安定性を考慮した移動マニピュレータの軌道計画*

古野 誠 治^{*1}, 山 本 元 司^{*2}, 毛 利 彰^{*2}

Trajectory Planning of Mobile Manipulator with Stability Considerations

Seiji FURUNO^{*3}, Motoji YAMAMOTO and Akira MOHRI^{*3} Department of Intelligent Machinery and Systems, Kyushu University,
6-10-1 Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka-shi, Fukuoka, 812-8581 Japan

In this paper, a problem of trajectory planning for a mobile manipulator with stability considerations is presented. We derive the dynamics of the mobile manipulator considering it as the combined system of the manipulator and the mobile platform. As a measure for the system stability, a ZMP criterion is used. The planning problem is formulated as an optimal control problem with some constraints. To solve the problem, we use a hierarchical gradient method which synthesizes the gradient function in a hierarchical manner based on the order of priority. The simulation results of the 2-link planar nonholonomic mobile manipulator are given to show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key Words: Trajectory Planning, Mobile Manipulator, ZMP, Hierarchical Gradient Method

1. は じ め に

移動マニピュレータは、移動ロボットにマニピュレータを搭載したロボットシステムで、固定されたマニピュレータよりも広い空間での作業が可能である。その有用性から、近年多くの研究が移動マニピュレータを取り扱っており、動作制御、運動計画、協調作業に関する研究が報告されている。これら移動マニピュレータの研究で問題となるのが、移動ロボットとマニピュレータの動的な干渉と安定性維持である。

Yamamoto らは移動体部とマニピュレータ部相互の干渉を補償して手先の目標軌道に追従する制御手法⁽¹⁾を、栗栖らは与えられた手先の目標軌道を満足する台車の軌道計画法および制御手法を提案している⁽²⁾。Desai らは2台の移動マニピュレータが協調して作業を行う場合に相互干渉を考慮した軌道計画法を提案している⁽³⁾。

しかし、これらの研究はシステムの安定性については論じていない。移動マニピュレータは、構造上不安定なシステムのため、マニピュレータによる作業を行う場合や高速で移動する場合には転倒の恐れがある。したがって、移動マニピュレータの安定性維持を考慮することは非常に重要である。

この移動マニピュレータの安定性を考慮した研究として、黄らはZMP規範を用いた安定化制御を行っている⁽⁴⁾。彼らは、手先の軌道があらかじめ与えられた場合に、まずヴィークルの経路を求め、その経路に沿う軌道をヴィークルの動特性、マニピュレータの作業範囲、システムの安定性から導出し、次に安定性と作業性を考慮したマニピュレータの姿勢変化を求めている。しかし、実際にはヴィークルとマニピュレータの動作は相互に影響しあうため、それぞれを分離して考えるよりは結合したシステムとして考える方が望ましい。

そこで本論文では、移動マニピュレータを移動ロボットとマニピュレータが結合したシステムとして導出した相互干渉を含む動力学式に基づき、安定性維持と手先経路追従作業の遂行を目的とした軌道計画法を提案する。その際の安定規範として、黄らが提案した安定領域とZMPの関係を用いる⁽⁴⁾。提案する軌道計画法は、手先の目標経路が与えられたときに、経路追従と安定性維持を同時に満足する軌道を求めるもので、制約条件付きの最適制御問題として定式化し、その数値解法として階層勾配法⁽⁵⁾を用い軌道を求める。

本論文は以下の構成をとる。第2章で移動マニピュレータの動力学式の導出について、第3章では検討する軌道計画問題について述べ、第4章で軌道計画問題を最適制御問題として定式化する。第5章では数値計算法として用いた階層勾配法について説明し、第6章でシミュレーション結果を示す。

* 原稿受付 2002年7月15日。

^{*1} 正員, 九州大学大学院工学府知能機械システム専攻博士課程
(〒812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)。^{*2} 正員, 九州大学大学院工学研究院。

E-mail: furuno@sc.mech.kyushu-u.ac.jp

Fig. 1 Mobile manipulator

2. 動力学式の導出

本章では、図1に示すような2輪独立駆動型移動ロボットに2リンクのスカラ型マニピュレータを搭載した移動マニピュレータの動力学式を導出する。ただし、移動マニピュレータは平面作業型で車輪はすべりを生じないと仮定する。まず、一般化座標ベクトル q と一般化力ベクトル F を次のように定義する。

$$q = (x, y, \theta, \phi_r, \phi_l, \theta_1, \theta_2)^T \quad (1)$$

$$F = (0, 0, 0, \tau_{\phi_r}, \tau_{\phi_l}, \tau_{\theta_1}, \tau_{\theta_2})^T \quad (2)$$

ただし、 x, y, θ は移動ロボットの重心座標と傾き角、 ϕ_r, ϕ_l は車輪の回転角、 θ_1, θ_2 は関節の回転角、 $\tau_{\phi_r}, \tau_{\phi_l}, \tau_{\theta_1}, \tau_{\theta_2}$ は車輪と関節の入力トルクである。これら q, F を用いると移動マニピュレータの運動方程式は次式で表される。

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = F \quad (3)$$

ここで、 $M(q)$ は慣性行列、 $C(q, \dot{q})$ は遠心・コリオリ力ベクトルである。

次に、移動ロボットには次式で表される運動学的拘束が課せられる。

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (4)$$

ここで式(3)の運動方程式と式(4)の拘束条件式を同時に満足する動力学式を求めると

$$\begin{aligned} \dot{q}_r &= B_r(q_r)\dot{q}_2 \\ \dot{q}_2 &= (B^T(q_r)M(q_r)B(q_r))^{-1}B^T(q_r) \\ &\quad \times (F - C(q_r, \dot{q}_r) - M(q_r)\dot{B}(q_r)\dot{q}_2) \end{aligned} \quad (5)$$

となる。ここで、 $q_2 = (\phi_r, \phi_l, \theta_1, \theta_2)^T$ 、 $B(q_r)$ は $AB=0$ を満足する行列、 $B_r(q_r)$ は $B(q_r)$ の次元を落としたも

Fig. 2 Trajectory planning problem

のである。なお、車輪の回転角は考慮しなくてよいので q を $q_r = (x, y, \theta, \theta_1, \theta_2)^T$ と置き換えている。

3. 軌道計画問題

本論文では、図2に示すように、初期状態(姿勢と速度)と終端状態(手先座標と速度)および手先の目標経路が与えられた場合に、安定性を維持しながら手先経路追従作業を遂行する軌道を計画する方法について述べる。以下に、この軌道計画問題に課せられる制約条件および評価関数について述べる。

3.1 境界条件 q_{ri}, q_{2i} を初期状態、 q_{ef}, q_{2f} を終端状態とすると、境界条件は次式で表される。

$$q_r(0) = q_{ri} \quad \dot{q}_2(0) = \dot{q}_{2i} \quad (6)$$

$$q_e(t_f) = q_{ef} \quad \dot{q}_2(t_f) = \dot{q}_{2f} \quad (7)$$

ただし、 t_f は終端時刻、 q_e は手先座標ベクトルで図1の関係より次式のように表される。

$$q_e = (x_e, y_e)^T \quad (8)$$

$$x_e = x + l_1 \cos(\theta + \theta_1) + l_2 \cos(\theta + \theta_1 + \theta_2) \quad (9)$$

$$y_e = y + l_1 \sin(\theta + \theta_1) + l_2 \sin(\theta + \theta_1 + \theta_2) \quad (10)$$

3.2 手先の制約 手先の目標経路が $g_e(x, y) = 0$ で与えられるときに、手先が常に経路上にあるための制約条件は次式であらわされる。

$$g_e(x_e, y_e) = 0 \quad (11)$$

なお、初期状態と終端状態は手先の制約式(11)を満足しなければならない。

3.3 ZMP制約 移動マニピュレータの安定性を考慮するために、黄らが提案したZMP(Zero Moment Point)に基づいた安定領域の概念⁽⁴⁾を用いる。まず、ZMP、安定領域、安定度について述べ、これらを用いて制約条件を定式化する。

Fig. 3 Stable region

Fig. 4 Stability degree

3.3.1 ZMP ZMPは、ロボットの各部材の重力によるモーメント、慣性力によるモーメント、外力モーメントの総和がゼロになる点である。移動マニピュレータの作業が平面内で外力が作用しない場合のZMP(x_{zmp} , y_{zmp})は次式で与えられる。

$$x_{zmp} = \frac{\sum_{i=0}^2 m_i x_i g - \sum_{i=0}^2 m_i \ddot{x}_i z_i}{\sum_{i=0}^2 m_i g} \quad (12)$$

$$y_{zmp} = \frac{\sum_{i=0}^2 m_i y_i g - \sum_{i=0}^2 m_i \ddot{y}_i z_i}{\sum_{i=0}^2 m_i g} \quad (13)$$

ここで、 m_i は質量、 x_i , y_i , z_i は重心座標、 $\ddot{x}_i$, $\ddot{y}_i$ は重心の加速度、 g は重力加速度である。また、添え字 i は各部材を表しており、 $i=0$ は車体、 $i=1$ は第1リンク、 $i=2$ は第2リンクである。

3.3.2 安定領域 移動マニピュレータが常に安定であるためには、ZMPが安定領域内に存在しなければならない⁽⁴⁾。安定領域とは車体と接地面が形成する支持多角形で、本論文では車輪と補助輪の位置関係で表す。例えば、2輪型の移動ロボットに2つの補助輪を前後の位置に付けた場合の安定領域は、それらを結ぶ四角形となる(図3(a)参照)。ただし、ここでは簡単のため安定領域を四角形に内接する円として取り扱う(図3(b)参照)。

3.3.3 安定度 次に、安定の度合いを表す安定度を定義する。まず、安定領域を中心座標が $P_c(x, y)$ で

半径 r_{za} の円、 $P_c(x, y)$ から ZMP(x_{zmp}, y_{zmp}) までの距離を d_{zmp} と定義する(図(4)参照)。 d_{zmp} は次式で表される。

$$d_{zmp} = \sqrt{(x_{zmp} - x)^2 + (y_{zmp} - y)^2} \quad (14)$$

このとき、安定度 h_z を次式のように定義する。

$$h_z = r_{za} - d_{zmp} \quad (15)$$

移動マニピュレータが常に安定であるためには、式(15)が非負の値を取らなければならない。したがって、安定性維持のための制約条件は次式で表される。

$$h_z \geq 0 \quad (16)$$

3.4 評価関数 車輪と関節の駆動トルクを小さくすることを考え、評価関数を次式のように定義する。

$$P = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \mathbf{F}^T \mathbf{W} \mathbf{F} dt \quad (17)$$

$\mathbf{W}$ は重み行列である。

4. 最適制御問題

本章では、2章で導出した動力学式(5)、3章で定義した制約条件(11)、(16)、評価関数(17)からなる軌道計画問題を最適制御問題として定式化する。

まず、状態変数ベクトル $\mathbf{x}$ と制御変数ベクトル $\mathbf{u}$ を次のように定義する。

$$\mathbf{x} = (x, y, \theta, \theta_1, \theta_2, \dot{\phi}_r, \dot{\phi}_l, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)^T \quad (18)$$

$$\mathbf{u} = (\tau_{\phi_r}, \tau_{\phi_l}, \tau_{\theta_1}, \tau_{\theta_2})^T \quad (19)$$

すると、動力学式(5)は次の状態方程式として表すことができる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}); \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (20)$$

ただし、 $\mathbf{x}_0$ は初期状態である。次に、ベクトル $\mathbf{x}_e$ を次のように定義する。

$$\mathbf{x}_e = (x_e, y_e, \dot{\phi}_r, \dot{\phi}_l, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)^T \quad (21)$$

そして $\mathbf{x}_{ed}$ を目標状態とすると、軌道の終端($t = t_f$)における拘束条件は次式のように表される。

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{x}_e(t_f) - \mathbf{x}_{ed} = 0 \quad (22)$$

次に、手先の制約式(11)とZMP制約式(16)は状態変数ベクトル $\mathbf{x}$ を用いて次式のように表すことができる。

$$g_e(\mathbf{x}(t)) = 0 \quad (23)$$

$$h_z(\mathbf{x}(t)) \geq 0 \quad (24)$$

式 (23), 式 (24) を全区間 $0 \leq t \leq t_f$ で満足するためには次式が成り立たなければならない。

$$r_e = \int_0^{t_f} c_e(\mathbf{x}(t)) dt = 0 \quad (25)$$

$$r_z = \int_0^{t_f} c_z(\mathbf{x}(t)) dt = 0 \quad (26)$$

ここで, $c_e(\mathbf{x}(t)), c_z(\mathbf{x}(t))$ は制約条件を満足しない場合に正の値をとるペナルティ関数で次式で表される。

$$c_e(\mathbf{x}(t)) = (g_e(\mathbf{x}))^2 \quad (27)$$

$$c_z(\mathbf{x}(t)) = \begin{cases} (h_z(\mathbf{x}))^2 > 0 & \text{if } h_z(\mathbf{x}) < 0 \\ 0 & \text{if } h_z(\mathbf{x}) \geq 0 \end{cases} \quad (28)$$

評価関数は, 式 (17) より制御変数ベクトル $\mathbf{u}$ を用いて次式のように定義する。

$$p = \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt \quad (29)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \mathbf{u}^T \mathbf{W}_p \mathbf{u} dt \quad (30)$$

ただし, $\mathbf{W}_p$ は重み行列である。

5. 数 値 計 算 法

5.1 階層勾配法 本研究では, 前章で定式化した最適制御問題を岩村らの提案した階層勾配法⁽⁵⁾を用いて数値的に解く。階層勾配法は拘束条件間に順位を設け, それにしたがって各拘束条件を満足するように初期軌道を繰り返し修正していくもので, 拘束条件間の勾配を非干渉化するため安定した収束が得られる。そのため, 複数の拘束条件が課せられる最適制御問題を解く場合に有効である。

5.2 勾配の階層化 ここでは, 階層化された勾配関数について簡単に説明する。なお, 拘束条件数は3つでそれぞれ $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$, 評価関数を p とする。

入力 $\mathbf{u}(t)$ が与えられると, 式 (20) を解くことで $\mathbf{x}(t)$ が定まり, 式 (22), 式 (25), 式 (26) などから $\mathbf{r}_i$ ($i = 1, 2, 3$) が求まる。よって, $\mathbf{r}_i$ は入力ベクトル $\mathbf{u}(t)$ の関数として次式のように表すことができる (付録参照)。

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{h}_i(\mathbf{u}(t)) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (31)$$

式 (31) から, 拘束条件ベクトル $\mathbf{r}_i$ の微小変化 $\delta \mathbf{r}_i$ と入力ベクトル $\mathbf{u}$ の微小変化 $\delta \mathbf{u}$ の関係は次式のようになる。

$$\delta \mathbf{r}_i = \int_0^{t_f} \mathbf{J}_i \delta \mathbf{u} dt \quad (i = 1, 2, 3) \quad (32)$$

また, 評価関数 p と入力 $\mathbf{u}$ の微小変化の関係式はハミルトン関数 $\mathbf{H}$ を定義すると次式のように表される (付録参照)。

$$\delta p = \int_0^{t_f} \mathbf{H}_u \delta \mathbf{u} dt \quad (33)$$

Table 1 Mobile manipulator parameters

m_v	50.0 [kg]	I_{zv}	2.08 [kg·m ²]	l_v	0.5 [m]
m_w	2.0 [kg]	I_{zw}	0.006 [kg·m ²]	l_w	0.5 [m]
m_1	20.0 [kg]	I_{yw}	0.01 [kg·m ²]	l_1	0.4 [m]
m_2	20.0 [kg]	I_{z1}	0.273 [kg·m ²]	l_2	0.4 [m]
-	-	I_{z2}	0.273 [kg·m ²]	-	-
z	0.5 [m]	z_1	1.0 [m]	z_2	1.0 [m]

ただし, $\mathbf{H}_u = \partial \mathbf{H} / \partial \mathbf{u}$ である。式 (32), 式 (33) より階層化された勾配関数は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{u} = & \alpha [\mathbf{J}_1 \mathbf{I}_{11}^{-1} \mathbf{r}_1 + \mathbf{K}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{I}_{21} \mathbf{I}_{11}^{-1} \mathbf{r}_1) \\ & + \mathbf{L} \mathbf{R}_3 + \mathbf{H}_u - \mathbf{J}_1^T \mathbf{I}_{11}^{-1} \int_0^{t_f} \mathbf{J}_1 \mathbf{H}_u^T dt \\ & - \mathbf{K} \int_0^{t_f} \hat{\mathbf{J}}_2 \mathbf{H}_u^T dt \\ & - \mathbf{L} \mathbf{I}_{33}^{-1} \int_0^{t_f} \hat{\mathbf{J}}_3 \mathbf{H}_u^T dt] \end{aligned} \quad (34)$$

$$\mathbf{K} = \hat{\mathbf{J}}_2^T \mathbf{I}_{22}^{-1} - \mathbf{J}_1^T \mathbf{I}_{11}^{-1} \mathbf{I}_{12} \mathbf{I}_{22}^{-1} \quad (35)$$

$$\mathbf{L} = \hat{\mathbf{J}}_3^T - \mathbf{J}_1^T \mathbf{I}_{11}^{-1} \mathbf{I}_{13} - \mathbf{K} \mathbf{I}_{23} \quad (36)$$

$$\mathbf{R}_3 = \mathbf{r}_3 - \mathbf{I}_{31} \mathbf{I}_{11}^{-1} \mathbf{r}_1 - \mathbf{D}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{I}_{21} \mathbf{I}_{11}^{-1} \mathbf{r}_1) \quad (37)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{I}_{32} \mathbf{I}_{22}^{-1} - \mathbf{I}_{31} \mathbf{I}_{11}^{-1} \mathbf{I}_{12} \mathbf{I}_{22}^{-1} \quad (38)$$

$$\mathbf{I}_{i1} \equiv \int_0^{t_f} \mathbf{J}_i \mathbf{J}_1^T dt \quad (i = 1, 2, 3) \quad (39)$$

$$\mathbf{I}_{1i} \equiv \int_0^{t_f} \mathbf{J}_1 \hat{\mathbf{J}}_i^T dt \quad (i = 2, 3) \quad (40)$$

$$\mathbf{I}_{ij} \equiv \int_0^{t_f} \hat{\mathbf{J}}_i \hat{\mathbf{J}}_j^T dt \quad (i = 2, 3 \quad j = i, 3) \quad (41)$$

$$\mathbf{I}_{32} \equiv \int_0^{t_f} \mathbf{J}_3 \hat{\mathbf{J}}_2^T dt \quad (42)$$

$$\hat{\mathbf{J}}_2 \equiv \mathbf{J}_2 - \mathbf{I}_{21} \mathbf{I}_{11}^{-1} \mathbf{J}_1 \quad (43)$$

$$\hat{\mathbf{J}}_3 \equiv \mathbf{J}_3 - \mathbf{I}_{31} \mathbf{I}_{11}^{-1} \mathbf{J}_1 - \mathbf{D} \hat{\mathbf{J}}_2 \quad (44)$$

詳細な導出については省略する。

6. シミュレーション結果

本章では, 第3章で定式化した軌道計画問題の計算結果を示す。比較のため, ZMP 制約を考慮しない場合と考慮する場合の双方について計算を行う。まず, 表1に移動マニピュレータの各パラメータ値を示す。また, 手先の経路は次式で表される直線とする。

$$g_x(x, y) = x = 0 \quad (45)$$

初期状態 $\mathbf{x}_0$ と終端状態 $\mathbf{x}_{ed}$ は, 手先の制約式 (11) を満足し, 車輪と関節の角速度は 0[m/s] となるようにする。

$$\mathbf{x}_0 = (0, -0.566, \frac{\pi}{4}, 0, \frac{\pi}{2}, 0, 0, 0, 0)^T \quad (46)$$

$$\mathbf{x}_{ed} = (0, 2.8, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (47)$$

Fig. 5 Simulation result without ZMP constraint

有効安定領域の半径は0.16[m]、作業時間 t_f は6[sec]、評価関数の重みは $W_p = \text{diag}[1, 1, 1, 1]$ とする。以上の設定のもとで、安定性を考慮しない場合と考慮する場合について計算を行う。

6.1 安定性を考慮しない場合 はじめに、安定性を考慮しない場合について計算を行う。ここで課せられる拘束条件の順位は、第1位を終端拘束条件($r_1 = r_t = 0$)、第2位を手先の拘束条件($r_2 = r_e = 0$)とする。図5(a)に得られた軌道、図5(b)に d_{zmp} の変化のグラフ、図5(c), (d)に車輪と関節の角速度のグラフを示す。この場合、 d_{zmp} が安定領域の境界線0.16[m](図中破線)より大きくなっている(図5(b))。この区間では、移動マニピュレータがマニピュレータを伸ばした状態で減速を行っているため、 d_{zmp} が増加していると考えられる。よって、この軌道では移動マニピュレータは安定して作業を行うことは困難である。

6.2 安定性を考慮する場合 次に、安定性を考慮する場合について計算を行う。拘束条件の順位は、第1位を終端拘束条件($r_1 = r_t = 0$)、第2位を手先の拘束条

Fig. 6 Simulation result with ZMP constraint

件($r_2 = r_e = 0$)、第3位をZMP拘束条件($r_3 = r_z = 0$)とする。図6(a)に得られた軌道、図6(b)に d_{zmp} の変化のグラフ、図6(c), (d)に車輪と関節の角速度のグラフを示す。図6(b)から、ZMPは常に有効安定領域内に存在していることがわかる。この場合は、マニピュレータを曲げて手先の位置と車体の位置を近づけることで、減速時にZMPが安定領域外に出ることを防いでいる。

7. お わ り に

本論文では、移動マニピュレータの手先経路追従作業を安定性を維持して遂行する軌道計画法を提案した。その際、移動マニピュレータを移動ロボットとマニピュレータが結合したシステムとして動力学式を導出した。そして、軌道計画問題を複数の制約条件が課せられる最適制御問題として定式化し、その数値解法として階層勾配法を用いた。この手法を2リンクの非ホロノミック移動マニピュレータを例に計算し、その有効性を示した。

付 録

J_i と H_u の導出過程について説明する⁽⁵⁾。ただし、 $r_1 = r_t$, $r_2 = r_e$, $r_3 = r_z$, そして評価関数 p を次式のように表す。

$$p = \int_0^{t_f} f_0(x, u) dt$$

まず、誤差ベクトル $e_1(t)$ と $e_i(t) (i=2,3)$ を次のように定義する。

$$\begin{aligned} e_1(t) &\equiv r_1(t) = x_e(t) - x_{ed} \\ e_2(t) &\equiv r_2(t) = \int_0^{t_f} c_e(x(\tau)) d\tau \\ e_3(t) &\equiv r_3(t) = \int_0^{t_f} c_z(x(\tau)) d\tau \end{aligned}$$

このとき、 δr_i は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \delta r_i &= \int_0^{t_f} J_i \delta u dt, \quad (i=1,2,3) \\ J_i &\equiv e_{ix} f_u \end{aligned}$$

ただし、 $f_u = \partial f / \partial u$, e_{ix} は次式で表される。

$$\begin{aligned} \dot{e}_{1x} &= -e_{1x} f_x; \quad e_{1x}(t_f) = I \\ \dot{e}_{2x} &= -e_{2x} f_x - c_{ex}; \quad e_{2x}(t_f) = 0 \\ \dot{e}_{3x} &= -e_{3x} f_x - c_{zx}; \quad e_{3x}(t_f) = 0 \end{aligned}$$

ただし、 $f_x = \partial f / \partial x$, $c_{ex} = \partial c_e / \partial x$, $c_{zx} = \partial c_z / \partial x$, I は $n \times n$ の単位行列 (n は状態変数ベクトル $x(t)$ の次元) である。

次に、補助変数ベクトル ψ を用いてハミルトン関数 H を次のように定義する。

$$H(x, u, \psi) \equiv f_0(x, u) + \psi^T f(x, u)$$

ここで、 ψ は次式を満足する。

$$\dot{\psi} = -H_x; \quad \psi(t_f) = 0$$

このとき、 δp は

$$\delta p = \int_0^{t_f} H_u \delta u dt$$

となる。ただし、 $H_x = \partial H / \partial x$, $H_u = \partial H / \partial u$ である。

文 献

- (1) Y.Yamamoto and X.Yun, "Effect of the Dynamic Interaction on Coordinated Control of Mobile Manipulators", IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol.12, No.5, 1996, pp.816-824
- (2) 栗栖, 吉川, "移動マニピュレータの軌道計画と動的制御", 日本機械学会論文集 (C 編), 62-596 (1996-4), pp.242-248
- (3) J.P.Desai and V.Kumar, "Nonholonomic motion planning for multiple mobile manipulators", Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, (1997), pp.3409-3441
- (4) 黄, 谷江, 菅野, "移動型マニピュレータの安定性と作業性を両立させた協調運動計画", 計測自動制御学会論文集, Vol.35, No.1, (1999), pp.97-104
- (5) 岩村, 山本, 毛利, "複数の拘束条件が課せられる最適軌道計画問題の一数值解法とその非ホロノミック系への適用", 日本ロボット学会誌, Vol.19, No.2, (2001), pp.260-270