内歯車形状砥石を用いたギヤホーニングに関する研究*

郡 原 宏^{*1}A Study on Gear Honing Using Grinding Wheel Shaped
in Internal GearHiroshi GUNBARA^{*2}^{*2} Matsue National College of Technology,
14-4 Nishi-ikuma-cho, Matsue-shi, Shimane, 690-8518 Japan

The gear honing is well used recently as a gear finishing method. Under such circumstance, an extension of the grinding wheel life and a decrease of the processing cost are the urgent demand. In this paper, a new honing method of extending the grinding wheel life is proposed to respond to this demand, furthermore the calculation method of both the sliding velocity and sliding angle which may affect the honing efficiency is described because of the proposed method inducing the change of the sliding-velocity and -angle according to the amount of wheel dressing. The proposed method is a method of changing the setting angle between work shaft and wheel shaft corresponding the setting distance between the both axes.

Key Words: Machine Element, Gear, Grinding Wheel, Tool Life, Gear Honing, Internal Skew Gear, Variable Shaft Angle System, Deflection of Grinding Wheel

1. 緒 言

熱処理後の歯車歯面の仕上げ加工法として、最近よく用いられる方法にフェスラー方式のギヤホーニングがある。この方式は、被加工歯車と同じ歯車にダイヤモンド等を電着したドレスギヤを用意し、これにより内歯車状の砥石歯車歯面を創成する。この砥石歯車により、砥石歯車歯面創成時と同一の相對運動のもとで、被加工歯車歯面をホーニング仕上げする。このとき、電着砥粒や砥石砥粒に切削速度を与えるために、砥石歯車とドレスギヤあるいは被加工歯車とで食い違い軸歯車対を構成させている。

本研究では、被加工歯車として、はすば歯車を対象とする。砥石初期形状は、設計の容易さから、被加工歯車とねじ歯車かみ合いをする内歯はすば歯車として設計される。そして、この砥石歯車をねじ歯車対設計位置付近でドレスギヤとかみ合わせてドレッシングする。このようにして製作した砥石歯車で被加工歯車をホーニング加工して、被加工歯車歯形精度を確かめ、

精度良く加工された時点の砥石歯車を新品の砥石歯車としている。また、そのときのドレッシングをここでは初期ドレッシングということにする。当然、ドレッシングされた状態の砥石歯車と被加工歯車は線接触食い違い軸歯車対を構成している。

砥石の切れ味が悪くなると、ドレスギヤを砥石半径方向に追い込んでドレッシングするが、そのときのドレスギヤ軸と砥石歯車軸の軸角は、通常、初期ドレッシング時における軸角と同じ角度にする。しかし、このようにしてドレッシングを行うと、ドレス量が2～3mmに達した段階で被加工歯車歯形精度が低下し、それが許容範囲を超えるために砥石歯車が使用不能になる。以下、本研究では、このドレス量を総ドレス量ということにする。砥石の使い代が十分残っているにもかかわらず砥石歯車が廃棄されてしまうことが、ギヤホーニングのコストを押し上げる主因となっている。これを改善するため、ホーニング砥石の歯形解析⁽¹⁾やドレスギヤの被加工歯車への形状転写性⁽²⁾等の研究がある。また、ドレスギヤにより砥石歯車を創成する際の機構学的な関係や種々の干渉を考慮し、ドレッシング時に砥石歯車のねじれ角を一定に保つように軸間距離と軸角の関係を定めることにより砥石寿命延長

* 原稿受付 2002年3月11日。

^{*1} 正員, 松江工業高等専門学校(☎ 690-8518 松江市西生馬町14-4)。

E-mail: gunbara@me.matsue-ct.ac.jp

をねらった研究⁽³⁾もある。しかし、典型的な直接創成法であるフェスラー方式ギヤホーニングでは、ドレッシング毎に増大する歯形精度劣化は歯形理論的には生じ得ないはずであるが、現実にはわずかな総ドレス量で砥石歯車が使用不能になっている。

本研究では、フェスラー方式ギヤホーニング法が砥石歯車とドレスギヤ（あるいは被加工歯車）とで食い違い軸歯車対を構成させている点に着目し、食い違い軸歯車において、ある瞬間の左右両歯面にあらわれる接触線位置の関係を砥石歯車の歯のたわみと関係づけ、総ドレス量限界の発生理由を明らかにする。それに基づき、総ドレス量に応じた軸角でドレッシングならびにホーニング加工を行う砥石寿命延長法を提案する。

2. 総ドレス量の限界

初期ドレッシング時の軸角を用いてドレッシングおよびホーニング加工を繰り返す通常の軸角固定方式を採用した場合、総ドレス量に限界があることの実例を図1に示す。図1(a)が初期ドレッシング直後の被加工歯車歯形の測定結果である。中央の図が歯面中央部、上下の図が歯幅中央平面より歯幅端面側に±6 mm離れた位置の測定結果である。図1(b),(c)は、総ドレス量が1.1, 2.3 mmのときの歯形測定結果である。

図1に示すように、砥石歯車総ドレス量が増すにつれて、すなわちドレッシングを繰り返すにつれて、被加工歯車歯元のホーニング仕上げ量が減少し、結果として歯形圧力角が大きくなっている。本例にかぎらず他の諸元の歯車でもまったく同じ傾向を示す。このように総ドレス量が増すと歯形誤差が大きくなり、これが許容値を越えた時点で、砥石歯車ドレス代の有無に関係なく、砥石歯車が使用できなくなる。フェスラー方式ギヤホーニングではこのような形で砥石歯車の寿命が決まる。

3. 接 触 線

Fig.1 Tooth form measurement results

Table 1 Dimensions of gear and wheel

Work gear	Number of teeth : z	60
	Normal module : m_n	3
	Helix angle : β	30°
	Normal press. Angle : α_n	20°
	Addendum modif. coeff. : χ	-0.3
Grinding wheel	Face width	20
	Number of teeth	100
	Helix angle	20°

Fig.2 Relationship between axes

緒言でも述べたように、直接創成法に基づくフェスラー方式ギヤホーニング法では砥石歯車総ドレス量が増しても被加工歯車の歯形誤差が増大することは歯形理論的にありえない。従って、総ドレス量に限界があるとすれば、それは砥石歯車の加工状態が総ドレス量とともに変化することによるものと考えねばならない。

ところで、フェスラー方式では、総ドレス量増大は食い違い軸歯車の軸間距離（オフセット量）増大となる。しかし、本研究で考えている軸間距離の大きな食い違い軸歯車においては、軸間距離がただか2～3 mm変化しても接触線の形、相対曲率ならびにすべり速度などのいわゆるかみ合い状態にはほとんど差が生じない。大きな差が生じるとすれば、ある瞬間、砥石歯車の1枚の歯の先導側歯面（図5における左歯面）上にあらわれる接触線と、追従側歯面（図5における右歯面）にあらわれる接触線の相対位置関係が考えられる。被加工歯車の歯みぞに砥石歯車の歯を入れて、常に砥石圧力を加えてバックラッシュのない状態を保ちつつホーニング加工するこの方式においては、砥石歯車の歯の剛性の関係で、各瞬間の砥石歯車右、左歯面上にあらわれる接触線の相対位置関係が非常に重要な意味をもつ。

そこで、実用的なギヤホーニング諸元について、各瞬間にあらわれる砥石歯車右、左歯面上の接触線を求

めることにする。計算に用いたドレスギヤ（被加工歯車）諸元ならびに新品時の砥石の主要諸元を表1に示す。図2に内歯車形状の砥石歯車と被加工歯車の軸位置関係を示す。図では、軸間距離を a で、軸角を δ で表している。 δ は、被加工歯車のねじれ角 (30°) と砥石歯車のねじれ角 (20°) との差とし、これを初期ドレッシング時の軸角とする。そして、この角度でドレッシングを繰り返す。もちろん、ホーニング加工もこの角度で行う。また、既存のフェスラー型ギヤホーニング盤では、ドレスギヤ軸と砥石軸の同期をとる方式と同期をとらないいわゆる連れ回り方式とがあるが、いずれの方式でも回転比は歯数比の逆数と考えて解析していく。

さて、接触線を求めるため図4に示すように座標系を設定する。被加工歯車軸を A_1 、砥石軸を A_2 とする。両軸の共通垂線と被加工歯車軸の交点 O を原点とし、被加工歯車軸を z 軸、共通垂線を y 軸とする右

Fig.3 Expression of helical gear tooth

Fig.4 Explanatory drawing of contact line calculating method.

手系の直角座標系 $o-xyz$ を定める。 x , y , z 各軸方向の単位ベクトルをそれぞれ i , j , k とする。また、被加工歯車の歯幅中央で、かつ歯みぞの中央の点が共通垂線上にあるときを被加工歯車の基準位置とする。さらに、被加工歯車の歯数を z , 軸直角圧力角を α_s ($\tan \alpha_s = \tan \alpha_n \sec \beta$) とする。

ところで、基礎円半径を r_g とすると、図3 (a) に示すインボリュート曲線は漸開角 u をパラメータとして次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} x_g &= r_g (-\sin u + u \cos u) \\ y_g &= r_g (\cos u + u \sin u) \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) を用いて、図3 (b) に示す状態を基準位置とする右ねじれのはずば歯車歯面を図示の座標系 $o_g-x_g y_g z_g$ より、列ベクトル $\mathbf{r}$ で表すと、 σ_L を基礎円上の歯みぞ角⁽⁴⁾、換算ピッチ h のねじ線を表すための回転角 v をパラメータとして、式 (2) のようになる。

$$\mathbf{r}(u, v) = \mathbf{C}\left(\frac{\sigma_L}{2}\right) \left\{ \mathbf{C}(v) \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ hv \end{bmatrix} \right\} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{C}$ は z_g 軸まわりの回転に関する座標変換行列であり、式 (3) の内容である。

$$\mathbf{C}(\eta) = \begin{bmatrix} \cos \eta & -\sin \eta & 0 \\ \sin \eta & \cos \eta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

歯面単位法線ベクトル $\mathbf{n}$ は、式 (4) のようになる。

$$\mathbf{n}(u, v) = \frac{\partial \mathbf{r} / \partial u \times \partial \mathbf{r} / \partial v}{\sqrt{(\partial \mathbf{r} / \partial u)^2 + (\partial \mathbf{r} / \partial v)^2}} \quad (4)$$

$o_g-x_g y_g z_g$ を $o-xyz$ に一致させて取り付けした後、前者を z 軸のまわりに角度 θ 回転させる。これは、被加工歯車はその軸のまわりに θ 回転した状態を意味する。この状態の $\mathbf{r}, \mathbf{n}$ を $o-xyz$ により $\mathbf{r}_\theta, \mathbf{n}_\theta$ として表すと、式 (5) のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_\theta(u, v, \theta) &= \mathbf{C}(\theta) \mathbf{r}(u, v) \\ \mathbf{n}_\theta(u, v, \theta) &= \mathbf{C}(\theta) \mathbf{n}(u, v) \end{aligned} \quad (5)$$

砥石歯車ならびに被加工歯車の角速度ベクトルを ω_2, ω_1 とすると被加工歯車の任意点における砥石歯車と被加工歯車の相対速度ベクトル $\mathbf{w}$ は式 (6) のようになる。

$$\mathbf{w} = \omega_1 \times \mathbf{r}_\theta - \omega_2 \times (\mathbf{r}_2 + a\mathbf{j}) \quad (6)$$

基準位置から角度 θ 回ったときの砥石歯車と被加工歯車の接触線は、接触の条件式 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{w} = 0$ を満足する v を v^* とすれば u をパラメータとして式 (7) のように表される。

$$\mathbf{r}_\theta^* = \mathbf{r}_\theta(u, v^*) \quad (7)$$

$\mathbf{r}_\theta^*$ を砥石歯車とともに回転する座標系に変換することにより砥石歯車歯面上にあらわれる接触線を得る。また、これを被加工歯車とともに回転する座標系で表せば、被加工歯車歯面上にあらわれる接触線となる。

なお、砥石歯車歯面上にあらわれる接触線を求めるとき、右歯面については $u \leq 0, \sigma_L < 0$ とし、左歯面については $u \geq 0, \sigma_L > 0$ として計算する。

Fig.5 Contact lines on the grinding wheel tooth surface

Fig.6 Change of the crossing position

図5に被加工歯車が基準位置ならびに基準位置から $\pm 6^\circ$ 回転した瞬間に砥石歯面上にあらわれる接触線を示す。歯ならびに接触線を立体表示して示している。図中、実線は右歯面の接触線であり、破線は左歯面のそれである。図5(a)は初期ドレッシング時の接触線である。図5(b)は軸間距離が2mm増大したときの接触線であり、これは、砥石歯車のドレッシングを繰り返して総ドレッシング量が2mmに達した場合に相当する。図からわかるように軸間距離が増大するにつれ右歯面上にあらわれる接触線は図では歯面下部方向に、左歯面上にあらわれる接触線は逆に歯面上部方向に移動する。図6は図5(a),(b)の接触線を、各回転角において歯面に正対してみた図である。図6(a),(b)を比較すると、ある瞬間に砥石歯車右、左各歯面にあらわれる接触線の交差位置(黒丸印)は、初期ドレッシング時には歯先側にあったが、ドレッシングを繰り返すにつれて歯元側に大きく移動する。本研究では、この現象を砥石歯車の歯のたわみと関係づけて次のように考える。

電着ドレスギヤと砥石歯車、砥石歯車と被加工歯車それぞれのかみ合い時の接触線は同一であるが、ドレス時の加工状態は低速、低押し付け力で、さらに最終的には零切り込み量のもとでドレッシングが行なわれるから、砥石歯車の歯のたわみは無視できる程度に小さいと考えてよい。一方、ホーニング加工では、砥石歯車により、高速、高押し付け力で剛性の高い歯車を加工するから被加工歯車の歯に沿って砥石の歯がたわむ。ギヤホーニングによく用いられるレジノイド砥石は、鋼にくらべてヤング率は1/10から1/20であり、非常にたわみやすい。そこで、図6にもとづき、初期ドレッシング時と軸間距離2mm増大時の被加工歯車歯面のホーニング加工状態を考えると、初期ドレッシング時には砥石右歯面歯先側が被加工歯車歯元側を加工するときには必ず左歯面からの支持があるが、軸間距離2mm増大時には、左歯面の支持のない状態で被加工歯車歯元がホーニングされる。このため、砥石歯車の歯がたわみ、砥石圧力が不足し、被加工歯車歯元のホーニング加工量が減少する。その結果、図1に示したように総ドレス量が増すに従って、圧力角誤差が増すものと考えられる。

4. 砥石歯車の寿命延長法

4. 1 基本的な考え方

本研究では、初期ドレッシング時の軸角でドレッシングを繰り返したときに総ドレス量に限界があることの原因は砥石歯車の歯のたわみにあると考えている。

この考え方の妥当性は、次報⁽⁶⁾に示すように実験的に確かめられている。そこで本章では、総ドレス量を増やし、砥石歯車の寿命を延ばすための方法を考察する。この方法の基本的な考え方は、総ドレス量が増しても、砥石歯車右、左両歯面にあらわれる接触線交差位置が初期ドレッシング時のそれとおおよそ同じにすることである。いま、図7に示すように、初期ドレッシング時において被加工歯車が基準位置にあるときの接触線 $c-c$ 上で、歯幅中央の点を P とすると、点 P の座標 $\mathbf{r}_p$ ならびに歯面法線 $\mathbf{n}_p$ は、 $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}(u, v^*) = 0$ を満足する u を u^* として、式(8)で求められる。なお、 $\mathbf{k}$ は被加工歯車の軸方向の単位ベクトルである。

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{r}(u^*, v^*), \mathbf{n}_p = \mathbf{n}(u^*, v^*) \quad (8)$$

点 P と y 軸に対して対称な位置にある反対側歯面上の点 Q も同時に接触の条件を満足する(証明略)。よって、歯面に正対してみたとき、点 P は、右、左両歯面上の接触線の交差位置(図6の黒丸印)となる。

さて、砥石の切れ味が悪くなったとき、ドレスギヤを砥石歯車の歯みぞ側に追い込んでドレッシングを行う。この追い込み量 Δa は、砥石歯車軸とドレスギヤ軸の軸間距離増加量になる。ドレッシングした砥石歯

車でホーニング加工するとき、軸間距離が増しているため、基準位置において被加工歯車歯面上に新たな接触線 $c'-c'$ があらわれるが、このときも上述の点 P が接触点となるように軸角 δ' を定めることにすれば総ドレス量が増しても、砥石歯車右、左両歯面にあらわれる接触線位置は初期ドレッシング時のそれとおおよそ同じになる。よって、ドレッシング後のホーニング加工の際の砥石歯面のたわみ状態が初期ホーニング時の状態とほぼ等しくなるから、被加工歯車の歯形精度の変化も少なく、結果的に砥石寿命を延ばすことができる。 δ' は次のように計算できる。ドレッシング後の点 P における両者の相対速度 $\mathbf{w}_p$ は式(9)で表される。

$$\mathbf{w}_p = (\boldsymbol{\omega}_1 - \boldsymbol{\omega}_2) \times \mathbf{r}_p - \boldsymbol{\omega}_2 \times (a + \Delta a) \mathbf{j} \quad (9)$$

なお、式(9)で $\boldsymbol{\omega}_2$ は δ' の関数である。点 P における歯面法線 $\mathbf{n}_p$ が接触の条件 $\mathbf{n}_p \cdot \mathbf{w}_p = 0$ を満足するように新たな軸角 δ' を求める。具体的には式(10)より軸角 δ' が求められる。

$$\delta' = \sin^{-1} \left(\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{A}{B} \right)$$

$$A = n_x(y + a + \Delta a) - n_y \cdot x \quad (10)$$

$$B = n_y \cdot z - n_z(y + a + \Delta a)$$

$$C = I(n_x \cdot y - n_y \cdot x)$$

なお、式(10)において、点 P の位置ベクトルならびに歯面法線を $\mathbf{r}_p = (x, y, 0)$, $\mathbf{n}_p = (n_x, n_y, n_z)$ としている。また、砥石歯車軸と被加工歯車軸の回転比を $I = \omega_1 / \omega_2$ としている。

4.2 計算例

表1の諸元の歯車対について、式(10)に基づいて軸間距離増加量 Δa と軸角 δ' の関係を計算した。その結果を図8に示す。図9は図8中に黒丸印で示した状態 A, B, C において、被加工歯車歯面上にあらわれる接触線を示す。図中、太線が位置 A、中太線が B、細線が C の場合であり、実線が右歯面の接触線で、破線が左歯面のそれである。初期ドレッシング時と接触線の形がいくぶん異なっているが、基準位置から

$\pm 6^\circ$ 回ったときの左右両歯面の接触線の交差位置は歯たけ方向にそれほど移動しない。従って、砥石歯車の歯は常に反対側歯面の支持を受けながらホーニングすることになる。

Fig.7 Explanatory drawing of shaft angle determination method.

砥石歯車によるホーニング量はすべり速度とすべり角の影響を受けると考えられる。提案したドレッシング法を用いる場合、従来の固定軸角方式に比べ、ドレッシング毎のすべり速度ならびにすべり角(すべりの方向と接触線のなす角)の変化が大きい。そこで、本研究ではそれらも調べることにした。図10(a),(b),(c)は各々図8中に黒丸印で示した状態A,B,Cにおける砥石と被加工歯車のすべり速度とすべり角 ξ を示したものである。上段の数値が砥石軸を100rpmで回転したときのすべり速度を示しており、単位はm/minである。下段()内の数値が ξ を示している。 ξ は酒井の導いた式⁽⁶⁾を用いて以下のように求めることができる。ここに、 ω は被加工歯車と砥石歯車の相対角速度ベクトルである。 $\nabla \mathbf{n}$ は歯面法線の空間的変化率を表すアフィノールである。この計算法は文献(7)に譲る。

$$\sin^2 \xi = \frac{\{\mathbf{w} \cdot (\omega \times \mathbf{n} - \nabla \mathbf{n})\}^2}{\mathbf{w}^2 (\omega \times \mathbf{n} - \nabla \mathbf{n})^2} \quad (11)$$

Fig.8 Corssed axes angle

Fig.9 Contact lines

Fig.10 Geometric quantities

初期ドレッシング時の歯面上の各点におけるすべり角は、被加工歯車歯先部では歯底部より大きくなっている。円筒ホーニングにおけるいわゆる交差角に関する実験によれば、これが $40^\circ \sim 50^\circ$ のとき最も仕上量が大といわれている⁽⁸⁾が、本例の場合、すべり角の大きさから見て被加工歯車歯先部が歯底部に比べホーニングされやすいと考えられる。従って、砥石歯車の歯のたわみの他にすべり角の影響を考慮しなければならない場合も生じるであろう。また、軸角が小さくなるにつれすべり速度も減少する。必要なすべり速度が得られる限界軸角も実験を通じて把握しておく必要がある。

5. 結 言

内歯車形状の砥石を用いたギヤホーニングにおいて、軸角固定方式を用いた場合に生じる砥石短寿命の原因を食い違い軸歯車の観点から考察した。そして、これを解決するため、軸角変動方式を採用することを提案し、その軸角の決定法を示した。さらに、軸角変動方式を採用した場合、ドレッシング後のホーニング能率を左右すると思われる幾何学的諸量(すべり速度、すべり方向)がどのように変化するかについて調べた。提案した軸角変動方式について、加工実験を行った結果、砥石寿命が大幅に延びたが、これについては稿を改めて報告する⁽⁵⁾。

謝 辞

論文をまとめるにあたり、新潟大学工学部機械システム工学科田村久司教授に多くの貴重なご助言をいただいた。厚くお礼を申し上げる。

文 献

- (1) 福田・森脇・岡本・久保・浅野, 機構論, No.905-2(1990), 60-62
- (2) 森脇・久保・浅野, 機構論, No.940-30 (1994), 310-311
- (3) Moriawaki, I., Kubo, A., and Asano, S., Design of Internally Toothed Hone for Fassler Gear Honing, Machine Elements(Proceedings of the First China/Japan International Symposium on Machine Elements), Vol.1,(1993),261.
- (4) 石川, 機械要素, (昭51), 173, コロナ社
- (5) 郡原・他4名, 機論, 69-679, C(2003), 727-731.
- (6) 成瀬編, 歯車の研究, (昭35), 131, 養賢堂
- (7) 田村・酒井・牧, 機論, 46-402 (昭55), 179
- (8) 竹中, 研削加工, (昭43), 173, 誠文堂新光社