サーボ駆動系としての歯付ベルトの剛性に関する研究*

李 亨^{*1}, 武居 直行^{*1}
古 莊 純 次^{*1}, 田 中 秀 明^{*2}

Study on Stiffness of Timing Belt for Servo Drive Systems

Hyung LEE^{*3}, Naoyuki TAKESUE,
Junji FURUSHO and Hideaki TANAKA^{*3} Graduate School of Engineering, Osaka University,
2-1 Yamadaoka, Suita-shi, Osaka, 565-0871 Japan

Because of low cost and accurate transfer characteristic, timing belt drives are widely used in servo systems such as industrial robots and office automation equipments. In the servo systems, high performances are required for high productivity and quality of goods. High stiffness of drive system is expected in timing belt drives. We propose a method to estimate the torsional stiffness of the belt drive by using tensile experimental results. First, the torsional stiffness is analytically derived from shaft load and tensile stiffness when the driving and driven pulleys have the same radii. Next, in the case of different radii (reduction system), the relation between the shaft load and the torsional stiffness is analyzed by the same approach. Finally, tensile and torsional experiments are carried out. It is confirmed that the analyzed results are in good agreement with the experimental results.

Key Words: Timing Belt Drives, Tensile Stiffness, Torsional Stiffness, Shaft Load

1. はじめに

近年歯付ベルト駆動は、低コスト、正確な駆動伝達などの特性を有するため、OA 機器や産業用ロボット^{(1) (2)}等の各種自動化機器のサーボ駆動系によく用いられており、生産現場で重要な役割を果たしている。

近年の産業用ロボットは、生産性向上のために高速・高精度化が進んでおり、歯付ベルト駆動系を適用した場合でもその例外ではない。歯付ベルト駆動を産業用ロボットに適用する際には、サーボ性能を上げるために一般的に、アクチュエータ、ベルト駆動系、ハーモニックドライブなどの減速器、ロボットアームのような配置にする。また、シリコンウェハの搬送作業などに利用される軽負荷用のスカラーロボットでは、ハーモニックドライブなどの減速器で減速した後にベルト駆動でロボットの関節が駆動される。このような場合

には、ベルト駆動系の伝達偏差や剛性などがロボットのサーボ性能に及ぼす影響が大きいと、特にベルト駆動系のサーボ性能が重要視される。

歯付ベルトに関する従来の研究は、ベルトの強度⁽³⁾、歯荷重分担⁽⁴⁾、寿命、振動、騒音などに対して盛んに行われてきた。しかし、サーボ駆動系としての歯付ベルト駆動系に関する研究は数少ない。特にベルト駆動系の剛性に関する研究はほとんど見当たらないのが現状である。

サーボ駆動系におけるベルトの影響を調べるためには、ねじり剛性を求める必要がある。本研究では、歯付ベルト駆動系の引張り剛性の特性を利用してねじり剛性を導出する手法を提案する。引張り剛性とは、ベルトがかかったプーリの軸に荷重を与えた際の軸間距離の変化から求める剛性である。この引張り剛性は、比較的簡単に求めることができる。

まず、駆動・従動プーリ径が同じである場合に対して、ねじり剛性を導出する解析を行う。またその際に、ねじり剛性が軸荷重の影響を受けることについて示す。次に駆動・従動プーリ径が異なる場合にも拡張し、

* 原稿受付 2002 年 8 月 23 日。

^{*1} 正員、大阪大学大学院工学研究科(☎ 565-0871 吹田市山田丘 2-1)。^{*2} 三ツ星ベルト(株)(☎ 485-0077 小牧市大字西之島 1818 番地)。

E-mail: furusho@mech.eng.osaka-u.ac.jp

同様の手法によってねじり剛性を求める。また、軸荷重およびねじり剛性との関係も導出する。さらに、引張り実験とねじり実験を行い、提案した手法の有効性を実験により検証する。

2. ベルト駆動系の引張り剛性とねじり剛性

歯付ベルト駆動系におけるベルトは、駆動時に駆動プーリと従動プーリの間で引張り張力を受けながら駆動伝達を行う。サーボ性能に影響を及ぼすベルト駆動系のねじり剛性は、引張り剛性と深く関わっていると考えられる。そのため、歯付ベルト駆動系のねじり剛性を検討する際には、引張り剛性との関係を考えていく必要がある。

まず、引張り剛性特性とねじり剛性の関係を検討するために、歯付ベルト駆動系の基本構成を図1に示す。各プーリの軸には軸荷重がかかり、ベルトに張力が加わる。また、各プーリに巻きついたベルトの部分をかみ合い部、巻きついてない部分をスパン部と言う。駆動プーリにトルクがかかることにより、ベルトには張り側とゆるみ側が生じる。このときの張力差がベルトを介してトルクとして従動プーリに伝達される。

Fig. 1 Configuration of timing belt drive

2.1 歯付ベルト駆動系の力学的モデル

歯付ベルト駆動系の力学的モデルを考えるために、まずベルトの変形について論じる。ベルト駆動系において生じるベルトの変形は、かみ合い部では下記の(1)～(4)、スパン部では(4)の原因によって生じると考えられる。

- (1) プーリの歯の間にベルト歯が食い込まれる変形
- (2) ベルトとプーリのピッチ差による変形
- (3) ベルト歯の変形
- (4) 心線、背ゴムなどの抗張体の変形

Monternot ら⁽⁵⁾は、ベルトの各ピッチごとをばね・ダンパで要素化し、さらにすべての要素を統合して1つのばね・ダンパとしたモデルを提案した。しかし、このモデルから駆動系のねじり剛性を求めるには、各要素の特性を詳細に調べる必要があり、実用上は困難である。

ベルト駆動系のかみ合い部の変形は、歯荷重分担⁽³⁾⁽⁴⁾が大きいのかみ合いはじめと終わりの部分での変形が主として現れると考えられる。そのため、軸荷重によるベルト駆動系の変形は、かみ合いはじめ部とかみ合い終わり部の変形にスパン部の変形を合計した変形がそれぞれ生じると考えられる。

次に、本研究で提案する歯付ベルト駆動系の剛性モデルを図2に示す。このモデルでは、引張り剛性をかみ合い部のばね要素とスパン部のばね要素が直列につながった等価ばねの剛性として扱っている。

Fig. 2 Stiffness model of timing belt drive

図2は、減速比が1の歯付ベルト駆動系において、初期軸荷重を与え、さらに半径 R のプーリにトルク T を加えたとき、軸荷重が F_T になった状態を表している。また、ベルトの張り側とゆるみ側には、それぞれ張力 S_1 、 S_2 が生じ、 k_1 、 k_2 の引張り剛性を持つとする。ただし、ゆるみ側ベルトにはたるみが生じない範囲内でトルク T を与えるとする。

図2から、駆動系の力のつりあい式を表すと式(1)となる。また、与えたトルク T とそれによって生じる駆動側と従動側のプーリの角度差 $\Delta\theta$ の関係式は、式(2)となる。

$$F_T = S_1 + S_2 \quad (1)$$

$$T = (S_1 - S_2)R = k_{b1} \Delta\theta \quad (2)$$

ここで、 k_{b1} がこのベルト駆動系のねじり剛性係数である。

式(2)からねじり剛性は、張り側とゆるみ側のベルト張力差とプーリの角度差 $\Delta\theta$ によって求まることがわかる。本論文では、ベルト駆動系が持つ引張り剛性特性に着目し、それをを用いたねじり剛性の推定法を提案する。

2.2 引張り剛性 駆動系の軸荷重に対する変形(すなわち、引張り剛性)を計測するために引張り実験を行う。実験の概念図を図3に示す。駆動・従動プーリの半径 R_A 、 R_B は同じであるとする(異なるケースは3章で扱う)。ベルトがたるまない状態で軸荷重が

Fig. 3 Tension and deflection of timing belt drive

0 の場合の軸間距離を L とし、ベルトに軸荷重 F_T を与えた場合の伸びを ΔL とする。このときベルトは引張り剛性 k を持つとする。

軸荷重 0 の状態からの実験は困難であるため、実際の実験では初期軸荷重 F_{T0} から荷重を下げながらそのときの変形量 x を測る。 F_{T0} から軸荷重 0 までの初期伸び量 L_0 と x を用いれば、 $\Delta L = L_0 - x$ の関係式から軸荷重 0 からの伸び ΔL を求めることができる。

図 3 に基づいて引張り実験を行った結果を図 4 に表す。軸荷重はベルトの実用推薦値が 100[N] ~ 200[N] であるため、250[N] から 0[N] までの範囲で実験を行った。図 4 において、実験値は□で表し、それを最小二乗法によって 2 次式に近似した結果が実線である。軸荷重 F_T と変形 x の関係は 2 次式でほぼ近似できることがわかる。

$$F_T = a_1 x^2 + b_1 x + c_1 \quad (3)$$

この実験結果は、プーリにかけたベルト 2 本分の特性である。ベルト 1 本の特性を検討するために、式 (3) をベルト 1 本にかかる張力 $S = F_T/2$ と ΔL の式で表すと次式になる。

$$S = \frac{a_1}{2} \Delta L^2 + \frac{-2a_1 L_0 - b_1}{2} \Delta L + \frac{a_1 L_0^2 + b_1 L_0 + c_1}{2} \quad (4)$$

ここで、 $\Delta L = 0$ のとき、 $S = 0$ となることから、式 (4) の第 3 項を 0 にすることができる。そこで、その第 3 項の方程式を解いて図 3、図 4 に基づいた初期伸び量

Fig. 4 Tensile characteristic of timing belt drive

Fig. 5 Tensile characteristic of belt

Fig. 6 Tensile stiffness of belt drive

L_0 を求めると、 $L_0 = (-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1})/(2a_1)$ が得られる。この L_0 を式 (4) に代入すれば、 S は次式のように求まる。

$$S = \frac{a_1}{2} \Delta L^2 + \frac{\sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1}}{2} \Delta L = k_3 \Delta L^2 + k_4 \Delta L \quad (5)$$

ベルト 1 本の引張り剛性は、式 (5) の S を ΔL で微分したものであり、次式のようにになる。

$$k = a_1 \Delta L + \frac{\sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1}}{2} = 2k_3 \Delta L + k_4 \quad (6)$$

図 4 の結果に基づいて、ベルト 1 本にかかる張力 S と変形 ΔL の関係を図 5 に、ベルト 1 本の引張り剛性 k と変形 ΔL の関係を図 6 にそれぞれ示す。

2.3 ねじり剛性 前節でのベルト 1 本にかかる張力による変形の特性を用いて、ねじり剛性を求める解析を行う。また、ねじり剛性が初期軸荷重によって決まることを示し、引張り実験のみからねじり剛性を導出することについて述べる。

サーボ系では、高速・高精度なサーボ性能のために高い剛性が必要である。歯付ベルト駆動系のねじり剛性に影響を及ぼす要因としては次のものがあげられる。

- (1) プーリの軸荷重
- (2) プーリの半径
- (3) 減速比 (3 章で扱う)

軸荷重を大きくすれば、ベルト 1 本にかかる張力 S とベルトの変形 ΔL も大きくなるため、式 (6) からわかるように引張り剛性 k が大きくなる。そのため、軸荷重が大きくなれば、ねじり剛性が大きくなると考えられる。また、一般に知られているように、プーリの半径が大きいほどねじり剛性は大きくなるが、このことについては本節の最後で議論する。

軸荷重がねじり剛性に及ぼす影響を検討するために図 2 のモデルに基づき、1 本のベルトにかかる張力 S を用いてねじり剛性を解析的に求める。ベルト駆動系に初期軸荷重 F_{01} を与え、初期伸びが $l_{01} (< L_0)$ になった状態でトルク T を与えて駆動プーリと従動プーリの角度差が $\Delta\theta_1$ 、軸荷重が F_T になったとする。このとき、張り側とゆるみ側に生じる張力 S_1, S_2 が引張り実験の張力 S の領域内に存在するとすれば、それぞれは次式のように表すことができる。

$$S_1 = k_3(l_{01} + R\Delta\theta_1)^2 + k_4(l_{01} + R\Delta\theta_1) \quad \dots (7)$$

$$S_2 = k_3(l_{01} - R\Delta\theta_1)^2 + k_4(l_{01} - R\Delta\theta_1) \quad \dots (8)$$

次に S_1, S_2 を式 (1) に代入すれば、軸荷重 F_T は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} F_T &= S_1 + S_2 \\ &= 2k_3l_{01}^2 + 2k_4l_{01} + 2k_3R^2\Delta\theta_1^2 \\ &= a_1l_{01}^2 + \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1} l_{01} + a_1R^2\Delta\theta_1^2 \quad \dots (9) \end{aligned}$$

トルクを与えていないときの初期軸荷重 F_{01} が、式 (5) から

$$\begin{aligned} F_{01} &= 2k_3l_{01}^2 + 2k_4l_{01} \\ &= a_1l_{01}^2 + \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1} l_{01} \quad \dots (10) \end{aligned}$$

になるため、式 (9) からトルクを与えたときの軸荷重 F_T には、トルクによって $a_1R^2\Delta\theta_1^2$ の軸荷重が付加して発生したことがわかる。

次に、 S_1, S_2 を式 (2) に代入すれば、トルク T は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} T &= (S_1 - S_2)R \\ &= (4k_3l_{01}R^2 + 2k_4R^2)\Delta\theta_1 \\ &= k_{b1}\Delta\theta_1 \quad \dots (11) \end{aligned}$$

式 (11) からねじり剛性は、 a_1, b_1, c_1 を用いて次式のように表すことができる。

$$k_{b1} = (2a_1l_{01} + \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1})R^2 \quad \dots (12)$$

式 (12) の中で a_1, b_1, c_1 は、ベルト駆動系の引張り実験から決まる定数であり、プーリの半径 R および初期軸荷重によって決まる l_{01} が定数であるため、ねじり剛性 k_{b1} も定数になる。

次に、初期軸荷重がねじり剛性にどのような影響を及ぼすかについて検討する。引張り実験の結果を用いて、初期軸荷重のみで駆動系のねじり剛性を推定できれば、ねじり実験で求めるよりも簡便であるというメリットがある。

式 (12) の初期伸び l_{01} は、式 (10) によって次式のように求まる。

$$l_{01} = \frac{-\sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1} + \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1 + 4a_1F_{01}}}{2a_1} \quad (13)$$

式 (13) を式 (12) に代入すれば、ねじり剛性 k_{b1} は次式のような F_{01} との関係式になる。

$$k_{b1} = R^2 \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1 + 4a_1F_{01}} \quad \dots (14)$$

式 (14) は、引張り実験で得た a_1, b_1, c_1 が定数であるため、初期軸荷重 F_{01} によってねじり剛性 k_{b1} が決定することがわかる。これによって、歯付ベルト駆動系の引張り実験から得た力-変形特性を知っていれば、ある初期荷重におけるねじり剛性の推定ができる。また、一般に知られるように k_{b1} がプーリ半径の 2 乗に比例することも上式よりわかる。したがって、軸荷重およびプーリ径を大きくすることによりねじり剛性を高くすることができる。

3. 加減速駆動系のねじり剛性

3.1 引張り剛性 本節では、プーリの径が異なる場合の歯付ベルト駆動系の剛性について論じる。駆動・従動プーリ径が同じ場合において引張り実験からねじり剛性を導出したように、プーリ径が異なる場合でも同様の手法が適用可能である。その解析のために、まず図 7 のような減速比を有する歯付ベルト駆動系を考える。

Fig. 7 Tension and deflection of reduction belt drive

図 7 においてベルトは、駆動プーリと従動プーリに接触角 ϕ で接しており、軸荷重 F_T により張力 S で

引っ張られる。このとき軸間距離の変化 ΔP が生じ、ベルトが ΔL 変形したとする。

2.2 節と同じように駆動系のねじり剛性を引張り実験の結果を用いて推定するために、軸荷重 F_T に対する軸間距離の変化量を z とし、その関係式を式 (15) のように定義する。また、実際の実験でも 2.2 節と同じように初期軸荷重 F_{T0} から軸荷重を下げながら z を測る方法をとる。

$$F_T = a_2 z^2 + b_2 z + c_2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、図 7 の実験概念に基づいて、軸荷重が F_{02} から 0 まで変化したときの軸間距離の全体変化量 P_0 と軸荷重を 0 から与えて生じる変化量 ΔP を用いれば z が次式のようにになる。

$$z = P_0 - \Delta P \quad \dots\dots\dots (16)$$

すると F_T の関係式は、式 (16) を式 (15) に代入することで次式のようにになる。

$$F_T = a_2 \Delta P^2 - (2a_2 P_0 + b_2) \Delta P + a_2 P_0^2 + b_2 P_0 + c_2 \quad \dots\dots\dots (17)$$

軸荷重を与えない状態 ($F_T = 0$) では、軸間距離の変化も生じない ($\Delta P = 0$) ため、式 (17) 右辺の第 3 項は 0 になり、 P_0 の定義より $P_0 = (-b_2 - \sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2}) / (2a_2)$ が求まる。また、 P_0 を式 (17) に代入すると、 F_T は次式のようにになる。

$$F_T = a_2 \Delta P^2 + \sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2} \Delta P \quad \dots\dots\dots (18)$$

F_T とそれによってベルト 1 本にかかる張力 S の関係式および ΔP が生じたときのベルトの変形量 ΔL の関係式は、次のようになる。

$$F_T = \frac{2S}{\sin \frac{\phi}{2}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\Delta P = \frac{\Delta L}{\sin \frac{\phi}{2}} \quad \dots\dots\dots (20)$$

よって、 ΔL と S の関係は、式 (17) と式 (19) によって次式のようにになる。

$$S = \frac{a_2}{2 \sin \frac{\phi}{2}} \Delta L^2 + \frac{\sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2}}{2} \Delta L = k_5 \Delta L^2 + k_6 \Delta L \quad \dots\dots\dots (21)$$

3.2 ねじり剛性 プーリの径が異なる駆動系のねじり剛性を求める。前節で求めたベルト 1 本にかかる張力 S を用いて軸荷重 F_T やトルク T の関係式を導く。

2.3 節と同じように、まずベルト駆動系に初期軸荷重 F_{02} を与え、張力方向の初期伸びが $l_{02} (< L_0)$ になる状態にする。つぎに、従動プーリ (R_B) を固定して駆動プーリ (R_A) にトルク T を与えた結果、駆動プーリと従動プーリの駆動側換算の角度差が $\Delta \theta_2$ 、軸荷重が F_T になったとする。このとき、張り側とゆるみ側に生じる張力を S_3 と S_4 とする。もし S_3, S_4 が引張り実験の張力 S の領域内に存在するとすれば、それらは駆動側に対して次式のようにになる。

$$S_3 = k_5 (l_{02} + R_A \Delta \theta_2)^2 + k_6 (l_{02} + R_A \Delta \theta_2) \quad (22)$$

$$S_4 = k_5 (l_{02} - R_A \Delta \theta_2)^2 + k_6 (l_{02} - R_A \Delta \theta_2) \quad (23)$$

すると、駆動系にかかる軸荷重 F_T は、式 (22)、式 (23) によって次式のようにになる。

$$F_T = (S_3 + S_4) \frac{1}{\sin \frac{\phi}{2}} = \frac{a_2}{\sin^2 \frac{\phi}{2}} l_{02}^2 + \frac{a_2}{\sin^2 \frac{\phi}{2}} R_A^2 \Delta \theta_2^2 + \frac{\sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2}}{\sin \frac{\phi}{2}} l_{02} \quad \dots\dots\dots (24)$$

トルクを加えない初期軸荷重 F_{02} のみによる変形 l_{02} との関係式は、式 (21) から

$$F_{02} = \frac{a_2}{2 \sin \frac{\phi}{2}} l_{02}^2 + \frac{\sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2}}{2} l_{02} \quad \dots\dots\dots (25)$$

になるため、式 (24) には、加えたトルクによって $(a_2 R_A^2 \Delta \theta_2^2) / (\sin^2 \frac{\phi}{2})$ の荷重が発生することがわかる。また、トルク T は式 (22)、式 (23) を用いて次式のように求まる。

$$T = (S_3 - S_4) R_A = (4k_5 l_{02} R_A^2 + 2k_6 R_A^2) \Delta \theta_2 = k_{b2} \Delta \theta_2 \quad \dots\dots\dots (26)$$

式 (26) からねじり剛性は次式のようにになる。

$$k_{b2} = 4k_5 l_{02} R_A^2 + 2k_6 R_A^2 = \left(\frac{2a_2}{\sin \frac{\phi}{2}} l_{02} + \sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2} \right) R_A^2 \quad \dots\dots\dots (27)$$

2.3 節と同じように式 (27) に式 (25) から求めた l_{02} を代入すれば、次式のようにねじり剛性が得られる。

$$k_{b2 (driving)} = R_A^2 \sqrt{b_2^2 - 4a_2 c_2 + 4a_2 F_{02}} \quad \dots\dots\dots (28)$$

式 (28) も 2.3 節の減速比が 1 の場合と同じように、引張り実験の特性を利用して初期軸荷重 F_{02} によるねじり剛性の計算ができることを示す。また、式 (28) は駆

動側換算のねじり剛性であり、従動側のねじり剛性は次式になる。

$$k_{b2}(\text{driven}) = R_B^2 \sqrt{b_2^2 - 4a_2c_2 + 4a_2F_{02}} \cdots (29)$$

したがって、プーリの径が異なる場合にも駆動・従動プーリの半径を大きく、また軸荷重を大きくすることでねじり剛性が高くなることがわかる。

4. 実験

4.1 実験装置 実験装置の構成を図8に示す。実験装置は駆動プーリの軸を支える駆動側は固定されており、従動側はスライダの上に乗せられ、軸間距離が調整できる構造をもつ。

Fig. 8 Experimental equipment of belt drive

引張り実験では、装置本体に固定されているロードセル1 (HBM 社, Z6-2/D1, 20[Kgf]) に従動側を載せたスライダをつなぐことで軸荷重を測定する。軸間距離の変化量の測定は、分解能 0.6 [μm] の渦電流式変位センサ (KEYENCE 社, EX-502) の電圧を A/D 変換ボード (Interface 社, AZI-3120) を介してパーソナルコンピュータ (NEC 社, PC9821Xv13) で読み込むことで行う。

ねじり実験では、駆動側に固定されている DC サーボモータ (山洋電気社, L730) で駆動プーリにトルクを与えて行う。駆動トルクの計測は、従動プーリに固定されているリンクをロードセル2 (HBM 社, Z6FD1, 5[Kgf]) につないで行う。駆動・従動プーリの回転角度は、それぞれロータリエンコーダ (Canon 社, R1-L, 81000[pulse/rev]) によって得られる。エンコーダから得た角度情報は、カウンタボード (Interface 社, AZI-6201) によって4倍されることで、1回転に対して324000の分解能を得ている。

4.2 引張り実験 引張り実験の結果、得られた近似式を表1に表す。それぞれの結果は最小二乗法による実験値の2次近似した曲線の関数である。実験に用いた歯付ベルトは、三ツ星ベルト社の製品で、(1)～(5)の実験でそれぞれ S3M420, S3M540, S3M720, S3M468, S3M600 のものを使った。また、(1), (2), (3),

(5) では軸間距離が約 180 [mm], (4) の場合では約 172 [mm] である。

Table 1 Tensile characteristics of timing belt drives

Number of teeth (driving -driven pulleys)	Approximate expression
(1) 20-20	$F_T = 197.87x^2 - 454.74x + 252.06$
(2) 60-60	$F_T = 272.78x^2 - 527.04x + 250.74$
(3) 120-120	$F_T = 197.34x^2 - 435.82x + 242.96$
(4) 20-60	$F_T = 273.18z^2 - 518.39z + 245.76$
(5) 20-120	$F_T = 167.96z^2 - 406.27z + 243.10$

4.3 ねじり剛性 ねじり実験は、以下のようにして行った。まず、初期軸荷重で引張り、軸間距離を固定する。つぎに、モータのトルクによって駆動プーリを回転させる。このとき従動プーリに固定されているリンクにつないだロードセルによりトルクを測定した。従動プーリは固定されているため、ベルトの変形が生じ、エンコーダで読み取った駆動プーリと従動プーリの角度を用いて角度差を計算する。

駆動トルクはモータによって静的に与えた。トルクを正回転方向に最大トルクまで上げて、次に逆回転方向に最大トルクまで下げることを3回繰り返した。

図9に軸荷重を変えて行ったねじり実験の結果の例を示す。ここで、ねじり剛性は点 A_1 , A_2 を結ぶ線分 A_1A_2 の傾きで定義する。軸荷重が増えるとベルトのねじり剛性は、線分 A_1A_2 の傾きから線分 B_1B_2 の傾きに増加する。

Fig. 9 Torsional stiffness of timing belt

4.4 ねじりの実験値と推定値の比較 ねじり実験で求めたねじり剛性と引張り実験から推定したねじり剛性の比較を図10～図14に表す。図10～図14の比較結果は表1の引張り実験のベルトとプーリの組み合わせの順番と同じである。また、減速した場合の図13と図14は、従動側に換算したものである。

Fig. 10 Torsional stiffness on 20-20 teeth pulleys

Fig. 13 Torsional stiffness on 20-60 teeth pulleys

Fig. 11 Torsional stiffness on 60-60 teeth pulleys

Fig. 14 Torsional stiffness on 20-120 teeth pulleys

Fig. 12 Torsional stiffness on 120-120 teeth pulleys

各結果における○印は引張り実験による推定値であり、◇印はねじり実験による実測値である。ねじり実験は軸荷重を 50 [N], 100 [N], 150 [N], 200 [N], 250 [N] の目安に分けて行った。図 10～図 14 の各結果の実測値に対する推定値の最大誤差(そのときの軸荷重)は、それぞれ 7.9% (58.8 [N]), 14.5% (102.0 [N]), 13.8% (149.0 [N]), 11.2% (58.8 [N]), 13.3% (148.7 [N]) であった。これら誤差の原因の一つとしては、ベルト材料の 1 周に渡る不均一性が考えられる。また、引張り実験において軸荷重の与え方による張力付加速度の変動なども考えられる。

5. 結 論

本研究を通じて得られた結論はつぎのようになる。

- (1) 歯付ベルト駆動系における引張り剛性を、かみ合い部のばね要素とスパン部のばね要素が直列につながった等価ばねの剛性として扱うモデルを提案した。
- (2) 歯付ベルト駆動系の引張り剛性とねじり剛性に対するモデルを提案した。減速比 1 の駆動系において、比較的簡単な引張り実験からねじり剛性を導出する手法を提案した。さらに、駆動・従動プーリ径が異なる場合に拡張し、解析を行った。解析の結果から、歯付ベルト駆動系のねじり剛性は、軸荷重を大きく、プーリの半径を大きくすることで増加することを示した。
- (3) 本手法の有効性を検証するために、駆動・従動プーリの径が同じ場合と異なる場合に対してそれぞれ、引張り実験とねじり実験による結果を比較した。その結果、実験した軸荷重域において推定値と実測値がほぼ一致することを示した。

文 献

- (1) 長野, 相地, 竹澤, 高速水平多関節ロボット”Pana Robo” Hz, National Technical Report, **31-4** (1985), 491-499.
  - (2) 森本, 森, 武田, 弾性ベルトで駆動される水平ロボットアームの制振位置制御, 電気学会論文集 C, **116-11** (1996), 1231-1237.
  - (3) 小山, 籠谷, 柴田, 保城, 歯付ベルトの強度に関する研究 (第2報, ベルトとベルト車にピッチ差がある場合の荷重分担), 日本機械学会論文集 (第3部), **44-387** (1988), 3913-3922.
  - (4) Nestor A. Karolef and Peter W. Gold, Load Distribution of Timing Belt Drives Transmitting Variable Torques, Mech. Mach. Theory, **30-4** (1995), 553-567.
  - (5) C. Monternot, J. M. Dance and D. Play, Dynamic Transmission Error and Load Distribution for Timing Belt Drives, Power Transmission and Gearing Conference ASME, **88** (1996), 297-304.
-