パラメータ変動のある大型柔軟衛星の
ロバストゲインスケジューリング制御*杉田 秀彦^{*1}, 濱田 吉郎^{*2}, 山口 功^{*2}
葛西 時雄^{*2}, 井川 寛隆^{*2}, 木田 隆^{*3}
長塩 知之^{*3}, 児子 健一郎^{*4}Robust Gain-Scheduling Control for Large Flexible Spacecraft
with Linear Parameter VariationHidehiko SUGITA^{*5}, Yoshiro HAMADA, Isao YAMAGUCHI,
Tokio KASAI, Hirotaka IGAWA, Takashi KIDA,
Tomoyuki NAGASHIO and Kenichiro NIGO^{*5} Graduate School of Electro-Communications, The University of Electro-Communications,
1-5-1 Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo, 182-8585 Japan

In this paper, we study a design method of precise attitude controller of a LSS having problems of elastic vibration and parameter variation. For the problems, H_∞ robust control, μ synthesis or gainscheduling control are known to be efficient. In this study, we apply gainscheduling control to the problem. Although many types of gainscheduling controller have been studied, we adopt an approach based on spline-type parameter-dependent quadratic forms. At first we describe the algorithm of control system design with some extensions. Then we evaluate its performance by a numerical simulation for a typical LSS model.

Key Words: Gain-Scheduling Control, Robust Control, Flexible Structure, LSS, LMIs, Parameter Variation, Model Residual

1. 緒 言

宇宙開発の発展とともに、人工衛星は放送・通信・気象予報・地球観測など日常生活に不可欠なものになってきた。我が国においては、その時代に必要人工衛星の共通な基盤技術の確立を目的として技術試験衛星と呼ばれる一連の人工衛星が開発されてきた。これらの人工衛星は、近年、すべて3軸安定化方式が採用され、ほぼ剛体とみなせる衛星中心構体に柔軟体である太陽電池パドルや大型アンテナが付加された形状になっている。衛星ミッションの多機能化・高性能化に伴い衛星は大型化かつ軽量化が要求されるため、衛星全体の固有振動数が低下し、柔軟構造物として弾性振動を考慮した姿勢制御系設計が必要となる。また、静止衛星の運用では太陽電池パドルが太陽を追尾しつつ24時間で1回転するため、衛星の固有振動数や姿勢制御系との干渉は太陽電池パドル回転角に依存すること

Fig. 1 On-orbit configuration of large flexible spacecraft.

となり、制御系設計の際にはこれらによるプラントモデルのパラメータ変動を考慮することが必要になる。

ここでは図1に示すような大型アンテナ及び回転する太陽電池パドルを有する大型柔軟衛星を制御対象とし、パラメータ変動と弾性振動の問題を持つ大型柔軟衛星に対する高精度姿勢制御系設計法について検討を行う。パラメータ変動及び弾性振動の問題に対しては H_∞ ロバスト制御、 μ 設計法、ゲインスケジューリング制御などが考えられるが、 H_∞ ロバスト制御の技術

* 原稿受付 2002年4月11日。

^{*1} 電気通信大学大学院機械制御工学専攻(☎182-8585 調布市調布ケ丘1-5-1)。

^{*2} 正員, 航空宇宙技術研究所(☎182-8522 調布市深大寺東町7-44-1)。

^{*3} 正員, 電気通信大学知能機械工学科。

^{*4} 宇宙開発事業団(☎305-8505 つくば市千現2-1-1)。

E-mail: sugita@ctr.mce.uec.ac.jp

試験衛星 VI 型による軌道上実験⁽¹⁾⁽²⁾を除き、これらの制御則を実機に適用した例はほとんどない。また、ここで検討しているモデルではパラメータの変動は準静的とみなすことができるものの、その変動幅が大きく、複数の柔軟構造物が存在し、それらの振動モードが複雑に重なることなどから、 H_∞ ロバスト制御や μ 設計法では安定化制御器を設計することが難しいことが筆者らの予備検討でわかっている。

そこで本報告では、ゲインスケジューリング制御を適用することで、パラメータ変動を持つ線形システム (LPV システム) で記述される柔軟構造物衛星の制御を行う。ゲインスケジューリング制御には様々な方法が研究されている。文献⁽³⁾ではすべてのパラメータ変動をモデルの摂動として扱い、これに対してロバスト安定となる制御器を求めスケジューリングする方法が提案されている。しかしこの方法では、摂動のノルムが大きいき安定化制御器は得られないので適用できる問題は限定される。ここではプラントモデルの特徴 (剛体モードを含む 2 次振動系で低減衰) や要求される制御仕様などの観点から、スプライン型のパラメータ依存 2 次形式を用いたゲインスケジューリング制御⁽⁴⁾を適用する。この手法で得られる制御則によって、LPV システムの L_2 ゲインを抑えることができ、広範なパラメータ変動下においても高次の振動モードに対するロバスト性が保証される。ここでは、オブザーバを併用した状態フィードバック制御と出力フィードバック制御の 2 つの設計アルゴリズムを導き、大型柔軟衛星モデルを用いた制御系設計例と数値シミュレーション結果について報告する。

2. ゲインスケジューリング状態フィードバック制御

この手法は、パラメータのスプライン関数となる正定対称行列による二次形式をリアプノフ関数の候補とし、その存在条件を有限個の LMI へ帰着させ、LMI の解を用いて制御則を構成するものである。また、LMI へ帰着させる際、スプラインの分割をさらに細かくすることにより必要十分条件に近づけることができ、他のゲインスケジューリング制御と比較してより保守性を排除した制御器の設計が期待できる。

いま状態フィードバック制御のスケジューリングについて、式 (1) のような LPV システム (以下 Σ と呼ぶ) を考える。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\theta)x(t) + B(\theta)w(t) + B_u(\theta)u(t) \\ z(t) &= C(\theta)x(t) + D(\theta)w(t) + D_u(\theta)u(t) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、パラメータ θ と $\dot{\theta}$ の変動範囲を $\theta(t) \in \Theta_{\text{val}} :=$

$[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$, $\dot{\theta}(t) \in \Omega_{\text{val}} := [\underline{\omega}, \bar{\omega}]$ とし、このような関数 $\theta(\cdot)$ の集合を Θ と記す。このとき $A(\theta)$ などの係数行列は、パラメータ θ の一次スプラインとする。すなわち、ある整数 $N_\Sigma \geq 0$ に対して、 Θ_{val} の分割を $D^\Sigma = \{\underline{\theta} = \theta_0^E, \theta_1^E, \dots, \theta_{N_\Sigma}^E, \theta_{N_\Sigma+1}^E = \bar{\theta}\}$ ($N_\Sigma \geq 0, \theta_i^E < \theta_{i+1}^E$) としたとき

$$\begin{aligned} A(\theta) &= A_i^E + \frac{\theta - \theta_i^E}{\theta_{i+1}^E - \theta_i^E} (A_{i+1}^E - A_i^E) \\ \theta &\in [\theta_i^E, \theta_{i+1}^E], \quad i = 0, 1, \dots, N_\Sigma \end{aligned} \quad (2)$$

と与えられる。そのほかの係数行列もこれと同様とする。また性能指標として、システム Σ の L_2 ゲインを次のように定義する。

$$\|\Sigma\| = \sup\{\|z\| \mid \theta(\cdot) \in \Theta, w \in L_2, \|w\| \leq 1\}$$

システム Σ に対し、スケジューリングされた状態フィードバック

$$u(t) = F(\theta)x(t) \quad (3)$$

を施した閉ループ系が、指数安定かつ L_2 ゲイン性能 $\|\Sigma\| < \gamma$ を達成するための条件は、次のパラメータ依存の行列不等式を任意の (θ, ω) について満たす $P(\theta)$ と $F(\theta)$ が存在することである⁽⁴⁾。

$$P(\theta) \geq 0 \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl}(\theta, \omega) & P(\theta)B(\theta) & C_{cl}^T(\theta) \\ B^T(\theta)P(\theta) & -\gamma I & D^T(\theta) \\ C_{cl}(\theta) & D(\theta) & -\gamma I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5)$$

$$Q_{cl}(\theta, \omega) = \omega \frac{\delta P(\theta)}{\delta \theta} + A_{cl}(\theta)^T P(\theta) + P(\theta)A_{cl}(\theta)$$

$$A_{cl}(\theta) = A(\theta) + B_u(\theta)F(\theta)$$

$$C_{cl} = C(\theta) + D_u(\theta)F(\theta)$$

これらの条件を満たすゲイン $F(\theta)$ は、次の定理から有限個の LMI を解くことで求められる。

[定理 1]⁽⁴⁾ 次の (I) と (II) は等価である。

(I) θ の連続関数 $F(\theta)$ と、1 回連続微分可能な対称行列値関数 $P(\theta)$ が存在して、任意の (θ, ω) に対して式 (4), (5) を満たす。

(II) D^Σ の細分となる分割 $D = \{\underline{\theta} = \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N, \theta_{N+1} = \bar{\theta}\} \subset D^\Sigma$ ($N \geq 0, \theta_k < \theta_{k+1}$) に対し、 X_k, W_k ($k = 0, 1, \dots, N+1$) が存在し、 $\omega = \underline{\omega}, \bar{\omega}$ について次の LMI を満たす。

$$X_k > 0, \quad k = 0, 1, \dots, N+1 \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)} & B_k & S_k^T \\ B_k^T & -\gamma I & D_k^T \\ S_k & D_k & -\gamma I \end{bmatrix} = J_{cl(k)} < 0, \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{cl(k)}^- & B_k & S_k^T \\ B_k^T & -\gamma I & D_k^T \\ S_k & D_k & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, k=1, 2, \dots, N+1 \quad (8)$$

$$J_{cl(k)} + \frac{1}{2}(L_{cl(k)} + L_{cl(k)}^T) < 0, k=0, 1, \dots, N \quad (9)$$

ここで,

$$Q_{cl(k)} = X_k A_k^T + A_k X_k + B_{u(k)} W_k + W_k^T B_{u(k)}^T - \frac{\omega}{\Delta \theta_k} \Delta X_k$$

$$Q_{cl(k)}^- = X_k A_k^T + A_k X_k + B_{u(k)} W_k + W_k^T B_{u(k)}^T - \frac{\omega}{\Delta \theta_{k-1}} \Delta X_{k-1}$$

$$S_k = C_k X_k + D_{u(k)} W_k$$

$$L_{cl(k)} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ \Delta B_k^T & 0 & 0 \\ L_{31} & \Delta D_k & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_{11} = \Delta A_k X_k + A_k \Delta X_k + \Delta B_{u(k)} W_k + B_{u(k)} \Delta W_k$$

$$L_{31} = \Delta C_k X_k + C_k \Delta X_k + \Delta D_{u(k)} W_k + D_{u(k)} \Delta W_k$$

であり, $\Delta \theta_k := \theta_{k+1} - \theta_k, \Delta P_k := P_{k+1} - P_k, A_k := A(\theta_k), \Delta A_k := A(\theta_{k+1}) - A(\theta_k)$ とおく. $B_k, \Delta B_k$ などとも同様に定義する. このとき

$$X(\theta) = X_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (X_{k+1} - X_k)$$

$$W(\theta) = W_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (W_{k+1} - W_k)$$

$$\theta \in [\theta_k, \theta_{k+1}], k=0, 1, \dots, N$$

と定義することで, $P(\theta), F(\theta)$ は

$$F(\theta) = W(\theta)X(\theta)^{-1}$$

$$P(\theta) = \left\{ \frac{1}{l} \int_{\theta-\frac{l}{2}}^{\theta+\frac{l}{2}} X(h) dh \right\}^{-1}$$

で与えられる. ここで l は十分小さな正数である. ■

3. 可変オブザーバの設計

現実には, すべての状態量を観測することは出来ない. 前節の結果はそのままでは宇宙構造物の制御問題には適用できない. そこで, オブザーバを使用して状態量を推定し, その推定値を用いて前節のフィードバックを実現することを試みる. ただし, LPV システムに対してオブザーバを使用する場合は, 参照モデルもパラメータ変動を持つので, パラメータ変動を考慮した可変オブザーバの設計が必要となる. そこで, 定理 1 の考え方を利用し, 次のようにしてパラメータ依存のゲインをもつオブザーバを設計する.

いま, 式 (1) の LPV システム Σ における観測量 y を,

$$y = C_y(\theta)x$$

とし, Σ に対するオブザーバを,

$$\dot{\hat{x}} = A(\theta)\hat{x} + B_u(\theta)u + L(\theta)(y - \hat{y}) \quad (10)$$

$$\hat{y} = C_y(\theta)\hat{x}$$

と記述する. $L(\theta)$ はオブザーバゲインである. このとき, $e = x - \hat{x}$ とおくと誤差システム

$$\dot{e} = (A(\theta) - L(\theta)C_y(\theta))e + B(\theta)w \quad (11)$$

$$\dot{\hat{z}} = e$$

を得る. 式 (11) が与えられた L_2 ゲイン性能を達成するオブザーバの設計問題は, 式 (4), (5) と同様のパラメータ依存の行列不等式を解く問題に帰着され, 前節の議論と同様にして, 次の定理が得られる.

[定理 2] D^Σ のある細分 D と, $Y_k, L_k (k=0, 1, \dots, N+1)$ が存在し, $\omega = \underline{\omega}, \bar{\omega}$ について, LMI(12)-(15) を満たせば, 式 (11) の L_2 ゲイン性能を達成するオブザーバゲイン $L(\theta)$ が存在する.

$$Y_k = Y_k^T > 0, k=0, \dots, N+1 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} Q_k & Y_k B_k & I \\ B_k^T Y_k & -\gamma I & 0 \\ I & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} = J_k < 0, k=0, \dots, N \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} Q_k^- & Y_k B_k & I \\ B_k^T Y_k & -\gamma I & 0 \\ I & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, k=1, \dots, N+1 \quad (14)$$

$$J_k + \frac{1}{2}(R_k + R_k^T) < 0, k=0, \dots, N \quad (15)$$

ただし,

$$Q_k = \frac{\omega}{\Delta \theta_k} \Delta Y_k + (A_k^T - C_{y(k)}^T L_k^T) Y_k + Y_k (A_k - L_k C_{y(k)})$$

$$Q_k^- = \frac{\omega}{\Delta \theta_{k-1}} \Delta Y_{k-1} + (A_k^T - C_{y(k)}^T L_k^T) Y_k + Y_k (A_k - L_k C_{y(k)})$$

$$R_k = \begin{bmatrix} (A_k - L_k C_{y(k)})^T \Delta Y_k + \Delta (A_k - L_k C_{y(k)})^T Y_k & 0 & 0 \\ B_k^T \Delta Y_k + \Delta B_k^T Y_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

であり, $\Delta \theta_k := \theta_{k+1} - \theta_k, \Delta Y_k := Y_{k+1} - Y_k, A_k := A(\theta_k), \Delta A_k := A(\theta_{k+1}) - A(\theta_k), \Delta (A_k - L_k C_{y(k)})^T = (A(\theta_{k+1}) - L(\theta_{k+1})C_{y(\theta_{k+1})})^T - (A(\theta_k) - L(\theta_k)C_{y(\theta_k)})^T$ とおく. $B_k, \Delta B_k$ などとも同様に定義する. このときオブザーバゲイン $L(\theta)$ は

$$L(\theta) = L_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (L_{k+1} - L_k)$$

$$\theta \in [\theta_k, \theta_{k+1}], k=0, 1, \dots, N$$

で求まる. ■

こうして得られたオブザーバの式 (10) と, 前節における状態フィードバックの式 (3) を組み合わせること

で, 安定な制御系を構成することができる. この制御器を式 (1) に対してフィードバックした閉ループシステムは, $e = x - \hat{x}$ とすると,

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_u F & -B_u F \\ 0 & A - L C_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} w \quad (16)$$

$$z = [C + D_u F \quad -D_u F] \begin{bmatrix} \hat{x} \\ e \end{bmatrix} + D w \quad (17)$$

となる。式(16)から、状態フィードバックとオブザーバをそれぞれ安定になるように設計しておけば、全体の閉ループ系の安定性は保たれることがわかる。しかし L_2 ゲイン性能については、いわゆる「分離定理」は成り立たず、状態フィードバックとオブザーバを別々に設計した場合の性能は保証されない。このため、 L_2 ゲインについては、設計後の閉ループ系の特異値線図を数値的に調べて、ロバスト安定性を確認する必要がある。

この点を考慮し、次節では出力フィードバックによるゲインスケジューリングの可能性について検討する。

4. 出力フィードバックへの拡張

出力フィードバック制御問題を扱うために、LPV システム Σ に観測出力 y を加え、以下のように書き直す。

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= A(\theta)x + B_1(\theta)w + B_2(\theta)u \\
 z &= C_1(\theta)x + D_{11}(\theta)w + D_{12}(\theta)u \\
 y &= C_2(\theta)x + D_{21}(\theta)w + D_{22}(\theta)u
 \end{aligned} \quad (18)$$

各係数行列は2節同様、式(2)のように与えられるとする。

文献⁽⁵⁾⁽⁶⁾では、一般的なLPV システムに対して、出力フィードバックによって L_2 ゲイン性能を保証するための条件を導出している。この条件自体は、無限個のパラメータ依存 Riccati 方程式で表されているが、一部の項を省略することで(保守的な条件となるが)パラメータ依存の LMI 条件に書き直すことができる。そして、次の定理に示すように、その無限個の LMI 条件の解とコントローラを、有限個の LMI 条件の解から導出することが可能である。

[定理 3] LPV システム Σ において、

$$\begin{aligned}
 D_{11}(\theta) &= 0, D_{22}(\theta) = 0, \\
 D_{12}^T(\theta)D_{12}(\theta) &= I, D_{21}(\theta)D_{21}^T(\theta) = I
 \end{aligned} \quad (19)$$

を仮定する。 D^Σ の細分となる分割 $D = \{\theta = \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N, \theta_{N+1} = \bar{\theta}\} \subset D^\Sigma$ ($N \geq 0, \theta_k < \theta_{k+1}$) に対し、 $\omega = \underline{\omega}, \bar{\omega}$ について以下の LMI を満足する M_k, P_k ($k = 0, 1, \dots, N+1$) が存在するとき、 Σ の L_2 ゲイン性能を保証する出力フィードバックコントローラが存在する。

$$\begin{aligned}
 M_k &> 0, \quad k = 0, 1, \dots, N+1 \\
 \begin{bmatrix} Q_{M(k)} & M_k C_{1(k)}^T & B_{1(k)} \\ C_{1(k)} M_k & -\gamma I & 0 \\ B_{1(k)}^T & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} &< 0, \\
 k &= 0, 1, \dots, N
 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} Q_{M(k)} & M_k C_{1(k)}^T & B_{1(k)} \\ C_{1(k)} M_k & -\gamma I & 0 \\ B_{1(k)}^T & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad k = 1, 2, \dots, N+1 \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Q_{M1}^\times & M_{k+1} C_{1(k)}^T & B_{1(k)} \\ C_{1(k)} M_{k+1} & -\gamma I & 0 \\ B_{1(k)}^T & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} \\
 + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Q_{M2}^\times & M_k C_{1(k+1)}^T & B_{1(k+1)} \\ C_{1(k+1)} M_k & -\gamma I & 0 \\ B_{1(k+1)}^T & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} &< 0, \\
 k &= 0, 1, \dots, N
 \end{aligned} \quad (23)$$

$$P_k > 0, \quad k = 0, 1, \dots, N+1 \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} Q_{P(k)} & P_k B_{1(k)} & C_{1(k)}^T \\ B_{1(k)}^T P_k & -\gamma I & 0 \\ C_{1(k)} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} &< 0, \quad k = 0, 1, \dots, N \\
 \begin{bmatrix} Q_{P(k)} & P_k B_{1(k)} & C_{1(k)}^T \\ B_{1(k)}^T P_k & -\gamma I & 0 \\ C_{1(k)} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} &< 0, \\
 k &= 1, 2, \dots, N+1
 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Q_{P1}^\times & P_{k+1} B_{1(k)} & C_{1(k)}^T \\ B_{1(k)}^T P_{k+1} & -\gamma I & 0 \\ C_{1(k)} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} \\
 + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Q_{P2}^\times & P_k B_{1(k+1)} & C_{1(k+1)}^T \\ B_{1(k+1)}^T P_k & -\gamma I & 0 \\ C_{1(k+1)} & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} &< 0, \\
 k &= 0, 1, \dots, N
 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} M_k & I \\ I & P_k \end{bmatrix} > 0, \quad k = 0, 1, \dots, N+1 \quad (27)$$

(それぞれの Q_k^* の詳細は付録にまとめて示す)。このとき出力フィードバックコントローラの一つは次のように得られる。

$$\dot{x}_k = A_k(\theta)x_k + B(\theta)y \quad (28)$$

$$u = C_k(\theta)x_k \quad (29)$$

ただし

$$\begin{aligned}
 A_k &= A - B_1 D_{21}^T C_2 - Y C_2^T C_2 + \gamma^{-2} Y C_1^T C_1 \\
 &\quad - (B_2 D_{12}^T C_1 + B_2 B_2^T X + \gamma^{-2} Y C_1^T D_{12} D_{12}^T C_1 \\
 &\quad \quad + \gamma^{-2} Y C_1^T D_{12} B_2^T X) U \\
 B_k &= B_1 D_{21}^T + Y C_2^T, \quad C_k = -(D_{12}^T C_1 + B_2^T X) U
 \end{aligned}$$

Fig. 2 Model outline for large flexible spacecraft.

である。ここで

$$U(\theta) = (I - \gamma^{-2} Y(\theta) X(\theta))^{-1}$$

$$X(\theta) = \gamma^{-1} M^{-1}(\theta), Y(\theta) = \gamma^{-1} P^{-1}(\theta)$$

であり

$$M(\theta) = \frac{1}{l} \int_{\theta-\frac{l}{2}}^{\theta+\frac{l}{2}} M_s(h) dh, \quad (31)$$

$$M_s(\theta) = M_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (M_{k+1} - M_k) \quad (32)$$

$$P(\theta) = \frac{1}{l} \int_{\theta-\frac{l}{2}}^{\theta+\frac{l}{2}} P_s(h) dh, \quad (33)$$

$$P_s(\theta) = P_k + \frac{\theta - \theta_k}{\theta_{k+1} - \theta_k} (P_{k+1} - P_k),$$

$$k = 0, 1, \dots, N+1 \quad (34)$$

(l は十分小さな正数) である。 ■

ここで式 (31), (33) の $M(\theta), P(\theta)$ が、文献⁽⁶⁾のパラメータ依存 Riccati 方程式の解の一つとなっている。

5. 大型柔軟衛星モデルによる設計例

本研究では、図2のような、2枚の回転する太陽電池パドルと2つの大型固定アンテナを持つ大型柔軟衛星をモデルとして扱う。太陽電池パドルは24時間で1回転するものとする。衛星の回転運動及び柔軟構造物の振動の方程式は、

$$J\ddot{\psi} + \sum_{i=1}^4 \Delta_i \ddot{\mu}_i = u \quad (35)$$

$$\Delta_i^T \ddot{\psi} + \ddot{\mu}_i + 2\zeta_i \Omega_i \dot{\mu}_i + \Omega_i^2 \mu_i = 0, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (36)$$

観測方程式は

$$y = \psi \quad (37)$$

となる。ここで ψ は姿勢角、 (μ_1, μ_2) および (μ_3, μ_4) はそれぞれ太陽電池パドルとアンテナの弾性振動を表

Fig. 3 Singular values of full order model.

Fig. 4 Frequency variation of control mode.

す拘束モード座標である。また J は衛星全系の慣性モーメントであり、 Δ_i は弾性振動との干渉を表す行列であり、太陽電池パドル角 θ に依存して変動する。また ζ_i, Ω_i はそれぞれ弾性振動モード減衰比とモード角振動数行列である。式 (35)(36)(37) をまとめると、式 (38) の拘束モードモデルを得る。

$$M(\theta)\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = Hu, \quad y = H^T q \quad (38)$$

さらにモード低次元化のために、式 (38) から導出される固有値問題を解き、固有ベクトルからなる座標変換行列を構成して、式 (38) の拘束モードモデルを非拘束モードモデル⁽⁷⁾に変換してこれを制御対象モデルとするが、これらは太陽電池パドルが回転することにより、LPV モデルとなる。ここでは、図1に示されるような大型柔軟構造衛星を想定したパラメータを用い、制御性能を評価する。この衛星モデルは、回転 (ψ) の3自由度の剛体モードと、太陽電池パドルの弾性振動モード (μ_1, μ_2) をそれぞれ11自由度、大型アンテナの弾性振動モード (μ_3, μ_4) をそれぞれ8自由度を有する系である。この時の入力 u から出力 y までの伝達関数行列の特異値線図は、パドル角が 45° のとき図3のようになる。また、図4に振動1次モードの周波数の変動を示す。以下、制御器設計の段階では、このパラメータ変動による各係数行列の変化を、いくつかの代表点

で分割し、一次スプライン関数で近似した LPV モデルを用いる。

5.1 状態フィードバック制御の柔軟構造物への適用
一般的に、柔軟構造物の振動を制御する場合、すべての振動モードを制御することはできないので、剛体モードと低次振動モードを制御し、高次の振動モードに対してロバスト安定となる制御系を構成する。ここでは、制御モードをロール、ピッチ、ヨーの各軸剛体モード3次と振動1次モードの4次とし、残余モードに関しては、分子、分母ともに2次の周波数重み関数で置き換えて一般化プラントを設計する。低次元モデルを

$$\dot{x}_c = A_c(\theta)x_c + B_c(\theta)u \quad (39)$$

$$y = C_c(\theta)x_c \quad (40)$$

高周波帯域の残余モードに対する周波数重み関数を

$$\dot{x}_w = A_w x_w + B_w u \quad (41)$$

$$y = C_w x_w + D_w u \quad (42)$$

としたとき、一般化プラントの状態方程式は、状態変数を $x = [x_c^T, x_w^T]^T$ とすると、

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} A_c & 0 \\ 0 & A_w \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & B_c C_c \\ 0 & B_w C_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_w \\ w_\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_c \\ B_w \end{bmatrix} u \\ &= A(\theta)x + B_1(\theta)w + B_2(\theta)u \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} z_w \\ z_\lambda \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & C_w \\ \lambda & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & D_w C_c \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_w \\ w_\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_w \\ 0 \end{bmatrix} u \\ &= C_1 x + D_{11}(\theta)w + D_{12}u \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} y &= \begin{bmatrix} C_c & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_w \\ w_\lambda \end{bmatrix} \\ &= C_2(\theta)x + D_{21}w \end{aligned} \quad (45)$$

となる。この一般化プラントに対し、前述の制御系設計によって閉ループ系の L_2 ゲインを1未満にできれば、高次の振動モードに対してロバストなゲインスケジューリング制御が実現できる。また、このとき設計された制御器 $F(\theta)$ は、低次元モデルの状態量と重み関数の状態量を含むので、制御入力は、 $F(\theta) = [F_c(\theta), F_w(\theta)]$ としたとき、

$$\begin{aligned} u &= F_c(\theta)x_c + F_w(\theta)x_w \\ &= (I - F_w(\theta)(sI - A_w)^{-1}B_w)^{-1}F_c(\theta)x_c \end{aligned} \quad (46)$$

となる。式(46)で表現される制御則は、周波数重み関数の逆を含む状態フィードバック制御則となる。これ

は、周波数重み関数が広域通過特性を持つ場合、低域通過特性を持つフィルターを挿入した制御器を構成したことに等価であり、これによって高次モードに対するロバスト安定性が保証されている。

スケジューリングされたオブザーバを

$$\dot{\hat{x}}_c = A_c(\theta)\hat{x}_c + B_c(\theta)u + L(\theta)(y - \hat{y}) \quad (47)$$

$$\hat{y} = C_c(\theta)\hat{x}_c \quad (48)$$

としたとき、オブザーバを併合した実際の制御器は、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_c \\ \dot{\hat{x}}_w \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_c - LC_c + B_c F_c & B_c F_w \\ B_w F_c & A_w + B_w F_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_c \\ \hat{x}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix} y \\ &= A_k(\theta)x_k + B_k(\theta)y \end{aligned} \quad (49)$$

$$u = \begin{bmatrix} F_c & F_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_c \\ \hat{x}_w \end{bmatrix} = C_k(\theta)x_k \quad (50)$$

となる。

以上を基に、スケジューリングをモデルの対称性を考慮して $0 \sim 90^\circ$ の範囲で行い、制御器設計の際にモデルを近似するための分割点を $[0^\circ \ 20^\circ \ 70^\circ \ 90^\circ]$ とし、前述の状態フィードバック制御系設計法を用いて3入力3出力の制御器を設計した。この制御器を用いた閉ループ系の L_2 ゲインは、特異値線図から1未満になることが確認できたため、制御系は高次の振動モードに対してロバスト安定であると言える。

設計した制御器をモデルにフィードバックし、インパルス応答シミュレーションにより性能を評価する。代表例として設計分割点のパドル角 0° と分割内挿点のパドル角 45° における結果を図5、6に示す。これらの図ではロール軸まわりにインパルス外乱を加えたときのロール、ピッチ、ヨーの応答と制御入力の応答を第1列に、ピッチ、ヨー軸まわりのインパルス外乱に対する応答をそれぞれ2、3列に示している。図に示した例以外の $0 \sim 90^\circ$ においてもほぼ均一の性能となり、安定な結果が得られている。

5.2 出力フィードバック制御の柔軟構造物への適用
状態フィードバックの時と同様に、制御対象のモデルを低次元化し、残余モードは周波数重み関数で置き換えて扱うこととする。制御モード、残余モード、周波数重み関数は、状態フィードバックのときと同様とする。このときの一般化プラントは次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} A_c & 0 \\ 0 & A_w \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & B_c \\ 0 & B_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_w \\ w_\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_c \\ B_w \end{bmatrix} u \\ &= A(\theta)x + B_1(\theta)w + B_2(\theta)u \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} z_w \\ z_\lambda \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & C_w \\ \lambda C_c & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & D_w \\ \lambda I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_w \\ w_\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_w \\ 0 \end{bmatrix} u \\ &= C_1 x + D_{11}(\theta)w + D_{12}u \end{aligned} \quad (52)$$

Fig. 5 Impulse responses of estimated state feed-back:paddle angle=0 degree.

Fig. 6 Impulse responses of estimated state feed-back:paddle angle=45 degree.

$$y = \begin{bmatrix} C_c & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_w \\ w_\lambda \end{bmatrix} \\ = C_2(\theta)x + D_{21}w \quad (53)$$

この一般化プラントは条件 (19) を満たさないが、loopshifting 法などを用いて、等価な制御系に変換することで容易に回避できる。また、制御性能の向上を目的とし、ここではロバスト安定度指定法⁽⁸⁾を制御系設計に組み込んだ。状態フィードバックの時と同様に、0°~90°の範囲でスケジューリングを行い、分割を[0° 20° 70° 90°]とし、前述の出力フィードバック制御系設計を用いて3入力3出力の制御器を設計した。設計した制御器を用い、インパルス応答シミュレーションにより性能を評価する。代表例として設計分割点のパドル角 0° と分割内挿点のパドル角 45° における結果を図 7, 8 に示す。本設計例においても 0°~90° においてほ

Fig. 7 Impulse responses of output feedback:paddle angle=0 degree.

Fig. 8 Impulse responses of output feedback:paddle angle=45 degree.

ぼ均一の性能であることが確認でき、安定な結果が得られた。しかし外乱応答の特性は明らかに状態フィードバック制御の場合よりも劣っている。これは、状態フィードバック制御の設計では、状態量が直接利用できることを仮定してフィードバックゲイン $F(\theta)$ だけを最適化しているのに対して出力フィードバック制御では観測量に施す動的な制御器 $A_k(\theta)$, $B_k(\theta)$, $C_k(\theta)$ のすべての最適解を求めるために結果が保守的になっているものと考えられる。しかし、状態フィードバック制御では、 $F(\theta)$ の設計とは別にオブザーバを設計しなければならない。しかもその設計は、3章で述べたように最終的な特異値線図をみながら調整する作業が必要である。これに対して、出力フィードバック制御はそのようなチューニングを行うことなく系統的に安定化制御器を計算することができる。

6. 結 言

本研究では、パラメータ変動と構造振動の2つの制御課題をもつ大型衛星に対する姿勢制御について、ロバストゲインスケジューリング制御のための2つの設計法を導出した。まず状態フィードバック制御を実現するためにゲインスケジューリング状態推定器を導出し、推定器併用の状態フィードバック制御を行った。次に、動的な出力フィードバック制御器のスケジューリング制御について検討した。この制御則は、状態フィードバックを導出した際と同様の議論に基づいて導出できる。これらの設計法を回転する太陽電池パドルを有する大型柔軟構造衛星の数学モデルに適用してその有効性を示した。

このゲインスケジューリング制御を用いるためには、パラメータ変動に従い、各時刻毎にコントローラの導出を行う必要がある。その導出には逆行列計算が含まれるので、計算負荷の観点からこれを実際にオンボードで行うのは難しい。そのため、実際の運用の際には、パラメータの各点におけるコントローラの導出をあらかじめ行い、メモリに記憶しておくなどの処置が必要になる。また、今回の設計例では、設計時に用いた衛星のスプライン近似モデルと、シミュレーションにおける衛星モデルとの誤差に対するロバスト性を、厳密には保証していない。この近似誤差も考慮に入れた設計手法の確立は今後の課題である。

文 献

- (1) 千田有一・ほか5名, 計測自動制御学会論文集 32-12, (1996), 1620-1628.
- (2) 木田 隆・ほか3名, 日本航空宇宙学会誌 45-520, (1997), 284-294.
- (3) 長塩知之・木田 隆, 機論, 66-649, C (2000), 3019-3025.
- (4) 増淵 泉, 計測自動制御学会論文集, 35-3, (1999), 319-325.
- (5) 内田健康, 計測と制御, 34-3, (1995), 182-187.
- (6) Ryo Watanabe, Proc. 33rd Conference on Decision and Control, (1994), 1412-1414.
- (7) 木田 隆, スペースクラフトの制御, (1994), コロナ社
- (8) 内田健康・ほか7名, H_∞ 制御の実プラントへの応用, (1996), 計測自動制御学会編

付録:定理 3 補足

定理 3 における各行列 Q^* の詳細は以下の通りである。

$$Q_M(k) = \frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta M_k + (A_k - B_{2(k)} D_{12(k)}^T C_{1(k)}) M_k \\ + M_k (A_k^T - C_{1(k)}^T D_{12(k)} B_{2(k)}^T) - \gamma B_{2(k)} B_{2(k)}^T$$

$$Q_M^-(k) = \frac{\omega}{\Delta\theta_{k-1}} \Delta M_{k-1} \\ + (A_k - B_{2(k)} D_{12(k)}^T C_{1(k)}) M_k \\ + M_k (A_k^T - C_{1(k)}^T D_{12(k)} B_{2(k)}^T) - \gamma B_{2(k)} B_{2(k)}^T$$

$$Q_{M1}^\times = \frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta M_k + (A_k - B_{2(k)} D_{12(k)}^T C_{1(k)}) M_{k+1} \\ + M_{k+1} (A_k^T - C_{1(k)}^T D_{12(k)} B_{2(k)}^T) - \gamma B_{2(k)} B_{2(k)}^T$$

$$Q_{M2}^\times = \frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta M_k \\ + (A_{k+1} - B_{2(k+1)} D_{12(k+1)}^T C_{1(k+1)}) M_k \\ + M_k (A_{k+1}^T - C_{1(k+1)}^T D_{12(k+1)} B_{2(k+1)}^T) \\ - \gamma B_{2(k+1)} B_{2(k+1)}^T$$

$$Q_{P(k)} = -\frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta P_k + P_k (A_k - B_{1(k)} D_{21(k)}^T C_{2(k)}) \\ + (A_k^T - C_{2(k)}^T D_{21(k)} B_{1(k)}^T) P_k - \gamma C_{2(k)}^T C_{2(k)}$$

$$Q_{P(k)}^- = -\frac{\omega}{\Delta\theta_{k-1}} \Delta P_{k-1} \\ + P_k (A_k - B_{1(k)} D_{21(k)}^T C_{2(k)}) \\ + (A_k^T - C_{2(k)}^T D_{21(k)} B_{1(k)}^T) P_k - \gamma C_{2(k)}^T C_{2(k)}$$

$$Q_{P1}^\times = -\frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta P_k + P_{k+1} (A_k - B_{1(k)} D_{21(k)}^T C_{2(k)}) \\ + (A_k^T - C_{2(k)}^T D_{21(k)} B_{1(k)}^T) P_{k+1} - \gamma C_{2(k)}^T C_{2(k)}$$

$$Q_{P2}^\times = -\frac{\omega}{\Delta\theta_k} \Delta P_k \\ + P_k (A_{k+1} - B_{1(k+1)} D_{21(k+1)}^T C_{2(k+1)}) \\ + (A_{k+1}^T - C_{2(k+1)}^T D_{21(k+1)} B_{1(k+1)}^T) P_k \\ - \gamma C_{2(k+1)}^T C_{2(k+1)}$$