータ、ロープの3つの系が統合されたモデルを用いる。構造物の最上部に位置するエレベータ・ロープの巻上機に制御入力を付加し、その横方向の位置を変化させることにより、ロープの横振動を抑制する。構造物は高さ500mの超層ビルを想定し、総重量を50万トンとして、1次の固有振動数が0.15Hz、減衰比が0.01になるように剛性と減衰係数を決定する。また、構造物はせん断振動のみを考慮し、多自由度でモデル化を行う。ただし、構造物の最上層の上に巻上機を一層として付加する。各層に外力を与えた場合の構造物の運動方程式は次式で与えることができる。

$$M_b \ddot{x}_b(t) + C_b \dot{x}_b(t) + K_b x_b(t) = F_b(t) \quad (1)$$

$$x_b(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_i(t) \ x_m(t)]^T \quad (1)$$

ただし、

$$M_b = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_i & 0 \\ 0 & 0 & m_m & m_m \end{bmatrix}$$

$$K_b = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{i-1} & k_{i-1} + k_i & -k_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_i & k_i & -k_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_m \end{bmatrix}$$

$$C_b = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_{i-1} & c_{i-1} + c_i & -c_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_i & c_i & -c_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_m \end{bmatrix}$$

ここで、 m_i は構造物の*i*層の質量、 k_i と c_i は*i*層と*i-1*層間の剛性係数ならびに減衰係数、 m_m は巻上機の質量、 k_m と

Fig.1 A model of structure contained rope-elevator system

Fig.2 Wind Force in Taipei, Taiwan

Fig.3 Time history of acc. of Chi-Chi earthquake

Fig.4 Power spectrum density of acc. of Chi-Chi earthquake

Fig.5 Time history of acc. at the top story of structure subjected to Chi-Chi earthquake

Fig.6 Comparison of power spectrum density of acc. at the top story of structure subjected to the Chi-Chi earthquake

Fig.7 Comparison of frequency response of structure models

c_m は構造物の最上層と巻上機間の剛性係数と減衰係数、 x_i は*i*層の地表面との相対変位、 x_m は巻上機の*i*層との相対変位、 u は巻上機への制御入力である。また、 $F_b(t)$ は構造物に加わる外力の項であるが、外乱が地震動か風かによって異なる。前者の場合は地盤に加速度外乱が入力され、次式で表現される。

$$F_b(t) = [-m_1 \ddot{z} \ \cdots \ -m_i \ddot{z} - u \ -m_m \ddot{z} + u]^T \quad (2)$$

ここで、 $\ddot{z}$ は地盤に入力される加速度外乱である。次に、後者では各層に直接風圧力が作用し、次式で表現される。

$$F_e(t) = [f_1 \cdots f_i - u \quad u]^T \cdots \cdots (3)$$

ただし, f_i は i 層にかかる外力である. 超高層ビルでは一般的に地震動より風による問題が大きい. しかしながら, 地震動は風とは異なる周波数帯域を持つ外乱である. よって両外乱による励振下で制御性能を検証する必要がある.

まず, 構造物に与える外乱として風外乱を作成する. 風外乱はそのビルが建てられる場所の地形に大きく作用される. 本論文では台湾の台北市における地形を基に風圧力設計⁽¹⁷⁾を行う. 高さに応じた外乱の風圧力変化を図2に示す. 次に, 地震動には1999年9月21日に台湾で発生した9.21台湾(集集)地震⁽¹⁸⁾を採用する. 図3, 4に地震外乱の時間変化とパワースペクトル密度を示す.

加えて本研究ではエレベータロープの横振動を抑制することに主眼を置いているため, 構造物モデルの過剰な自由度は必要ない. そこで, 十分に大きな自由度を持った多自由度モデルと自由度を10として作成した低次元モデルの比較を行う. 地震外乱が加わった構造物の多自由度と低次元モデルの最上層の加速度時間応答ならびにそのパワースペクトル密度を図5と図6に示す. また, 地震外乱に対する構造物モデルの加速度周波数応答を図7に表す. ここで, 多自由度モデルの自由度は100とする. 図7に示されるように1Hz以下, 3次モード以下の低周波域において, 両モデルとも差はない. そのため, 風外乱が印加された場合は特に問題はない. だが, 地震外乱は平均振動数が約3.8Hzと比較的高い周波数成分を持っているため, 高次モードのスピルオーバー問題が示唆される. しかしながら, 図5, 6から判断できる限りでは4次以上の高次モードの影響は無視できる. したがって本研究では構造物モデルの自由度は10で十分である.

2.2 エレベータモデル エレベータかご室とロープは水平方向の変位ならびに, 昇降による上下の移動も考える. 図8に巻上機, エレベータ・ロープとかご室の概要モデルを示す. エレベータ・ロープは巻上機からメインロープが吊るされており, その先にかご, かごの下に補助ロープが吊るされている. 補助ロープは最下部で横変位しない補助シーブを吊り下げている. また, 実際のエレベータはロープの重量バランスをとるために巻上機と補助シーブを通した反対側にカウンタロープが取り付けられているが本研究では考慮しない.

エレベータのロープ長さを400m, ロープを弦と仮定してモデル化を行う⁽¹⁹⁾. エレベータのかごを境界として上下に2本のロープがあり, それぞれ運動方程式を導出する. 図9のようにロープを有限要素群で離散化すると次式のように表現できる.

Fig.8 A schematic diagram of elevator and ropes

Fig.9 FEM model of a wire

$$\begin{aligned} & \frac{\rho L(t)}{6N} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{r}_i \\ \ddot{r}_{i+1} \end{pmatrix} + \frac{T(z_i, t)N}{L(t)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r_i \\ r_{i+1} \end{pmatrix} \\ & + \frac{C(z_i, t)L(t)}{6N} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{r}_i \\ \dot{r}_{i+1} \end{pmatrix} = -\frac{\rho L(t)}{6N} \begin{pmatrix} 2\ddot{z}_{ri} + \ddot{z}_{ri+1} \\ \ddot{z}_{ri} + 2\ddot{z}_{ri+1} \end{pmatrix} \cdots (4) \end{aligned}$$

ただし, r_i は弦の横方向の変位, z_i はロープ全体の軸方向の位置, ρ は線密度, T と C はロープにかかる張力と減衰係数で位置により変化する. また, N はロープの分割数, $L(t)$ は $L(t+\Delta t) = L(t) + v(t)\Delta t$ で与えられる時変の各ロープ長さである. ここで, l_0 は初期長さ, v は昇降速度, t は時間である. ロープの固有振動数が0.1~数十Hzになるように各パラメータを調節する. $\ddot{z}_{ri}$ はロープ要素 i に入力される絶対加速度である. メインロープ全体の運動方程式をマトリクス形式で表すと次式で与えられる.

$$M_r(t)\ddot{x}_r(t) + C_r(t)\dot{x}_r(t) + K_r(t)x_r(t) = F_r(t) \cdots (5)$$

ただし, $M_r(t)$ は質量行列, $K_r(t)$ は剛性行列, $C_r(t)$ は減衰行列, $F_r(t)$ は外力ベクトルであり式(4)の重ね合わせより次のように行列が得られる.

$$M_r(t) = \begin{bmatrix} 2\alpha(t) & \alpha(t) & 0 & 0 & 0 \\ \alpha(t) & 4\alpha(t) & \alpha(t) & 0 & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & \alpha(t) & 4\alpha(t) & \alpha(t) \\ 0 & 0 & 0 & \alpha(t) & 2\alpha(t) \end{bmatrix}$$

$$\alpha(t) = \frac{\rho L(t)}{6N}$$

$$C_r(t) = \begin{bmatrix} 2\gamma_1(t) & \gamma_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_1(t) & 2\gamma_1(t) + 2\gamma_2(t) & \gamma_2(t) & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \gamma_N(t) & 2\gamma_N(t) + 2\gamma_{N+1}(t) & \gamma_{N+1}(t) \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{N+1}(t) & 2\gamma_{N+1}(t) \end{bmatrix}$$

$$\gamma_i = \frac{C(z_i, t)L(t)}{6N}$$

$$K_r(t) = \begin{bmatrix} \beta_1(t) & -\beta_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ -\beta_1(t) & \beta_1(t) + \beta_2(t) & \beta_2(t) & 0 & 0 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & -\beta_N(t) & \beta_N(t) + \beta_{N+1}(t) & -\beta_{N+1}(t) \\ 0 & 0 & 0 & -\beta_{N+1}(t) & \beta_{N+1}(t) \end{bmatrix}$$

$$\beta_i = \frac{T(z_i, t)N}{L(t)}$$

$$F_r = \begin{bmatrix} -\alpha(t)[2\ddot{z}_{r1}(t) + \ddot{z}_{r2}(t)] \\ -\alpha(t)[\ddot{z}_{r1}(t) + 4\ddot{z}_{r2}(t) + \ddot{z}_{r3}(t)] \\ \vdots \\ -\alpha(t)[\ddot{z}_{rN-1}(t) + 4\ddot{z}_{rN}(t) + \ddot{z}_{rN+1}(t)] \\ -\alpha(t)[\ddot{z}_{rN}(t) + 2\ddot{z}_{rN+1}(t)] \end{bmatrix}$$

以上より、メインならびに補助ロープの状態量を $x_r = [r_{m1}, r_{m2}, \dots, r_{m(N+1)}]^T$, $x_c = [r_{c1}, r_{c2}, \dots, r_{c(N+1)}]^T$ と置いて、式(5)に代入すれば各ロープの運動方程式が得られる。

次に、ロープモデルの分割数を厳密解⁽⁹⁾との比較により決定する。前述の構造物と同様に分割数を多くすれば運動モデルの数値精度はよくなるが、制御器の設計や状態量計測の面から考えると低自由度であることが好ましい。図10, 11にロープを有限要素モデルの刻み数が20, 100と厳密解の場合のロープ中央要素における時間応答の比較を示す。比較条件としては、初期変位を与えた自由振動ならびに弦の両端を強制振動した場合とする。強制振動では構造物の一次の固有振動数である0.15Hz周波数成分を持つCos波でロープの両端を励振し、振幅は0.5mとする。結果として、ロープが短い際に有限要素モデルの減衰が厳密解に比して大きく、また、有限要素モデルの刻み数を大きくすると厳密解の位相とほぼ一致する。だが、刻み数が小さくても定性的には問題なく制御器の性能評価に用いることが可能である。

次に、メインロープ及び補助ロープの影響がないと仮定されたエレベータかご室の運動方程式は次式で与えられる。

$$m_e(\ddot{x}_e(t) + \ddot{z}_e(t) + \ddot{z}(t)) + c_e\dot{x}_e(t) + k_e x_e(t) = 0 \quad \dots (6)$$

ただし、 m_e はかご室質量、 k_e , c_e はかご室と構造物間の剛性係数と減衰係数、 $\ddot{z}_e$ はかご室の位置に応じた構造物からの加速度外乱、 x_e はかご室と構造物との相対位置である。そして、外乱が風の場合、各層に直接力が加わるため $\ddot{z}(t) = 0$ となる。ここで、外乱は構造物に直接入力され、エレベータ部には構造物の最上部にある巻上機なら

Fig.10 Comparison FEM model with strict model at the top of elevator rope subjected to initial deflection

Fig.11 Comparison FEM model with strict model at the top of elevator rope subjected to forced vibration

びに最下部の補助シーブ、エレベータかご室へ構造物の応答が加速度外乱として入力される。その際、かご室への外乱入力はその位置の時変性から、構造物を片持ち梁と仮定してかご室の位置に応じた加速度を入力する。

2.3 状態方程式 式(1), (5)と(6)から、上下ロープの分割数を各々 $N=20$ で一定として、構造物、エレベータ・ロープ、かご室の運動方程式を統合し、状態空間表現で時変状態方程式を以下に示す。

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + D_1(t) + D_2(t)\ddot{z}_2(t) \quad \dots (7)$$

$$x = [x_a \quad x_b]^T$$

ただし、 $x_a = [x_1 \sim x_{10} \quad x_m \quad r_{m2} \quad r_{m3} \sim r_{mN} \quad x_c \quad r_{c2} \quad r_{c3} \sim r_{c(N+1)}]$ となり、 r_{mi} , r_{ci} はメインロープ、補助ロープの各要素 i の状態で、 $r_{m(N+1)} = x_c$, $r_{c1} = x_c$ は自明であり、 $\ddot{z}_2(t)$ はエレベータに入力される絶対加速度外乱で各行列は以下で表現される。

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0_{(2N+1) \times (2N+1)} & I_{(2N+1) \times (2N+1)} \\ -M(t)^{-1}K(t) & -M(t)^{-1}C(t) \end{bmatrix}$$

$$B(t) = [0_{1 \times 2N+1} \quad M(t)^{-1}\beta]^T, \quad \beta = [0_{N \times 1} \quad -1 \quad 1 \quad 0_{N \times 2N}]^T$$

ここで、 $M(t)$, $K(t)$ と $C(t)$ はかご室、エレベータ・ロープ、構造物の質量行列、剛性行列と減衰行列を統合した行列である。また、 $D_1(t)$ と $D_2(t)$ は外乱により異なる外乱ベクトルとエレベータに入力される外乱ベクトルであり、本論文では紙面の都合上各行列の詳細は割愛する。

3. 制御手法

3.1 非定常最適制御手法 次式のようなシステム

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + G(t)w(t) \quad \dots (8)$$

に対して、定常状態を考慮した場合の評価関数を次のように設定する⁽²⁰⁾。

$$J = \int_0^\infty [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad \dots (9)$$

ここで、 $x(t)$ はシステムの状態量、 $u(t)$ は制御入力、 $w(t)$ は

システムに入力される外乱を意味する。また、左辺第一項の目的関数の Q は状態量にかかる重み、左辺第二項のエネルギー関数の R は制御入力にかかる重みである。ここで、 Q は以下の式で表現される。

$$Q = C_f^T C_f \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (10)$$

ただし、 C_f はエレベータロープの横振動を抑制する目的で次式に与えられる。

$$\begin{bmatrix} r_{m1} & \cdots & r_{mN} & \dot{r}_{m1} & \cdots & \dot{r}_{mN} \end{bmatrix}^T = C_f x(t) \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (11)$$

ここで、式(9)の評価関数の重みはすべての時刻、あらゆる状態において固定されているため、式(8)のシステムにおいても固定されたフィードバックゲインを用いた制御入力が入る。そのため、 Q と R を適当に設定して制御を行った場合、対象が時間的に変化して状態量が大きくなると最適な制御入力も大きくなり制振性能が悪化する可能性がある。

そこで、新たに式(9)の重みを時変とし、振動制御も有限時間 t_f で終了するとして、次式のように評価関数を表現する⁽¹²⁾。

$$J = \mathbf{x}^T(t_f) \mathbf{S} \mathbf{x}(t_f) + \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}(t) \mathbf{x}(t) + u^T(t) \mathbf{R}(t) u(t)] dt \quad (12)$$

この場合，評価関数を最小にするような最適制御入力 u は時変フィードバックゲインベクトル $f(t)$ を用いて次のように表される。

$$u(t) = -f(t)x(t) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (13)$$

ただし, $f(t) = R^{-1}(t)B^T(t)P(t)$ であり, $P(t)$ は次の時変リカッチ微分方程式を解くことにより得られる正定解である.

$$\begin{aligned} -\dot{P}(t) &= P(t)A(t) + A^T(t)P(t) \\ &\quad - P(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P(t) + Q(t), \quad P(t_f) = S \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)における時変重み係数は、より振動を抑制するように適切に選定する必要がある。本研究では、オフラインで式(14)から逆時間でフィードバックゲインを求め、それを実際の振動制御時に用いて状態フィードバック制御を行う。また、 $Q(t)$ はこの手法では一定値とし、制御入力重み $R(t)$ を時間により変化させる。

3-2 目的関数に反射波を用いた非定常最適制御手法

エレベータロープの横振動はロープの両端から入力される外乱と定在波、反射波によって形成されている。そこで、定在波が反射波と進行波の干渉によって発生することに着目して、反射波を消去することにより進行波のみが存在する状態に持っていく⁽¹⁴⁾。その状態を目標とした振動制御を行えば振動発生を抑制することが可能である。以上より、反射波を目的関数に導入した非定常最適制御に基づく波動制御手法を提案する。

反射波の式を波動理論から導出する。図9に示される要素*i*に対する運動方程式を次式のように表現する⁽²¹⁾。

$$\mathbf{Z}_i(t) \begin{bmatrix} r_i(t) \\ f_{i+1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i(t) \\ -f_{i+1}(t) \end{bmatrix} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (15)$$

$$Z_i(t) = \begin{bmatrix} Z_{11}(t) & Z_{12}(t) \\ Z_{21}(t) & Z_{22}(t) \end{bmatrix} \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (16)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

ただし、 $Z_i(t) = -\omega_n^2(t)M_i(t) + K_i(t) + j\omega_n C_i(t)$ である。 M_i と K_i はそれぞれ要素 i の質量行列、剛性行列であり式(4)から得られ、 r_i 、 f_i は要素 i の横方向の変位と加えられる外力である。 ω はロープの固有角振動数であり、 $\omega_n = \mu n \pi / l$ で与えられる⁽⁹⁾。ただし、 $\mu^2 = T/\rho$ であり、 T はロープ張力、 ρ は線密度、 l はロープ長さ、 n はモード次数である。また、式(16)を変形すると次のように表現される。

$$\mathbf{v}_{i+1}(t) = \mathbf{T}_i(t) \mathbf{v}_i(t) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (17)$$

ただし、

$$\mathbf{v}_i(t) = [r_i(t) \quad f_i(t)]^T \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (18)$$

$$T_i(t) = \begin{bmatrix} -Z_{12}^{-1}Z_{11} & Z_{12}^{-1} \\ -Z_{21} + Z_{22}Z_{12}^{-1}Z_{11} & -Z_{22}Z_{12}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \dots \cdot \dots \cdot (19)$$

となり、 v_i は要素 i の状態ベクトルである。また、 T_i は伝達マトリクスと呼ばれるものであり、以下の変換マトリクス Y によって対角化される。

$$\boldsymbol{v}_i(t) = \boldsymbol{Y}(t)\boldsymbol{w}_i(t) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (20)$$

$$\mathbf{w}_{i+1}(t) = \mathbf{D}_i(t)\mathbf{w}_i(t) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (21)$$

$$D_i(t) = Y^{-1}(t)T_i(t)Y(t) = \text{diag}(\lambda_1(t), \lambda_2(t)) \cdot \cdot \cdot \cdot (22)$$

ここで、 w_i は要素 i の波動ベクトルであり、 D_i は波動遷移ベクトルを表す。ここで、 $\lambda_2 = \lambda_1^{-1}$ のような関係は振幅が等しく位相が180度異なる波を意味する。つまりは進行方向が異なり、伝達率も逆数となる。そのことから、 w_i は正の向きの波、進行波 b_i と負の向きの波、後退波 a_i を用いて次式のように表現される。

$$\mathbf{w}_i(t) = [b_i(t) \quad a_i(t)]^T \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (23)$$

また、式(21)は次式のように表現される.

$$\begin{bmatrix} b_{i+1}(t) \\ a_{i+1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_i(t) & 0 \\ 0 & \lambda_i^{-1}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_i(t) \\ a_i(t) \end{bmatrix} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (24)$$

要素 m, n 間 ($m > n$) について式(21)を拡張すると, m, n 間でロープが同一断面, 同一長さであれば D は等しいので,

$$\mathbf{w}_m(t) = \mathbf{D}^{m-n}(t)\mathbf{w}_n(t) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (25)$$

となり式(17), (22)と(29)より次式が成り立つ.

$$\mathbf{v}_m(t) = \mathbf{T}^{m-n}(t) \mathbf{v}_n(t) = \mathbf{Y}(t) \mathbf{D}^{m-n}(t) \mathbf{Y}^{-1}(t) \mathbf{v}_n(t) \cdot \cdot \cdot (26)$$

ここで、要素 i について式(20), (26)より次式が成り立つ.

$$v_i(t) = Y(t) \begin{bmatrix} b_i(t) \\ a_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_i(t) \\ f_i(t) \end{bmatrix} \cdot \dots \dots \dots (27)$$

同様に要素 n については式(27)より次式のように表現できる。

$$v_n(t) = Y(t) \begin{bmatrix} b_n(t) \\ a_n(t) \end{bmatrix} = T^{n-1}(t) \begin{bmatrix} r_i(t) \\ f_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_n(t) \\ f_n(t) \end{bmatrix} \cdot \cdot \cdot (28)$$

式(27), (28)より要素*i*における進行波 b_i と後退波 a_i を要素*i*と*n*の変位で表現すると次式で与えられる.

$$b_i = (Y_{12}Y_{21} - Y_{22}Y_{11})^{-1} \left[Y_{12}^{n-1} t_{12}^{-1} r_n - (Y_{12}^{n-1} t_{12}^{-1} t_{11} + Y_{22}) r_i \right] \cdots \cdots (29)$$

$$a_i = (Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21})^{-1} \left[Y_{11}^{n-1} t_{12}^{-1} r_n - (Y_{11}^{n-1} t_{12}^{-1} t_{11} + Y_{21}) r_i \right] \cdots \cdots (30)$$

ただし、 t_{ij} は伝達マトリクス T^k の i 行 j 番目の成分、 Y_{ij} は Y の i 行 j 番目の成分を示している。また、要素 n については式(25)より次式が成立する。

$$a_n = D_{22}^{n-1} a_1 \cdots \cdots (31)$$

同様に b_n についても成立し、これらの反射波を目的関数の状態変数として前節の非定常最適制御手法を適用することにより振動抑制が可能となる。また、すべての進行波と退行波は変換マトリクス D を介して、ロープ両端の状態量 r_i, r_n のみで表現が可能である。以上より、評価関数である式(12)の時変重み $Q(t)$ は次式で表現される。

$$Q(t) = C_w^T(t) C_w(t) \cdots \cdots (32)$$

ただし、 $C_w(t)$ はロープ両端の反射波 b_i, a_n から次式で与えられる。

$$[b_1(t) \ a_n(t) \ r_{m1} \ \cdots \ r_{mN}]^T = C_w(t) x(t) \cdots \cdots (33)$$

3.3 反射波の検証 式(29), (31)に得られた反射波を重ね合わせることで、要素1における変位が表現される。同様にして任意の要素における変位も反射波を導出することにより得ることができる。そこで、実際の変位と反射波の重ね合わせにより得られた変位の比較をする。例として、地震外乱が入力された際にメインロープ中央とエレベータ直上の変位を使用して、ロープ中央ならびに巻上機からロープ長さの1/4, 3/4の点における推定値と有限要素モデルから得られた値の比較結果を図12に示す。この結果ではエレベータかご室と巻上機の運動による多少の誤差が出ているが、任意二点の反射波からロープ全体の変位を表現可能なことを示している。

4. 数値計算

4.1 数値計算条件 前章までに提案した制御手法ならびに有限要素モデルを用いて数値計算を行う。ここで、制御器設計ならびに数値計算に用いる有限要素モデ

Fig.12 Comparisons the estimate using transfer matrix with the FEM value of deflections of main rope subjected to Chi-Chi earthquake

ルの次数は共に20とする。エレベータが時間的に変化する速度で上昇する場合に定量的に小さくした台湾地震と風が外乱として入力された時に固定ゲインを用いた定常最適制御、非定常最適制御、反射波を目的関数に導入した非定常最適制御の3手法をそれぞれ適用して計算を行う。定常最適制御手法としてはLQG制御を用いる。また、制御時間は40秒間とし、エレベータは最初の36秒間稼働状態で、その中で速度変化は最初と最後の12秒間が加減速し、中間の12秒間が最高速度1020m/minで一定である。励振外乱は稼働状態すべてにおいて入力され、エレベータ停止後も振動抑制は行われる。

数値計算の結果を図13～18に示す。それぞれ、グラフ(a)が地震、(b)が風外乱時における制御結果であり、順番にメインロープ最大変位の絶対値(MAX)、ロープ全体の変位の2乗平均値(R.M.S)、制御入力、制御ストローク、かご室の加速度、メインロープ中央の変位の時刻歴応答を示す。各図において「LQG」はLQG制御器、「Nonstationary」は非定常最適制御手法、「Wave」は非定常最適制御器の目的関数に反射波を導入した場合の結果である。また、Table.1, 2に両外乱時のロープ全体の全制御時間における変位の2乗平均値と最大値、制御入力の2乗平均値と最大値を示す。

4.2 制御器設計 定常制御器の設計は、制御状態量にける重みは対象を固定して行う。メインロープが400m, 200m, 15mの場合についてそれぞれの制御器を設計し、良好な性能を示したものを記載している。そして、非定常最適制御器の設計では、制御入力にける重みを時変として制御時間前半に制御力が発生できるように設定し、後半では制御力による励振が起らないように重みを定めた。この制御入力重みの切り替えの影響を抑えるために指数関数を用いて滑らかに重みの変化をさせた。目的関数の状態量には変位と速度の両方に重みを設定し、特に地震外乱印加時は速度にける重みを変位に比して大きくした。また、反射波を目的関数に導入した制御器では、制御入力と同様として、反射波の低減に重点を置いた。

4.3 数値計算の考察 この数値計算で使用する地震外乱は平均3.8Hzの周波数成分を持つ加速度が40秒間連続的に印加されている。また、風外乱は一定の風圧がビルに力を加え続けている。それらを前提とする非制御時のエレベータ・ロープの挙動は、構造物との共振域にある15秒付近から少しずれた点に変位の最大値がでている。これは、ロープの長さが時間によって変化することによる共振点移動である。特に地震外乱については地震動が最大となる時刻もそれに一致しているためにその影響も見られる。次に、各制御手法の結果から総じて非定

(a)Chi-Chi earthquake

(b)Wind in Taipei, Taiwan

Fig.13 Time histories of maximum deflection of main-rope and compensatory-rope

(a)Chi-Chi earthquake

(b)Wind in Taipei, Taiwan

Fig.14 Time histories of root mean square value of deflection of main-rope and compensatory-rope

(a)Chi-Chi earthquake

(b)Wind in Taipei, Taiwan

Fig.15 Time histories of control input

(a)Chi-Chi earthquake

(b)Wind in Taipei, Taiwan

Fig.16 Time histories of control stroke

(a)Chi-Chi earthquake

(b)Wind in Taipei, Taiwan

Fig.17 Time histories of acceleration of cage of elevator

(a)Chi-Chi earthquake

(b)Wind in Taipei, Taiwan

Fig.18 Time histories of deflection of main-rope at its center

Table.1 Simulation results -Chi-Chi earthquake-

Chi-Chi earthquake	MAX r	R.M.S r	MAX u	R.M.S u
Non-Control	0.864	0.141	-	-
LQG	0.766	0.117	7.09×10^5	1.57×10^5
Nonstationary	0.481	0.0662	8.04×10^5	1.58×10^5
Nonstationary (wave control)	0.475	0.0642	7.15×10^5	1.48×10^5

Table.2 Simulation results -Wind in Taipei, Taiwan-

Wind in Taipei, Taiwan	MAX r	R.M.S r	MAX u	R.M.S u
Non-Control	0.810	0.170	-	-
LQG	0.711	0.105	6.34×10^5	1.76×10^5
Nonstationary	0.661	0.106	6.29×10^5	1.24×10^5
Nonstationary (wave control)	0.640	0.101	7.32×10^5	1.64×10^5

常最適制御器が良好な性能を示している。殊に定常最適制御器として用いたLQG制御器は試行錯誤の上、最適な制御器を使用しているにも関わらず、地震外乱時に終端時刻付近で励振している。これは、ロープの高周波振動を制御器が直接フィードバックすることが原因である。他の制御では対象の変化に応じて制御器を設計しているため、励振することなく良好な制御性能を表している。両外乱において、非定常制御手法の振動抑制効果は2乗平均値で40%程度だが、これは制御性能を比較するために、すべての制御手法で入力2乗平均値が 2×10^5 以下になるように制御ゲインを決定したためである。しかしながら、制御力を大きくしてもメインロープが長い時間帯は、その柔軟性から制御力が伝達し難いことが図13や図14からわかる。ここで、制御入力は状態量を直接フィードバックしているため、状態量の変化に大きく依存することが確認できる。それが原因で、図15と16から地震時は高振動数の制御入力が含まれており、LQG制御器の入力ならびにストロークが終端時刻付近で大きな揺れを示している。かご室の乗り心地に関しては、かごとエレベータ・ロープ間の質量比が大きいこと、ロープ振動による影響が少なく特に差がないことは図17から理解できる。ただし、風外乱時にはすべての制御手法において加速度の揺れが小さくなっており良好な乗り心地が得られている。以上より、本論文で提案する手法の有効性が確認できた。しかしながら、本論文ではエレベータ上昇時のみの検証を行い、下降時には行っていない。下降時には、制御入力装置が上部に設置されていることから、終端時刻付近で制御力の印加が困難になるという問題がある。その下降時の検証については参考文献22にて行っており、制御手法の有効性は得られている。ただし、制御装置の設置問題は今後の課題としている。

5. まとめ

本研究は、構造物、エレベータとロープの統一的モデルの構築を行い、エレベータ・ロープの振動制御問題の解決策の提案と非定常最適制御器による振動抑制効果の検証をした。地震と風外乱が印加される条件下で、ロープの横振動は平均値で40%以上の低減が見られ、本方法の有効性が得られた。また、各制御器の効果を数値計算により考察した結果、時変フィードバックゲインを用いた制御手法では、従来の固定フィードバックゲインを用いた定常最適制御と比較して振動抑制の性能において優れていることが示された。

以上本研究で提案した方法の有効性が確認された。しかしながら、本論文では振動抑制性能を検証するための数

値計算モデルと制御器設計モデルの次数を同一としている。そのため、検証モデルの次数を大きくした場合や厳密解に対する制御性能の検討が今後の課題となる。さらに、実際にロープに制御力を与える機構の考案や制御手法の実用化への改善も行う必要がある。

謝辞

本研究における数値計算モデルの作成に協力した慶應義塾大学理工学部4年牛島由美子君に謝意を表する。

参考文献

- (1) 中川・飯島・岡村, 超高速エレベーターの技術, 東芝レビュー 49-9(1994), 620-623.
- (2) 渡辺・棚橋・杉山・杉田・勢力, 横浜ランドマークタワー向け750m/minエレベータ, 三菱電機技報, 67-7(1993), 689-693.
- (3) 木村・中垣・長田・宗像・永田, エレベーター・ロープの横振動解析, 日本機械学会第9回交通・物流部門大会講演論文集, 00-50(2000), 223-224.
- (4) 嘩道・吉沢・岡崎・辻岡, 昇降時におけるエレベータ・ロープの横振動, 機論, 58-545C(1992-1), 17.
- (5) 三矢周夫, 超高速エレベータの機械的諸問題, 機誌, 82-723, (1979), 196-201.
- (6) 加藤・山崎・片山, エレベータの地震対策の現状と課題, 生産研究, 46-10(1994), 513-516.
- (7) 山崎・富沢・岡田・杉山, 超高速エレベータの振動制御, 機論 60-579C(1994), 3776-3781.
- (8) 小寺忠, 長さ変化する弦の振動解析(厳密解について), 機論, 60-571C(1994), 765-768.
- (9) 山本・安田・加藤, 長さ変化する弦の振動, 機論, 44-380(1978), 1175-1182.
- (10) 高木・西村, タワークレーンの吊り荷ロープ長変動を考慮したゲインスケジュールド制御, 機論, 64-626(1998), 3805-3812.
- (11) 山田・中川, 機械的な振動特性を考慮したサーボモータ系の位置決め制御, 計自論, 18-1(1982), 84-91.
- (12) 原・吉田, 時変評価関数を用いた位置決めおよび振動制御の同時最適化, 機論, 60-570(1994), 60-65.
- (13) von Flotow, A.H. and Shaefer, B., Wave-Absorbing Controllers for Flexible Beam, *J. Guid. Contr. Dynam.*, 9-6(1986), 673-680.
- (14) 田中・菊島, 柔軟ばりの曲げ波制御に関する研究, 機論, 56-522(1990), 95-103.
- (15) 藤井・松田・中島・畠中, 波動吸収制御による構造物振動と姿勢角変更の同時制御, 計自論, 32-7(1996), 993-1000.
- (16) von Flotow, A.H., Traveling Wave Control for Large Spacecraft Structures, *J. Guid. Contr. Dynam.*, 9-4(1986), 462-468.
- (17) Tsai, I.C., Lin, Z.S., The Determination of Basic Design Wind Speed in Taiwan Area, Proc. the ROC-JAPAN Joint Seminar on Multiple Hazards Mitigation, 1985, 905-916.
- (18) 木内俊明, 9.21台湾(集集)大地震の被害概要報告, 空気清浄 38-3(2000), 32-44.
- (19) 南・嘩道・能見・曾我部, 一端に剛体系を有する弦の挙動, 機構論, 99-1(1999), 119-120.
- (20) 志水清孝, 最適制御の理論と計算法, コロナ社, 1994, 110-111.
- (21) 松尾・金光・雉本・松田・真木, 柔軟構造物に対する波動制御, 機論, 97-10A(1997), 375-378.
- (22) Otsuki, Yoshida, Nakata, Nagata, Fujimoto and Munakata, Vibration Control of Rope-Sway of Elevator for high-rise building, Proc. ASME DETC2001 CD-ROM, 2001