ギヤカップリング・ピニオンのホブ切り偏差*

箱崎 義英^{*1}, 島地 重幸^{*1}

Hob Cutting Profile Deviation of Gear Coupling-Pinion

Yoshihide HAKOZAKI^{*2} and Shigeyuki SHIMACHI^{*2} Department of Mechanical Engineering, Iwate University,
4-3-5 Ueda, Morioka-shi, Iwate, 020-8551 Japan

Gear coupling is composed of one hub and one sleeve. The hub of gear coupling is external gear that has barrel shape and the sleeve is internal gear. External gear of barrel shape is called as pinion in this paper. In the research process of tooth contact of gear coupling, authors measured the tooth profile of pinion and found that tooth profile possibly has deviation of helix angle and pressure angle. We guess that this might be theoretical deviation caused on hob cutting, because pinion in gear coupling has barrel shape. This paper analyses theoretically the profile of gear coupling-pinion, then fits the 3-D measuring data to the theoretical profile. The results show that deviations of helix angle and pressure angle of the pinion almost correspond to the theoretical deviation of hob cutting.

Key Words: Machine Element, Gear, Coupling, Hob Cutting, Theoretical Profile Deviation

1. 緒 言

ギヤカップリングは、円筒形内歯歯車と樽形外歯歯車を組み合わせた軸継ぎ手であり、車軸の軸角が変動する場所に用いられている。本報告では樽形外歯歯車をピニオンと呼ぶことにする。

近年、ギヤカップリングのバックラッシュによる振動の問題、その負荷能力の高精度な評価などの問題が注目されている。これらに対して、高井ら⁽¹⁾による近似的な解析では十分に対応できなくなってきた。まず、筆者らはギヤカップリングの歯当たり解析を行った⁽²⁾。ギヤカップリングは、歯切り、熱処理の後に共ラッピングされる。歯面の精度の現状を知るために、歯形の測定も行った。その結果、理論歯面が対象であるとするわずかではあるが、ねじれ角誤差や圧力角誤差があることがわかった。熱処理後には歯面圧力角が大きくなることは従来から知られている現象である。しかし、外歯歯車であるピニオンは、熱処理の有無にかかわらず、ねじれ角誤差はないはずである。この原因として、ギヤカップリングにおけるピニオンは樽形という特別な形状をしており、解析上の仮定が間違っているのではないかと推測した。これを確かめるのが本研究の目的である。

ホブの移動は複雑であり、厳密にはラック歯面の対

称性は得られないのではないかと考え、理論解析をすることにした。その結果、本報告で述べるように、理論的にはねじれ角偏差が生じることが分かった。

そこで、さらに、理論結果の傍証として、実際の歯面を三次元測定機で測定し、ホブ切りによる理論歯面と一致するかを確かめることにした。

2. ホブ切りによる歯面

歯面を調べる場合、解析作業があまり複雑にならないように、小さな誤差は無視して解析される。本研究の場合、その小さな誤差が問題であり、常識的ではあるが、無視する部分の幾つかに注目しておく。

樽型のピニオンは、可能性としては様々な工具で創成歯切り出来る。しかし、本報告では、その軸を含む断面(含軸断面)が台形であり、インボリュート平歯車などに用いられるホブを用いる。ピニオンを樽型にするため、ホブ軸とピニオン軸との距離は、ピニオン含軸断面内で円弧を描くように制御されつつ歯切りされる。この際、ピニオン軸に対してホブ軸はホブのリード角だけ傾けられ、ホブのピニオン軸方向の移動中もその角度は一定に保たれる。

平面のピッチ面に歯を植え付けた平らなラックを“平ラック”、筒面のピッチ面に、筒含軸断面形状が台形であるラック歯形を持つように歯を植え付けたものを“筒ラック”と便宜上、呼ぶことにする。筒ラックは平ラックにより創成できる。ラック歯面とラックピッチ

* 原稿受付 2002年8月5日。

*¹ 正員、岩手大学工学部(☎020-8551 盛岡市上田4-3-5)。

E-mail: hako@iwate-u.ac.jp

面との交線をラックの“歯すじ線”と呼ぶことにする。

ギヤ継手の歯面解析では、樽型ピニオンは、筒ラックで創成されるものとする。運動学的にはピニオンに固着する円筒面とラックに固着する平面が瞬間軸上で転がり接触しあう。その円筒面を“ピニオンピッチ円筒”，その平面を“筒ラックピッチ平面”と呼ぶことにする。また、筒ラックのピッチ円筒が筒ラックピッチ平面あるいはこれに平行な平面に接する線を“筒ラックの基準線”と呼ぶことにする。

(1) ホブ切刃面が三角ねじ面（スクリューヘリコイド）の場合、厳密には平ラック歯面を創成出来ない。また (2) 上述のようにホブ軸を動かすとき、厳密にはねじれ角さえ違うので、ホブのねじ面は筒ラック歯面を創成できない。しかし、本報告での歯面解析では、その誤差は十分に小さく無視出来るとして、筒ラック歯面によりピニオン歯面が創成されるものとする。(1) に関しては、第6章で使用したホブは市販のものであり、ホブ切刃が三角ねじ面からの誤差は、ホブの設計図面からは分からなかったこと、また、この誤差は (2) と比べて小さいと予想されるので、本考察では、ホブの切刃は三角ねじ面（スクリューヘリコイド、ホブ基礎曲面とも呼ばれる）上にあるものと考えたことにした。本研究は、(2) による誤差は、無視できないのではないかと予想している。

2.1 ホブねじ曲面 ホブの切刃をその上にもつねじ曲面を考える。ホブの諸元をそれぞれ次のように定める。モジュール： m 、ホブピッチ円半径： b_H 、リード： p 、ホブの条数： T 、リード角： γ 、圧力角： α 。

このとき、

$$p = T\pi m / \cos \gamma \quad (1)$$

$$\tan \gamma = \frac{p}{2\pi b_H} \quad (2)$$

また、ピニオンの諸元をそれぞれ次のように定める。ピニオンピッチ円半径： b 、ピニオン回転角： θ_P 。

ピニオン軸上に原点 O をもち、ピニオン軸方向に Z 軸をもつ静止座標系 $O-X, Y, Z$ を考え、各軸方向の単位ベクトルを i, j, k とする。

図 1(b) にホブやピニオンの回転初期位置を基準と考え、ホブの基準軸断面形状を与える。ホブ曲面上に原点 O_H をもつホブに固定した座標系 O_H-X_H, Y_H, Z_H を考え、ホブ軸を Y_H 軸と一致させる。またホブ軸とピニオン軸の共通垂線上に原点 O_H 、ホブ軸とピニオン軸の共通垂線の方に X_H を定める。最終的には、次節 2.2 でホブ軸 Y_H は、 X 軸回りにねじれ角 γ 傾けて、ピニオン系に取り付けられるが、ここでは、傾けない状態でのホブねじ曲面を以下のように表す。ホブの軸断面歯形であるラックの歯形上の点を P_* とし、

(a) Rack section

(b) Hob profile

Fig. 1 Coordinate systems

ラック歯形のピッチ線からの距離を l 、ラックの歯厚の半分を $q = p/4$ とする。

ピニオンが θ_P 回転すると、ホブのねじ面は、その軸方向に $\theta_P b / \cos \gamma$ だけ移動することになるが、その時のラック歯形上の点を P_{HO} とすると、

$$\overrightarrow{O_H P_*} = (-b_H - l \cos \alpha) i + (q - l \sin \alpha) j \quad (3)$$

$$\overrightarrow{O_H P_{HO}} = \overrightarrow{O_H P_*} + \theta_P b / \cos \gamma j \quad (4)$$

歯形の接線方向ベクトル t_{HO} は

$$t_{HO} = -\cos \alpha i - \sin \alpha j \quad (5)$$

また、ホブのリード線の接線ベクトル L_{HO} は

$$L_{HO} = b_H \tan \gamma j + (b_H + l \cos \alpha) k \quad (6)$$

従って、ホブ曲面の法線 n_{HO} は

$$\begin{aligned} n_{HO} &\parallel L_{HO} \times t_{HO} \\ &= (b_H + l \cos \alpha) \sin \alpha i \\ &\quad - (b_H + l \cos \alpha) \cos \alpha j \\ &\quad + b_H \tan \gamma \cos \alpha k \end{aligned} \quad (7)$$

となる。

ホブの基準軸断面形状をホブ軸の周りにねじ運動させればホブのねじ曲面が得られるので、ホブねじ曲面上の点 P_H 及び法線はそれぞれ次のように表される。ホブの基準軸断面の回転角を θ_H として、

$$\overrightarrow{O_H P_H} = R(j, \theta_H) \overrightarrow{O_H P_{HO}} + \theta_H b_H \tan \gamma j \quad (8)$$

$$n_H = R(j, \theta_H) n_{HO} \quad (9)$$

が得られる。

ここで、記法 $R(a, \theta)b$ は、任意ベクトル b を任意単位ベクトル a の回りに任意角 θ だけ回転させたときのベクトル c を表す。ベクトル c は

$$c = (b \cdot a)a + \{b - (b \cdot a)a\} \cos \theta + (a \times b) \sin \theta \quad (10)$$

で表される。

2.2 筒ラック座標系内でのホブの運動 筒ラックの基準線 Y_R に垂直な平面によるラック面の断面を図 1(a) に示す。筒ラックの基準線が、それとピニオン軸との共通垂線と交わる点を O_R とする。

筒ラックのピッチ曲面と平面 $O_R XZ$ との交線（以下、ラック歯すじ曲線）上の点 R を $\overrightarrow{O_R R} = r_{RCO}$ とすると、ホブ軸と平面 $O_R XZ$ との交点 O_H は

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_R O_H} &= r_{RHO} \\ &= r_{RCO} + b_H (\cos \beta i - \sin \beta k) \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、 β はラック歯すじ曲線の接線が Z 軸となす角、また、ホブのピッチ円筒と平面 $O_R XZ$ との交線は厳密に言えば楕円であるが、これを半径 b_H の円で近似し、この円がラック歯すじ曲線と接触しながら動くように制御される。

一例として、図 1(a) の樽形ピニオンの歯すじであるラック歯すじ曲線をそれぞれ半径 R_0, R_1 の二つの円弧で表す場合の結果を次に示す。 Z 座標値を s 、両円弧の接継点のそれを s_0 とし、

$$0 < s < s_0 : \beta = -\sin^{-1}(s/R_0) \quad (12)$$

$$r_{RCO} = -R_0(1 - \cos \beta)i + sk \quad (13)$$

$$s_0 < s : \sin \beta_0 = -s_0/R_0 \quad (14)$$

$$z_1 = -(R_0 - R_1) \sin \beta_0 \quad (15)$$

$$\beta = -\sin^{-1}((s - z_1)/R_1) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} r_{RCO} &= -(R_0(1 - \cos \beta_0) \\ &\quad + R_0(\cos \beta_0 - \cos \beta))i + sk \end{aligned} \quad (17)$$

ホブ軸は、 X 軸回りにねじれ角 γ 傾けて取り付けられ、傾きを一定に保ったままホブはラックの歯すじ曲線に倣って送られる。

ホブねじ曲面上の点 P_R は

$$\overrightarrow{O_R P_R} = R(i, \gamma) \overrightarrow{O_H P_H} + r_{RHO} \quad (18)$$

となる。また、点 P_R における面法線 n_{HR} は次のように表される。

$$n_{HR} = R(i, \gamma) n_H \quad (19)$$

また、ラックに対するホブの移動速度方向 v_H は

$$v_H = -\sin \beta i - \cos \beta k \quad (20)$$

である。

2.3 並進運動によるホブねじ曲面の接触条件 ホブねじ曲面がピニオン歯面を創成する運動は、2 種類に分けられる。ここでは、ピニオンおよびホブの両者とも回転させずにホブをラック座標系内で運動させる運動と、ホブ軸の位置を固定してピニオンおよびホブを共に回転させる運動に分けることにする。

本節では、前者の運動においてホブ曲面がラック歯面を創成する条件を求める。ホブ曲面の法線およびホブの速度が分かっているので、接触の条件は

$$n_{HR} \cdot v_H = 0 \quad (21)$$

となり、式 (20)、(9) を代入し次式を得る。

$$R(j, \theta_H) n_{HO} \cdot R(i, -\gamma) v_H = 0 \quad (22)$$

ここで、

$$\begin{aligned} R(j, \theta_H) n_{HO} &= R(j \cdot n_{HO})j \\ &\quad + \{n_{HO} - (j \cdot n_{HO})j\} \cos \theta_H \\ &\quad + j \times n_{HO} \sin \theta_H \end{aligned} \quad (23)$$

である。従って、式 (23) に $R(i, -\gamma) v_H$ を内積した関係式から、接触点における角 θ_H は

$$\tan(\theta_H/2) = (-A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2})/(C - B) \quad (24)$$

$$A = R(i, -\gamma) v_H \cdot j \times n_{HO} \quad (25)$$

$$B = R(i, -\gamma) v_H \cdot (n_{HO} - (j \cdot n_{HO})j) \quad (26)$$

$$C = R(i, -\gamma) v_H \cdot j(j \cdot n_{HO}) \quad (27)$$

で与えられる。 n_{HO} にはピニオンの回転角 θ_P が入っていないので、ホブ軸方向に一樣な形態で接触の条件が満たされることになる。

2.4 回転運動によるホブねじ曲面の接触条件 ホブ軸の位置を固定してピニオンおよびホブを共に回転させる運動における接触条件を求めることにする。

ピニオン軸上で、それとラックの基準線 Y_R との共通垂線との交点を O_P とする。ホブ曲面上の点 P_R は、歯切りにおける転移量を ξ とし、

$$\overrightarrow{O_P P_R} = (\xi + b)\mathbf{i} + R(\mathbf{i}, \gamma)\overrightarrow{O_H P_H} + \mathbf{r}_{RHO} \quad (28)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_H P_H} &= R(\mathbf{j}, \theta_H)\overrightarrow{O_{HO} P_*} \\ &+ \theta_H b_H \tan \gamma \mathbf{j} + \theta_P b / \cos \gamma \mathbf{j} \end{aligned} \quad (29)$$

また、ホブ曲面法線は

$$\mathbf{n}_{HR} = R(\mathbf{i}, \gamma)R(\mathbf{j}, \theta_H)\mathbf{n}_{HO} \quad (30)$$

で表される。また、ここに $\overrightarrow{O_P P_R}$ は、ピニオンが角 θ_P 回転した時のホブねじ曲面上の点 P_R を表している。

ホブが回転すると、ホブねじ曲面はねじ面であるので、その軸方向に並進するのと同じ運動をすることになる。ピニオンを 1rad/sec で回転させるとき、ホブ曲面の軸方向の並進速度 $\mathbf{v}_{HR}$ は

$$\mathbf{v}_{HR} = b \mathbf{j} + b \tan \gamma \mathbf{k} \quad (31)$$

また、ホブねじ曲面上の点 P_R におけるピニオンの速度 $\mathbf{v}_1$ はピニオンの角速度 $\boldsymbol{\omega}_1$ を用い

$$\boldsymbol{\omega}_1 = \mathbf{k} \quad (32)$$

$$\mathbf{v}_1 = \boldsymbol{\omega}_1 \times \overrightarrow{O_P P_R} \quad (33)$$

となる。

従って、ホブねじ曲面の接触の条件式は

$$\mathbf{n}_{HR} \cdot (\mathbf{v}_{HR} - \mathbf{v}_1) = 0 \quad (34)$$

として得られる。上式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{HR} \cdot \mathbf{v}_{HR} - (\mathbf{n}_{HR} \times \boldsymbol{\omega}_1) \\ \cdot \{(\xi + b)\mathbf{i} + R(\mathbf{i}, \gamma)\overrightarrow{O_H P_H} + \mathbf{r}_{RHO}\} = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

よって、ピニオンの回転角 θ_P は

$$\theta_P = (C_1 - C_2)/C_3 \quad (36)$$

となる。ここで、

$$C_1 = \mathbf{n}_{HR} \cdot \mathbf{v}_{HR} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} C_2 &= \{(\xi + b)\mathbf{i} + \mathbf{r}_{RHO}\} \cdot \mathbf{n}_{HR} \times \boldsymbol{\omega}_1 \\ &+ \{R(\mathbf{j}, \theta_H)\overrightarrow{O_{HO} P_*} + \theta_H b_H \tan \gamma \mathbf{j}\} \\ &\cdot R(\mathbf{i}, -\gamma)(\mathbf{n}_{HR} \times \boldsymbol{\omega}_1) \end{aligned} \quad (38)$$

$$C_3 = (b / \cos \gamma) \mathbf{j} \cdot R(\mathbf{i}, -\gamma)(\mathbf{n}_{HR} \times \boldsymbol{\omega}_1) \quad (39)$$

である。

ピニオンの回転角 $\theta_P = 0$ の位置におけるピニオン歯面上の点 $\overrightarrow{O_P P'_0}$ は

$$\overrightarrow{O_P P'_0} = R(\mathbf{k}, -\theta_P)\overrightarrow{O_P P_R} \quad (40)$$

となる。

3. 実測点からピニオン理論歯面までの距離の計算法

Fig. 2 Tooth surface and its parallel surface

3.1 実測点から理論歯面までの距離の計算法

三次元測定機では、歯面に接触させた球面の球心の座標値が得られる。実測歯面と理論歯面との比較を行うためには、球心から理論歯面までの距離を求める必要がある。その値は、球半径の値が常に加わった値となるので、それを避けたい。そのためには、図2に示すように、球半径だけ離れた理論歯面の平行曲面を考え、球心からこの平行曲面に垂線を下ろすことになる。平行曲面は、理論歯面上の点から面法線方向に球半径だけ離れた点群として求める。垂線を求めるためには、歯面を表す二つのパラメータを変化させつつ、垂線の条件を満たすように逐次近似を行う必要がある。ところが、現実には実測点の個数が大変に多く、各実測点に対してこの逐次近似を行っているとき計算時間が大変に大きくなってしまふ。

そこで、本研究では、

(1) 上述の方法でピニオンの理論歯面平行曲面上の点を、(a) ピニオン軸に垂直な断面を考え、その断面のピニオン軸方向の位置と (b) ピニオン軸からの距離についての格子状の各点について、点の座標値とその面法線を予め求め、記憶しておく。

(2) 隣の歯面については、そのデータをピニオン軸周りに回転させれば得られる。

(3) そして、実測点に近い理論歯面平行曲面上の点を探索し、

(4) 図3に示すように、実測点からその点を通る接平面までの距離 Δ を、理論歯面と実測点の距離の近似値とすることにする。

Fig. 3 Tooth surface error

3.2 理論歯面平行曲面の格子状点 ホブの理論ねじ曲面上の点はパラメータ l と θ_H で与えられ、2種類の運動はラック座標系内のホブの運動を表す s とピニオンの回転角 θ_P によって与えられる。

パラメータ s と l を与えると、最初の接触条件による式 (24) から θ_H が得られ、次の接触条件による式 (36) から θ_P が得られる。

パラメータ s はピニオンの歯幅方向に、また l は歯丈方向のパラメータに対応している。そこで、ピニオン軸をその軸とする円筒とピニオン理論平行歯面の交線を、 l を変数とする逐次近似法により求めることができる。また、歯形はピニオン軸に直角な断面形状であり、断面軸方向所定の位置になるように、 s を変数とする逐次近似法により求めることができる。

4. 三次元測定データ

試料とした歯車は、NC ホブ盤として作られた機械によるものではなく、旧来のホブ盤を改造して倣い法により回転テーブル位置が制御される機械で歯切りされたものである。また、用いた試料は、本研究のために製作したものではなく、利用されずに残っていたものを借用したものである。本研究の目的は、観測されたねじれ角誤差の原因を究明することであり、定性的にでもねじれ角誤差があることが分かれば、十分であると考えた。経済的な理由もあり、この研究のために特別に精度良く歯切りすることはしなかった。

歯形測定は三次元測定機 (ZEISS, UPMC550-CARAT-HSS) を用い測定を行った。今回測定した試料の諸元を表 1 に示す。

ある歯とその 180° 対向の歯に向かって左右の歯面のデータを一組として測定した。測定箇所は、図 2 に示すように、歯幅中央を $z = 0$ とし $z = 8, 4, 2, 0, -2, -4, -8(\text{mm})$ の各位置において歯丈方向 (半径方向間隔約 0.5 mm) に各 10 点測定した。 $z = 8$ および -8 の部分は歯幅の端に近く、小さな歯すじ曲率半径 R_1 に対応する逃げの部分である。

歯面の測定では、歯車の軸穴と歯幅端を基に実測データの座標系を定めることで、その原点、および X、

Table 1 Main dimensions of pinion and hob cutter

module (mm)	4
pressure angle (degr.)	20
number of teeth	40
curvature radius of tooth trace R_0 (mm)	38
R_1 (mm)	15
pitch circle diameter of hob (mm)	77
thread number of hob	2
face width (mm)	20
s_0 (mm)	5

Y、Z の各軸方向が、理論歯面平行曲面を規定している座標系のそれらと出来るだけ一致するようにした。

5. 最小二乗法による実測歯面の誤差の計算

実測歯面の誤差は、次に示すように、一般的に用いられる方法により求めた。

(1) 歯面実測点を座標変換し、理論歯面平行曲面との距離を求める。この距離が誤差に対応する。

(2) 実測点群の全てに対して各点についての誤差の二乗の和を求める。

(3) 理論歯面を規定する歯車座標系に関して Z 軸回りの回転 τ 、X 軸回りの回転 ϕ 、および Y 軸回りの回転 ψ 、さらに X、Y、Z 方向それぞれの補正量 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ の計 6 つを未知数として、誤差二乗和が最小になるように座標変換を行う。そのときの誤差を実測歯面の誤差とする。

測定結果の利用目的によっては、例えば、軸穴を測定しその軸心を基準とした測定データを用い、軸心周りの回転と軸方向の位置を未知数とし、最小二乗法により誤差を求めることも、一般的といえる。本研究の目的は、歯面がねじれる原因を推定することであり、また、歯車の歯切り精度は必ずしも良くなく、誤差の定性的な傾向が合っているか否かが分かれば十分であるとした。そこで、とりあえず、座標変換の自由度を最も多くして、曲面同士を近かづけることにした。

6. 理論歯面に対する実測歯面の誤差

Fig. 4 Error of tooth surface(hob-generated)

Fig. 5 Error of tooth surface(hob-generated)

6.1 ホブ切り理論歯面に対する実測歯面の誤差
 ホブ切り理論歯面に対する実測歯面の誤差を図4,5に示す。同図は、隣り合った2枚の歯について左右それぞれの歯面について表している。図における破線は理論解析より求まる理論歯面を表し、誤差は破線より上方向が正、下方向が負を表している。つまり、測定歯面において理論歯面より切り込まれている場合は負を示す。

歯幅の中央部分 $z = 4\text{mm} \sim -4\text{mm}$ の位置では誤差が $10\mu\text{m}$ 以内となっており測定歯面はホブ切りによる理論歯面とほぼ一致している。 $z = 8\text{mm}$ および $z = -8\text{mm}$ の位置においては誤差が約 $50\mu\text{m}$ と大きくなっている。この部分は歯幅端の逃げの部分として歯すじ曲率半径が小さいところであり、ホブと歯車の間の力の歯車軸方向の成分が大きくなるところに対応している。ホブ盤のワークテーブルの剛性が必ずしも高くないので、このための誤差ではないかと推察している。

圧力角誤差も見られる。圧力角は大きくなる傾向があることがわかる。また左歯面については、図4と図5において傾向が異なっている。この原因は2条のホブにより歯切りされたためではないかと推察している。

6.2 円筒ラックによる理論歯面からの誤差 理論解析においてホブの直径を無限大とすれば平ラックが得られ、平ラックが円筒ラックを創成するように動かせば、同じ解析プログラムで円筒ラックにより創成される理論歯面が得られる。

Fig. 6 Error of tooth surface(rack-generated)

前章の方法により理論歯面に対する実測歯面の誤差を求め、図6および7に示す。

Fig. 7 Error of tooth surface(rack-generated)

同図において、右歯面では歯幅の下方向にいくに従い誤差は負の方へ、また、逆に左歯面では上方にいくに従い負の方へ変化している。つまり、ねじれ角誤差が生じている。

7. 円筒ラック理論歯面からのホブ切り理論歯面の偏差

Table 2 Profile error on the tooth trace
 (hob-generated) (mm) (rack-generated) (mm)

z	right	left	z	right	left
8	0.0503	0.0499	8	0.0700	-0.0488
4	0.0151	0.0007	4	0.0126	-0.0143
2	0.0061	-0.0030	2	0.0015	-0.0119
0	-0.0045	-0.0033	0	-0.0106	-0.0096
-2	-0.0036	0.0043	-2	-0.0125	-0.0019
-4	-0.0027	0.0092	-4	-0.0180	0.0071
-8	0.0361	0.0427	-8	-0.0706	0.0620

ホブ切りによる理論歯面からの誤差及び円筒ラックによる理論歯面の誤差を、代表点として歯丈の中央でのそれらを表2に示す。測定データ全体を用いて最小二乗法により求めたもので、表2のデータ群の分布はゼロに関して対称にならない。

円筒ラックによる理論歯面からのホブ切りによる理論歯面のねじれをねじれ角誤差とする。 $z = 8\text{mm}, -8\text{mm}$ での実測歯面と理論歯面の誤差が大きいので、ここでは $z = 4\text{mm}, -4\text{mm}$ の位置でのねじれ角誤差を求めることにした。

理論的には、円筒ラックによる理論歯面とホブ切りによる理論歯面では左右それぞれの歯面において、 $z = \pm 4\text{mm}$ 位置で求めたねじれ角に 0.092° の差がある。円筒ラックによる理論歯面においてはねじれは生じない。つまりホブ切りによる理論歯面は 0.092° ねじれていることがわかる。

ホブ切りによる理論歯面は、実測歯面とほぼ一致しているので、ピニオンに見られたねじれ角誤差はホブ切りに伴う理論的な偏差であるといえる。

Table 3 Theoretical deviation of helix angle defined by $z = -4\text{mm}$, $z = 4\text{mm}$ on the tooth trace

		Thread number		
		1	2	3
$R_0(\text{mm})$	35	0.049°	0.11°	0.187°
	38	0.041°	0.092°	0.158°
	40	0.038°	0.085°	0.143°

Fig. 8 Theoretical deviation of helix angle defined by $z = -4\text{mm}$, $z = 4\text{mm}$ on the tooth trace

ホブの条数及び歯すじ曲率半径を変化させたときのホブ切り理論歯面のねじれ角偏差を表3及び図8に示す。ホブの条数は少ないほうがねじれ角は小さくなり、また歯すじの曲率半径は大きくしたほうがねじれ角は小さくなることからわかる。ホブの条数が増えるほどねじれ角に与える影響は大きくなることからわかる。

円筒ラックによる理論歯面の圧力角とホブ切りによる理論歯面の圧力角の差を圧力角偏差とする。

Fig. 9 Theoretical deviation of pressure angle

図9は、ホブの条数が2の場合の歯すじの曲率半径を変化させたときのそれぞれの位置での圧力角偏差である。歯幅の中央部分 $z = 0$ の位置では歯すじ曲率半径が変化しても圧力角偏差は変化しないが、歯幅の中央から離れるほど圧力角偏差の変化は大きくなるこ

とがわかる。

Table 4 Theoretical deviation of pressure angle on the place $z = 0$

Thread number		
1	2	3
0.031°	0.125°	0.286°

表4には、それぞれの条数での歯幅の中央の位置における圧力角偏差を示す。ホブの条数が多いほど圧力角偏差は大きくなることからわかる。

8. 結 言

ギヤカップリングに用いられる、ホブ切りされた樽型のピニオン歯面に、ねじれが観察された。この原因を確かめるため、ホブ切りによる理論歯面A、および筒型のラックにより創成される理論歯面Bを求めた。そして、実際にホブ切りした歯面を測定し、理論歯面Aからの誤差および同Bからの誤差を求めた。その結果、実際の歯面はほぼ理論歯面Aに近いこと、また理論歯面Bからの誤差に、ねじれ角誤差があることが分かった。一般には樽型ピニオンは、歯面Bとして理論的に解析されるが、この場合ねじれ角偏差が伴うことが分かった。

また、理論解析により、ホブの条数が多いほど、ねじれ角偏差や圧力角偏差が大きくなることが分かった。

文 献

- (1) 高井昭・斎田伸幸・保延誠・高西忠司, 日立評論, 42-8, (1960), 54-59
- (2) 箱崎義英・島地重幸, 歯車型軸継手の歯当たり及びバックラッシュ, (投稿中)