分散粒子のクラスタ形成を考慮した MR 流体の透磁率の算定*

白石 俊彦^{*1}, 清田 剛史^{*2}, 森下 信^{*3}

Estimation of Permeability in MR Fluid Considering Cluster Formation of Particles

Toshihiko SHIRAISHI, Takashi KIYOTA and Shin MORISHITA^{*4}^{*4} Graduate School of Environment and Information Sciences, Yokohama National University,
79-7 Tokiwadai, Hodogaya-ku, Yokohama-shi, Kanagawa, 240-8501 Japan

Magnetorheological (MR) fluid can vary the rheological characteristics according to applied magnetic field strength and has been applied to various kinds of devices such as dampers, clutches, etc. In the design of these devices, magnetic analysis is generally carried out to verify their performance. Though the permeability of MR fluid should be estimated beforehand in the analysis, it cannot be given uniquely because MR fluid is a particle-dispersed system and the particles form clusters under a magnetic field. In this study, the cluster formation of the particles was modeled and simulated by Cellular Automata. Cellular Automata is known as a class of discrete modeling techniques in which the whole phenomena of the system emerge through the local interaction among state variables defined on each cell. On the basis of the simulation results, magnetic analysis was carried out to obtain the equivalent permeability of MR fluid considering the cluster formation. It was shown that the permeability might be estimated from the iron content in MR fluid.

Key Words: Modeling, Numerical Analysis, Finite Element Method, Magnetorheological Fluid, Permeability, Cluster Formation, Cellular Automata, Magnetic Analysis

1. 結 言

MR流体は磁場を加えることによって見かけ上その粘性を可逆的に変化させることができる機能性流体である。その特徴を生かして、ダンパやクラッチ等に適用されこれらの装置に可変機構を付加している⁽¹⁾。その際、装置の内部に形成される磁気回路の良し悪しが可変機構の性能に大きく影響するため、所望の磁気回路が形成されているかどうかを磁場解析を行って検証するのが一般的である。しかし、MR流体は粒子分散系の流体であり、加えられた磁場によって分散粒子がクラスタを形成してその内部構造が変化するため、従来はMR流体の等価な透磁率を与えることができず、磁場解析の精度は必ずしも高くない。

本研究では、セルオートマトンと呼ばれる離散的モ

デル化手法を用いてMR流体中の分散粒子のクラスタ形成についてモデル化し、シミュレーションを行った。次に、MR流体の特性を測定する回転粘度計を例としてとりあげ、分散粒子のクラスタ形成を考慮してその磁場解析を行った。さらに、その結果からMR流体の等価な透磁率の算定を行った。

2. MR効果のメカニズム

MR流体は、磁場の無い状態では、ニュートン流体に近い振る舞いをするが、外部から磁場が加えられると、磁場の大きさにより降伏せん断応力が変化しビンガム流体としての性質を持つ。MR流体に外部から磁場が加えられると、図1に示す顕微鏡写真のように粒子各々が磁化されて磁場方向に鎖状のクラスタを形成する。さらに、外部から加えられる変形や流れによりクラスタが崩壊し、そのときの粒子間の摩擦力により降伏せん断応力の変化が現れるとされている。

MR流体は降伏せん断応力の変化が大きく、磁場の大きさが250 kA/mの下で100 kPa程度生ずるものもある。使用温度は-40 ~ +150 °C程度、応答速度は数 ms程度

* 原稿受付 2002年5月28日。

^{*1} 正員, 横浜国立大学大学院工学研究科学生。^{*2} 横浜国立大学大学院工学研究科学生。^{*3} 正員, 横浜国立大学大学院環境情報研究院(〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-7)。

E-mail: mshin@ynu.ac.jp

とされる。

3. 分散粒子の運動方程式

分散粒子の運動方程式は、粒子の質量を m^{mass} 、粒子の位置を $\mathbf{r}_i$ 、粒子に作用する力を $\mathbf{F}_i^{ext}$ とすると次のように書くことができる。

$$m^{mass} \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{F}_i^{ext} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{F}_i^{ext}$ を求める必要があり、 $\mathbf{F}_i^{ext}$ として考えられる力には次のようなものが挙げられる。

- (a) 分散媒が粒子に対してブラウン運動を引き起こす力
- (b) 分極した他の粒子から受ける磁氣的な力
- (c) MR 流体を取り囲む壁面から受ける磁氣的な力
- (d) 粒子が分散媒中を移動する際に受ける流体抵抗力
- (e) 他の粒子から受ける接触力
- (f) 壁面から受ける接触力

分散粒子はその周囲に接触する粒子がない場合には (a), (b), (c) による力を受けることにより分散媒中を移動し、その際分散媒から受ける流体抵抗力 (d) を考慮することにより粒子の速度が決定される。粒子の周囲に接触する粒子がある場合には、セルオートマトンにより接触力を受けるかどうかの判定および接触力を考慮した粒子の速度の決定を行う。(e), (f) の接触力の取り扱いについては 4.2 節で詳しく説明する。

まず (a) のブラウン運動を引き起こす力に関してオーダーを検討したところ、本シミュレーション条件の場合には十分に小さく無視することができる。(b) の分極した他の粒子から受ける磁氣的な力は、粒子 i, j 間の磁氣的相互作用に基づいた粒子 j が粒子 i に作用する力 $\mathbf{F}_{ij}$ として次のように表すことができる。

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{3}{4\pi\mu_f\mu_0} \left\{ m^2 \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^5} - 5(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}_{ij}) \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^7} + 2(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}_{ij}) \mathbf{m} \frac{1}{r_{ij}^5} \right\} \quad (2)$$

$$\mathbf{m} = 4\pi\mu_f\mu_0 \left(\frac{\mu_p - \mu_f}{\mu_p + 2\mu_f} \right) a^3 \mathbf{H} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{r}_{ij}$ は粒子 j から i に向かう位置ベクトル、 $\mathbf{m}$ は

粒子が持つ磁気双極子モーメント、 μ_p は粒子の比透磁率、 μ_f は分散媒の比透磁率、 μ_0 は真空の透磁率、 a は粒子半径、 $\mathbf{H}$ は磁場である。よって、他のすべての粒子から粒子 i に作用する磁氣的な力 $\mathbf{F}_i$ は次のようになる。

$$\mathbf{F}_i = \sum_{j(i \neq j)} \mathbf{F}_{ij} \quad (4)$$

(c) で示した壁面から受ける磁氣的な力は、壁面を挟んでの粒子の鏡像を考えれば、(b) と同様に分極した他の粒子から受ける磁氣的な力として求めることができ、式 (2) に内包できる。さらに、(d) の粒子が粘度 η の分散媒中を速度 $\mathbf{v}_i$ で移動するときに受ける流体抵抗力 $\mathbf{F}_i^{fluid}$ はストークスの抵抗法則として次のように表される。

$$\mathbf{F}_i^{fluid} = -6\pi\eta a \mathbf{v}_i \quad (5)$$

以上 (a) ~ (d) および (e), (f) の接触力 $\mathbf{N}_i$ より分散粒子に作用する力 $\mathbf{F}_i^{ext}$ が求まり、分散粒子の運動方程式は次のように表される。

$$m^{mass} \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = \mathbf{F}_i^{ext} = \mathbf{F}_i - 6\pi\eta a \mathbf{v}_i + \mathbf{N}_i \quad (6)$$

本シミュレーション条件においてオーダーを検討したところ、式 (6) の慣性項を省略することができ、最終的に次のようになる。

$$\mathbf{v}_i = \frac{\mathbf{F}_i + \mathbf{N}_i}{6\pi\eta a} \quad (7)$$

以上の説明では粒子の並進運動のみを考えており、回転運動は考慮していない。粒子が回転することにより、粒子の姿勢、磁気双極子モーメントの向きおよび周囲の流れ場が変化する。しかし、粒子の形状は球状であるため、回転による姿勢の変化はない。また、磁場を加えた後では MR 流体中の粒子の分極の方向は常に磁場方向であるので、粒子の磁気双極子モーメントの方向は回転によって変化することはないと考えられる。さらに、周囲の流れ場は粒子の並進および回転運動によって変化するが、ここでは無視することとした。

4. CA によるクラスタ形成シミュレーション

セルオートマトン (Cellular Automata, CA) は情報伝達のモデル化手法として 1940 年代に von Neumann 等により開発され、現在では様々な現象をモデル化できることが示されている⁽³⁾。多粒子の流れをモデル化する手法には離散要素法が知られているが、シミュレーションに多大な時間を必要とされ実用的ではない。

(a) Without a magnetic field (b) With a magnetic field

Fig. 1 Microscopic photograph of MR fluid⁽²⁾

CAによりシミュレーション空間そのものを離散化して、接触状態を離散的に判別することで、大幅なシミュレーション時間の短縮が可能となる。

4・1 空間の分割・状態量の定義 本シミュレーションでは、クラスタの生成過程を2次元CAを用いて再現する。まず、シミュレーション空間を正三角形格子で分割し、各格子点にセルを設定する。次に各セルに離散的状态量として、分散粒子、分散媒、MR流体を取り囲む構造物（壁）の3つの状態を定義する。各セルはこの3つの状態のいずれかをとりものとする。

図2に示すように、分散粒子は格子点を連結して正六角形をつくり、正六角形で囲まれた複数のセルで1つの粒子を表す。粒子の直径のセル数 d_{cell} を大きくすることにより、1つの粒子を1つのセルで表す場合に比べ、粒子の配列および運動の格子方向依存性を軽減することができる。壁をシミュレーション空間の鉛直方向の両端に配置し、分散粒子、壁以外のセルには分散媒が存在する。

4・2 局所近傍則の設定 式(7)の運動方程式の右辺で接触力 N_i が未知数である。ある注目粒子に作用する接触力を求めるためには、さらにその注目粒子に接触している粒子に作用する接触力を求める必要がある。しかも、接触粒子の位置により接触力は様々な方向から作用する。このように考えると、1つの粒子に作用する接触力を求めるためには、周囲で接触しているすべての粒子からの接触力の複雑な伝達経路を考えなければならない。そこで、接触力の伝達経路を近傍セル方向である3方向に限定して、複雑な接触力の伝達経路の中から注目粒子に与える影響が大きいもののみを考える。これにより、伝達経路の単純化を図る。具体的には、式(7)で接触力 $N_i = 0$ とおき磁気的な力のみが作用する場合の各粒子の速度 v_i を求め、その速度を接触粒子が存在する近傍セル方向に分解し、各方向について注目粒子と接触粒子との速度の大小関係を比較することにより

Fig. 2 Simulation area and state variables

Fig. 3 Decomposition of velocity of a particle

接触力を求め、接触力を考慮した注目粒子の速度 v'_i を決定する。

まず、速度 v_i を近傍セル方向に分解する。速度の分解方向は、接触粒子の位置と速度の向きとの関係によって図3のような3つの場合に分けることができる。すなわち、

- (a) 速度方向に粒子がない場合
- (b) 速度方向に1つの粒子がある場合
- (c) 速度方向に2つの粒子がある場合

(a)の場合には、 v_i の向きに近い2つの方向に v_i を分解する。(b)の場合には、接触粒子が存在する方向とそれに垂直な方向とに v_i を分解し、さらに垂直方向成分は向きに近い2つの方向に分解する。(c)の場合には、接触粒子が存在する2つの方向に v_i を分解する。

次に、シミュレーション空間の上方にある粒子から順に左下、下、右下の各方向について速度の大小関係を比較することにより各粒子に作用する接触力を求め、接触力を考慮した粒子の速度を算出する。例として図4のように粒子が下方向に i, j, k と接触している場合を考える。粒子の速度を分解したときの下方向成分がそれぞれ v_{Di}, v_{Dj}, v_{Dk} であるとし、速度および力の正の方向を下方向とする。まず、粒子 i, j に注目すると、 v_{Di} の方が v_{Dj} より大きいので、粒子 i, j 間に接触力が作用する。式(7)よりMR流体中では外力が作用していないと粒子の速度は0となるので、接触粒子間で跳ね返りではなく、粒子どうしは一体となって移動することになり、接触力を考慮した後の粒子 i, j の速度 v'_{Di}, v'_{Dj} は

Fig. 4 Calculation of velocity of a particle considering contact force

等しくなる。よって、式(7)および i, j 間の接触力に關する作用反作用の法則より $\mathbf{v}'_{Di}, \mathbf{v}'_{Dj}$ は次のように求まる。

$$\mathbf{v}'_{Di} = \mathbf{v}'_{Dj} = \frac{\mathbf{F}_i + \mathbf{N}_i}{6\pi\eta a} = \frac{\mathbf{F}_i + \frac{\mathbf{F}_j - \mathbf{F}_i}{2}}{6\pi\eta a} = \frac{\mathbf{v}_{Di} + \mathbf{v}_{Dj}}{2} \quad (8)$$

次に、速度 $\mathbf{v}'_{Di} (= \mathbf{v}'_{Dj})$ で一体となって移動する粒子 i, j とその下にある粒子 k とに注目すると、 $\mathbf{v}'_{Di} (= \mathbf{v}'_{Dj})$ の方が $\mathbf{v}_{Dk}$ より小さいので、粒子 i, j は粒子 k に接触力を与えず、一体となって移動しない。このようにして3つの近傍セル方向についてそれぞれ $\mathbf{v}'_{Di}, \mathbf{v}'_{Li}, \mathbf{v}'_{Ri}$ が求められるので、接触力を考慮した粒子の速度 $\mathbf{v}'_i$ は次式から得られる。

$$\mathbf{v}'_i = \mathbf{v}'_{Di} + \mathbf{v}'_{Li} + \mathbf{v}'_{Ri} \quad (9)$$

4.3 遷移則の設定 前節で求めた粒子速度に基づいて、粒子の移動について考える。時間刻み Δt の間に1セル間隔移動する場合の粒子の速度を v_c とし、この v_c を粒子が移動するかしないかの基準となる速度とすると、次の条件を満たす場合に粒子 i は移動する可能性があるとし、それ以外の場合には移動しないとする。

$$|\mathbf{v}'_i| \geq \text{random}(0 \sim v_c = \frac{2a/d_{cell}}{\Delta t} = \frac{2a}{d_{cell}\Delta t}) \quad (10)$$

この条件を満たした粒子については $\mathbf{v}'_i$ の向きに近い2つの近傍セルを移動先の候補として考える。このとき、 $\mathbf{v}'_i$ の向きにより近い近傍セルに粒子が移動しやすくなるように、重みをつけた乱数を用いて2つのうち1つを選び移動先セルとする。

移動先セルの状態には、壁、分散媒、分散粒子の3種類があり、それぞれの場合の粒子の移動は次のようになる。

- (a) 移動先セルが壁の場合： 粒子は移動しない。
- (b) 移動先セルが分散媒の場合： 移動先セルへ移動しようとしている粒子がただ1つの場合には、その粒子は移動する。移動先セルへ複数の粒子が移動しようとしている場合には、 $\mathbf{v}'_i$ の大きさが最も大きい粒子のみが移動する。
- (c) 移動先セルが分散粒子の場合： 注目粒子が移動するためには、移動先セルにある粒子が移動することが必要条件である。これに加えて移動先セルへ移動しようとしている粒子が1つの場合には注目粒子は移動し、移動先セルへ複数の粒子が移動しようとしている場合でかつ注目粒子の $\mathbf{v}'_i$ の大きさが最も大きい場合には注目粒子のみが移動する。

4.4 計算条件および結果 図2に示したように

シミュレーション空間は2次元系で、分散粒子と分散媒が存在する部分と、鉛直方向の両端にある構造物(壁)から構成されている。水平方向の境界条件は周期境界条件である。粒子半径 $a = 10 \mu\text{m}$ 、粒子の比透磁率 $\mu_p = 2300$ 、分散媒の比透磁率 $\mu_f = 1$ 、粘度 $\eta = 0.01 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、時間刻み $\Delta t = 2 \times 10^{-5} \text{ s}$ 、粒子の直径のセル数 $d_{cell} = 7$ 、壁と壁の隙間 0.92 mm 、壁の奥行き $2a = 20 \mu\text{m}$ とし、初期条件では粒子は乱数を用いてセル上にランダムに配置した。

図5にシミュレーション結果の一例を示す。時間を追って結果を示してあるが、短い鎖状のクラスタが最初に形成され、その後時間が経つにつれてそれらのクラスタがさらに凝集して太く、長くなる様子がわかる。磁場を加えてから0.2 s後の結果は、図1(b)の顕微鏡写真と定性的に一致していることがわかる。パーソナルコンピュータ (CPU: Intel celeron processor 333 MHz, OS: Linux) を用いてシミュレーションを行った場合の計算時間は、図5(c)のクラスタ構造を得るのに各時間刻みで粒子の挙動の描画を行った場合でも3分程度である。

5. 回転粘度計の磁場解析

解析対象としてMR流体のレオロジー特性を測定するための回転粘度計を選択し、汎用有限要素法プログラム「ANSYS」を用いて磁場解析を行った。図6に回転粘度計の主な寸法と材質について示した。この形状の中で重要なのは、鉄どうしに挟まれた幅20 mm、間隔1 mmのギャップ部分である。コイルに電流を流すことによって内円筒と外円筒とのギャップ部分にクラスタが生じ、流体の降伏応力が変化し、見かけ上粘度が変化する。

5.1 クラスタ部分の取り扱い クラスタ構造を考慮したMR流体を有限要素法に取り入れる方法を考える。CAによるシミュレーションは約1 mm × 1 mmの領域で行ったので、この領域を20個分並べて配置することでギャップ部分の幅20 mmを表現した。しかし、クラスタ部分の粒子をそのままの形状でモデル化すると、MR流体中の粒子の体積濃度が37.5 vol.%のときにギャップ部分に存在する粒子の総数が5万個程度とな

Fig. 5 Simulation results of cluster formation

Fig. 6 Schematic view of the viscometer

Fig. 8 Meshing of the viscometer

Fig. 7 Meshing of the gap in the viscometer

り、それをそれぞれ配置し、さらに粒子ごとにメッシュを切るとそれだけで相当の要素数を必要とする。そのまま解析を行うことは計算の負担が過大になるので、ギャップ部分にできるクラスタ形状を短冊状の要素に置き換えることで簡略化した。図7はクラスタを近似的な短冊状の要素で分割する様子を示したものである。

解析に必要なパラメータとして、真空の比透磁率1、真鍮の比透磁率1、シリコン油の比透磁率1、コイルの比透磁率1とした。また、コイル部分の電流密度は電流1 Aを想定した場合それをコイル面積で割ることによって 6.25×10^6 A/m²とした。回転粘度計全体の要素分割の様子を図8に示す。今回の解析では節点数15992、要素数15935で行っている。

5.2 磁場解析結果 回転粘度計にMR流体を満たした場合の磁束線図を図9に、そのときのギャップ部分の中央にあたる位置の磁場の大きさおよび磁束密度を図10に示す。図11, 12は比較のために回転粘度計にシリコン油を満たした場合の磁束線図と磁場の大きさおよび磁束密度である。ギャップ壁面に対して垂直方向の磁束密度、磁場の大きさを B_x , H_x とおき、粘度計の回転軸方向のものを B_y , H_y と表している。

これらの図より、回転粘度計に満たす流体によって解析結果は大きく異なり、MR流体を応用したデバイスに対して磁場解析を行う際にはそのクラスタ構造まで考慮する必要があることがわかる。磁束線図を比較すると、クラスタを形成した場合にはギャップ部分に磁束線が集中して通るようになり、磁束の漏れが少なく、

効率的な磁気回路が得られている。磁場の大きさ H と磁束密度 B の x , y 成分それぞれを比較すると、例えばMR流体の方で見ると、 H の x 成分の平均値は y 成分の平均値に比べ約15倍、 B の x 成分の平均値は y 成分の平均値に比べ約1250倍と明らかに x 成分の値が大きくなっている。また、クラスタは磁場の方向に形成されるため、クラスタを考慮した等価な透磁率を見出すという観点からもギャップ壁面に対して垂直に入る磁束が重要であると考え、 B_x と H_x の値を用いて等価な透磁率を算出することとした。

6. 等価な透磁率の算出

回転粘度計でクラスタの形成が行われるギャップ部分において、垂直方向の成分 B_x , H_x を用いて等価な透磁率を導く。コイルに電流を流すと、それによって回転粘度計内に磁気回路が形成され、ギャップ部分にクラスタが形成される。そのクラスタを考慮した透磁率を求めるために、ギャップ部分の B_x と H_x の平均値を代表的な値と考え、コイルに流す電流値を変化させながら、 B_x と H_x の値を求めることによってB-H曲線を作成して等価な透磁率を算出した。得られたB-H曲線を図13に示す。この図より得られるB-H曲線の傾きが求める等価な透磁率であり、これによって外部磁場に対して非線形性をもつ、クラスタを考慮したMR流体の等価な透磁率を算出することが可能となる。なお図13のMR流体のB-H曲線を得る際には、電流値の変化に関わらず図7で分割された要素を共通にして計算している。電流値の変化にともなうクラスタ構造が変化するが、本解析対象では電流値が0.2 A以上ではクラスタ構造があまり変化しなくなる。よって、電流値が0.2 Aに対応する磁場の大きさ $H_x = 63$ A/m程度以上では、図7の分割要素を共通にして計算した場合でも、図13のMR流体のB-H曲線は精度よく計算されることが考えられる。

図13にはMR流体中の分散粒子の主成分である鉄のB-H曲線および分散粒子の体積濃度37.5 vol.%を考慮して、

$$B_x^{\phi}(H_x) = \phi B_x^{Fe}(H_x) \quad (11)$$

より算出したB-H曲線を同時に示してある。式(11)では、ある磁場の大きさ H_x におけるMR流体の磁束密度 B_x^{ϕ} は、同じ磁場の大きさ H_x における鉄の磁束密度 B_x^{Fe} に粒子の体積濃度 ϕ をかけたものに等しいということを表している。この図より、粒子濃度からMR流体の等価な透磁率をある程度推定できることがわかる。特に磁場の小さい領域と大きい領域ではB-H曲線がよく一致しており、磁気特性として重要な初透磁率と飽和磁束

Fig. 9 Magnetic flux lines on filling the viscometer with MR fluid

Fig. 10 Magnetic field strength and flux density in the gap area filled with MR fluid

密度を算出可能であることがわかる。このことからMR流体を応用したデバイスの磁場解析を行う際には、鉄のB-H曲線をもとにその粒子濃度にしたがって算出したB-H曲線を解析条件として与えることによって簡易的にはあるが、ある程度の精度を有する結果が得られることが予想される。

7. 結 言

本研究では、まずMR流体中の分散粒子のクラスタ形成についてモデル化し、シミュレーションを行った。セルオートマトンを用いることにより短時間でシミュレーションが可能であることを示した。次に、MR流体の特性を測定する回転粘度計を例としてとりあげ、その磁場解析を行うことによって分散粒子のクラスタ形成を考慮した場合としない場合とでは解析結果が大きく異なることを示した。さらに、磁場解析の結果をもとにMR流体の等価な透磁率の算定を行った。その結果、B-H曲線を描くことでMR流体の透磁率を示し、また粒子濃度からMR流体の等価な透磁率をある程度推定できることを示した。

Fig. 11 Magnetic flux lines on filling the viscometer with silicone oil

Fig. 12 Magnetic field strength and flux density in the gap area filled with silicone oil

Fig. 13 B-H curve considering the cluster structures and that estimated from the iron content

文 献

- (1) Carlson, J. D., et. al., Commercial Magnetorheological Fluid Devices, *Proc. 5th Int. Conf. on ER Fluids, MR Suspensions and Associated Technology*, (1996), 20-28.
- (2) Klingenberg, D. J., Magnetorheology: Applications and Challenges, *AICHE J.*, **47**-2(2001), 246-249.
- (3) Von Neumann, J. and Burks, A. W., *Theory of Self-Reproducing Automata*, (1966), 29-87, Univ. of Illinois Press.