極配置法に基づいたゲインスケジューリングによる 回転型倒立振子の安定化制御*

十河 宏行^{*1}, 外山 宏慈^{*2}, 山本 透^{*3}

Stabilization Control of a Rotational Inverted Pendulum Using a Gain Scheduled Method Based on Pole-Assignment

Hiroyuki SOGO^{*4}, Koji TOYAMA and Toru YAMAMOTO

^{*4} Takamatsu National College of Technology,
355 Chokushi-cho, Takamatsu-shi, Kagawa, 761-8058 Japan

A nonlinear control scheme for an inverted pendulum system which has a pivot rotating in the vertical plane is proposed. The state equation which includes the parameter of the rotation angle of the arm in the system and input matrices is derived in order to express the nonlinearity of the system. The nonlinear controller is designed using a gain scheduled method based on a pole-assignment scheme. The effectiveness of the proposed control scheme is experimentally demonstrated and discussed. Then, it is clarified that on unstable phenomenon occur at the particular rotation angle of the arm, and is theoretically discussed by a modal analysis.

Key Words: Gain Scheduled Method, Pole-Assignment, Inverted Pendulum, Modal Analysis

1. 結 言

身近な非線形システムの一例として倒立振子があり、倒立点近傍で線形化したシステムに対する研究⁽¹⁾や、振子の振上げる際の非線形性に着目した研究が行われている。非線形に関する研究として、エネルギー則による制御⁽²⁾、スライディングモードによる制御⁽³⁾⁽⁴⁾、倒立振子系の特徴を生かした線形化による制御⁽⁵⁾や学習制御⁽⁶⁾を用いた研究がある。これらの研究で用いたシステムは台車型や水平回転型の単一倒立振子が多く、振子の角度に関する非線形性について着目した研究を行っている。

本論文では、非線形システムの一つである回転型倒立振子の安定化制御を扱う。回転型倒立振子は、アクチュエータにより回転するアーム先端に振子を取付け、共に垂直面内を回転する機構をもったシステムである。機構上、振子とアームの自重項によるトルクがアーム角度により変動するため、台車系に比べより強い非線形性を有している。本論文では、振子の安定化可能なアーム角度の範囲を広げる一手法について論述する。本手法は以下に述べる局所線形手法を連続的に適用し、

Fig. 1 Kinetic Dynamics model

非線形性を有する回転型倒立振子に対し安定化制御を試みたものである。まず、アーム角度をパラメータとした状態方程式を導出し、極配置法によりアーム角度と極をパラメータとしたスケジューリングを行い、可変ゲインフィードバック制御器を導出する。次に、本システムが有する動特性を明らかにし、理論的に安定化可能な範囲を調べる。最後に、実機実験により本手法の有用性を確認する。

2. モ デ リ ン グ

2.1 運動方程式 本論文に用いる回転型倒立振子のモデルを図1に示す。倒立振子は、剛体振子と剛体アーム（以後「振子」、「アーム」と称す）で構成されている。本システムは、アーム下端に取付けたDCサーボモータでアームを回転し、アーム先端に取付け

* 原稿受付 2002年9月17日。

^{*1} 正員, 高松工業高等専門学校(☎761-8058 高松市勅使町355)。

^{*2} 日信電子サービス(株)(☎222-0033 横浜市港北区新横浜3-20-12)。

^{*3} 正員, 広島大学大学院(☎739-8524 東広島市鏡山1-1-1)。

E-mail: sogo@takamatsu-nct.ac.jp

た振子の安定化制御を行うものである。振子の回転角を θ 、アームの回転角を α で表す。 m_P は振子の質量、 J_P は振子質点周りの慣性モーメント、 m_A はアームの質量、 J_A はアーム質点周りの慣性モーメント、 L_P はアーム先端から振子重心までの長さ、 L_A はアーム下端からアーム重心までの長さ、 L_{AL} はアーム長さ、 C_P は振子回転軸周りの粘性減衰係数、 C_A はアーム下端軸周りの粘性減衰係数を表す。

図 1 に示すシステムの運動方程式は、次式となる。

$$\begin{aligned} \bar{J}_P \ddot{\theta} + m_P L_{AL} L_P \cos(\alpha - \theta) \ddot{\alpha} \\ - m_P L_{AL} L_P \sin(\alpha - \theta) \dot{\alpha}^2 \\ - C_P (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) - m_P g L_P \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \bar{J}_A \ddot{\alpha} + m_P L_{AL} L_P \cos(\alpha - \theta) \ddot{\theta} \\ + m_P L_{AL} L_P \sin(\alpha - \theta) \dot{\theta}^2 \\ + C_P (\dot{\alpha} - \dot{\theta}) + C_A \dot{\alpha} \\ - (m_A L_A + m_P L_{AL}) g \sin \theta = T_M \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 T_M は DC サーボモータのトルクを表し、 $\bar{J}_P$ 、 $\bar{J}_A$ の詳細を以下に示す。

$$\bar{J}_P = J_P + m_P L_P^2 \quad (3)$$

$$\bar{J}_A = J_A + m_A L_A^2 + m_P L_{AL}^2 \quad (4)$$

2.2 制御機構の概要 本論文では、アームの速度制御系を構成した DC サーボモータを用いる。制御入力をアームの回転速度 $\dot{\alpha}_{in}$ とし、 $\dot{\alpha}_{in}$ からアーム回転角速度 $\dot{\alpha}$ までの伝達特性を、次式に示す形で表す。

$$\ddot{\alpha} + \zeta \dot{\alpha} = \xi \dot{\alpha}_{in} \quad (5)$$

ここで、 ζ はアーム系に関する時定数を、 ξ はモータの減速比を含めたゲインを表す。

$\dot{\alpha}_{in}$ をサーボモータへの指令電圧 V_{in} に変換する際、図 2 に示す DC サーボモータの摩擦損失による不感帯を考慮する。 $\dot{\alpha}_{in}$ と V_{in} の関係を次式で表す。

$$V_{in} = \begin{cases} K_M \dot{\alpha}_{in} + V_{CR} & (\dot{\alpha}_{in} > 0.0) \\ K_M \dot{\alpha}_{in} - V_{CR} & (\dot{\alpha}_{in} < 0.0) \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 V_{CR} と K_M は不感帯幅とモータ定数である。

アームを回転移動させ振子を安定化できるアーム角度の範囲を確かめるため、以下の方法をとる。アーム角速度 $\dot{\alpha}_R$ を目標入力としステップ関数の形で与えることとした。定常偏差なく追従させるため、式 (7) と式 (8) に示す積分器を導入した拡大サーボ系を構築する。

$$e_v = \int (\dot{\alpha}_R - \dot{\alpha}) dt \quad (7)$$

Fig. 2 Dead zone for v_{in}

$$e_d = \int e_v dt \quad (8)$$

$$\dot{x} = A x + b u \quad (9)$$

$$x = [\dot{\theta} \ \theta \ \dot{\alpha} \ e_v \ e_d]^T \quad (10)$$

2.3 状態方程式 振子は倒立状態で安定化制御を行うので、式 (1) の運動方程式の θ のみを、 $\theta = 0$ で Taylor 展開する。これにより、アーム回転角 α による構造的な非線形性を保存した状態で、式 (1) と式 (5) を状態空間表現すると次式となる。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(\alpha) x + b(\alpha) u \\ &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\zeta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \\ \xi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 u は式 (5) の $\dot{\alpha}_{in}$ を使い、各項の詳細は次式となる。

$$a_{11} = \frac{-C_P}{\bar{J}_P} \quad (12)$$

$$a_{12} = \frac{m_P g L_P}{\bar{J}_P} \quad (13)$$

$$a_{13} = \frac{1}{\bar{J}_P} (C_P + m_P L_{AL} L_P \zeta \cos \alpha) \quad (14)$$

$$b_1 = \frac{-m_P L_{AL} L_P \xi \cos \alpha}{\bar{J}_P} \quad (15)$$

3. 極配置法に基づいたゲインスケジューリングによる制御系の設計

3.1 ゲインスケジューリング法 本システムのように動作点の移動にともないシステムの動特性が変動する特性を有している場合、実用的な制御法の一つとしてゲインスケジューリング法がある。従来のゲインスケジューリング法は、いくつかの平衡状態における固定コントローラを設計し、これらを補間することでコントローラを設計する手法⁽⁷⁾⁽⁸⁾である。近年、制御系の内部安定性と H^∞ での制御性能を保証し、スケジューリングパラメータに依存したコントローラを 1 回の手順で設計する手法に関する研究⁽⁹⁾ が多く行

われている。

本論文ではゲインスケジューリング法の内、パラメータ凍結法⁽¹⁰⁾を適用する。この手法は、スケジューリングパラメータを一定値に凍結することで、LPV (Linear Parameter Varying) システムである線形時変システムを線形時不変系として扱うことに特長がある。まず、アーム回転角 α がオンラインで観測できることに着目し、これを制御対象の外部からオンラインで与えるスケジューリングパラメータとみなす。次に、サンプリング時間ごとに式 (11) 中のパラメータを固定し、線形時不変系とみなした状態方程式と、安定性と制御目的を達成する極を定め、その極を用いた極配置法による制御器を構成しゲインをスケジュールすることを考える。

3.2 極配置法 非線形システムの場合、極という概念は存在しないがパラメータ凍結法を用いることで、式 (11) 中のパラメータを固定し線形時不変系として扱えるので、線形制御則の極配置法を適用することが出来る。

本制御システムの特性多項式は次式で表される。

$$T(s) = \det[sI - A(\alpha) + b(\alpha)k^T] \quad (16)$$

$$k = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_5]^T \quad (17)$$

望ましい極⁽¹¹⁾を ω_0 として、速応性には欠けるが目標値変化に対して行過ぎのない応答が得られる二項係数標準形を用いる。

$$T_C(s) = (s - \omega_0)^5 \quad (18)$$

式 (16) と式 (18) の係数比較を行い極配置法に基づいたゲインスケジューリングによるゲイン k を求めると次式となる。図 3 に本制御手法のブロック図を示す。

$$\begin{aligned} k_1 = & (a_{12}^2(a_{11}a_{12}b_1 - (a_{11}^2 + a_{12})(b_1\zeta \\ & + a_{13}\xi)) + 5a_{12}^2(-a_{12}b_1 + a_{11}(b_1\zeta \\ & + a_{13}\xi))\omega_0 - 10a_{12}^2(b_1\zeta + a_{13}\xi)\omega_0^2 \\ & - 10a_{12}^2b_1\omega_0^3 - 5a_{12}(b_1(a_{11} + \zeta) \\ & + a_{13}\xi)\omega_0^4 - (b_1(a_{12} + a_{11}(a_{11} + \zeta)) \\ & + a_{11}a_{13}\xi)\omega_0^5)/D \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} k_2 = & (a_{12}^3(a_{12}b_1 - a_{11}(b_1\zeta + a_{13}\xi)) \\ & + 5a_{12}^3(b_1\zeta + a_{13}\xi)\omega_0 + 10a_{12}^3b_1\omega_0^2 \\ & + 10a_{12}^2(b_1(a_{11} + \zeta) + a_{13}\xi)\omega_0^3 \\ & + 5a_{12}(b_1(a_{12} + a_{11}(a_{11} + \zeta)) \\ & + a_{11}a_{13}\xi)\omega_0^4 + (b_1a_{11}(a_{11}^2 + 2a_{12}) \end{aligned}$$

Fig. 3 Block diagram of the control scheme

$$+ (a_{11}^2 + a_{12})(b_1\zeta + a_{13}\xi))\omega_0^5)/D \quad (20)$$

$$\begin{aligned} k_3 = & (a_{12}^2(b_1^2\zeta^3 + a_{13}b_1(a_{12} + \zeta(2\zeta \\ & - a_{11}))\xi + a_{13}^2(\zeta - a_{11})\xi^2) \\ & + 5a_{12}^2(b_1\zeta + a_{13}\xi)^2\omega_0 \\ & + 10a_{12}^2b_1(b_1\zeta + a_{13}\xi)\omega_0^2 \\ & + 10a_{12}^2b_1^2\omega_0^3 + 5a_{12}b_1(b_1(a_{11} + \zeta) \\ & + a_{13}\xi)\omega_0^4 + b_1(b_1(a_{12} + a_{11}(a_{11} \\ & + \zeta)) + a_{11}a_{13}\xi)\omega_0^5)/(D\xi) \end{aligned} \quad (21)$$

$$k_4 = (5a_{12}\omega_0^4 + a_{11}\omega_0^5)/(a_{12}^2\xi) \quad (22)$$

$$k_5 = -\omega_0^5/(a_{12}\xi) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} D = & a_{12}^2(a_{12}b_1^2 - (a_{13}\xi + b_1\zeta) \\ & \times (a_{13}\xi + b_1(a_{11} + \zeta))) \end{aligned} \quad (24)$$

4. システムの動特性

4.1 概要 式 (2) に示すアームに関する運動方程式中に、振子の回転角 θ の速度、加速度項が含まれており、振子の運動がアームの運動に影響を及ぼすことを表している。本システムはアーム速度を入力することで、振子とアームの位置制御を行っており、振子とアーム二つの自重項によるトルクの影響を受けることになる。これは、2本の並列振子を有した並列型倒立振子と似た構造をしている。この場合、2本の振子のシステム定数が同一であれば2本の振子のモードが等しくなり、可制御性が消失することが知られている。

本制御対象となる回転型倒立振子の場合、振子とアームの自重項によるトルクが α とともに変化するため、並列型倒立振子と同様に可制御性が消失する可能性がある。そこで任意のアーム回転角 α_R を平衡状態とした場合の振子とアームの固有振動数と振動形態について調べる。これを本論文ではモード解析と呼ぶこととする。

4.2 モード解析 モード解析を行うにあたり、アームの回転角 α についても線形化を行う。式 (1) と

式 (2) に示す運動方程式中の α に式 (25) を代入し、アーム目標角度 α_R で Taylor 展開する。式中、 $\Delta\alpha$ は目標角度に対する微小角度を示す。

$$\alpha = \alpha_R + \Delta\alpha \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \Delta\ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \Delta\alpha \end{bmatrix} \quad (26)$$

式 (26) 中の各項の詳細は次式となる。

$$d_{11} = g(m_P L_P \bar{J}_A - m_P L_{AL} L_P \times (m_A L_A + m_P L_{AL}) \sin^2 \alpha_R) / D_1 \quad (27)$$

$$d_{12} = -g m_P L_{AL} L_P (m_A L_A + m_P L_{AL}) \times \cos 2\alpha_R / D_1 \quad (28)$$

$$d_{21} = -g m_P^2 L_{AL} L_P^2 \cos \alpha_R / D_1 \quad (29)$$

$$d_{22} = g \bar{J}_P (m_A L_A + m_P L_{AL}) \cos \alpha_R / D_1 \quad (30)$$

$$D_1 = \bar{J}_A \bar{J}_P - m_P^2 L_{AL}^2 L_P^2 \cos^2 \alpha_R \quad (31)$$

式 (26) より固有振動数 ω_1 , ω_2 と、各モードを求めると次式となる。

$$\omega_{[2]}^2 = \frac{1}{2} (d_{11} + d_{22} \pm \sqrt{d_{11}^2 + 4d_{12}d_{21} - 2d_{11}d_{22} + d_{22}^2}) \quad (32)$$

$$\frac{\theta}{\Delta\alpha_{[2]}} = \frac{1}{d_{21}} (\omega_{[2]}^2 - d_{22}) \quad (33)$$

図 4(a) に、 α_R が 0 から 2π まで変化した際の $\theta/\Delta\alpha$ の変動を、(b) に固有振動数の変動を示す。図中、実線は ω_1 を、破線は ω_2 の場合を表す。モード解析に使用したシステム定数を表 1 に示す。 $\theta/\Delta\alpha=1$ となる点が、振子とアームのモードが等しくなるアーム角度である。図より、 $\alpha_R = 1.15[\text{rad}]$ と $5.13[\text{rad}]$ で $\omega_2 = 2.16[\text{rad/s}]$ の時、モードが等しくなり可制御性が消失することがわかる。このように、振子とアームのシステム定数が異なっている、振子やアームの自重項によるトルクがアーム角度により変化する場合は、モードが等しくなることがある。この点が、並列型倒立振子とは異なる点である。さらに、モードが等しくなるアーム角度や固有振動数は、システム定数でも変化することになるので注意が必要である。

以上の事項を踏まえて、振子の安定化可能なアーム角度を実機実験により確認する。

5. 実験結果および考察

5.1 実験装置 図 5 に実験装置の概略図を示す。アームの回転角度 α はモータ端のエンコーダで、振

Table 1 System parameters

Sym.	Value	Sym.	Value
C_P	$1.08 \times 10^{-3} (\text{Nms})$	L_A	$7.70 \times 10^{-2} (\text{m})$
J_A	$1.10 \times 10^{-3} (\text{kgm}^2)$	L_{AL}	$0.2 (\text{m})$
J_P	$1.22 \times 10^{-3} (\text{kgm}^2)$	L_P	$0.258 (\text{m})$
m_A	$0.270 (\text{kg})$	ζ	$140 (1/\text{s})$
m_P	$0.044 (\text{kg})$	ξ	$140 (1/\text{s})$

Fig. 4 Mode diagram

Fig. 5 Schematic figure of the experimental system

子の回転角度 θ はモータ端とアーム先端に取り付けたエンコーダにより測定する。アームの駆動用には、バックラッシュのないハーモニックドライブを使用した DC モータを用いる。

実験に用いた制御器は PC9821Ap2 を使い、プログラムは Turbo C Ver.2.0 で記述し、速度制御用モータドライバは、岡崎産業 PC-0121-1 を用いた。

5.2 実験方法 本手法の有用性を確認するため、原点に対しアームが上方にある場合と下方に

Fig. 6 Control results which is changed α : $0 \rightarrow 1.047 \rightarrow 0$ [rad]

Fig. 7 Trajectories of control errors and control parameters corresponding to Fig. 6

Fig. 8 Relationship between α and D

ある場合について、振子の安定化可能なアーム角度の範囲を求めた。2.2 節で述べたアーム速度の指令値は $\dot{\alpha}_R = 0.0872$ [rad/s] (5[deg/s]) とし、サンプリング時間は 0.001[s] とした。いずれも、振子の回転角 θ が 2.62×10^{-3} [rad] (0.15[deg])、角速度 $\dot{\theta}$ が

1.75×10^{-2} [rad/s] (1.0[deg/s]) 以下に収束後、制御実験を開始することとした。実験に使用した極 ω_0 はアームが鉛直にある状態で、行き過ぎ量が小さく振子を安定化させる値を実験的に求め、 $\omega_0 = -4.6$ とした。

5.3 アームが上方にある場合 図 6 に α_R を $0 \sim 1.05$ [rad] (60[deg]) まで往復させた場合の実験結果を示す。(a) は θ , (b) は α , (c) は $\dot{\alpha}_{in}$ の時間変動を表す。(b) 中、実線は実験値 α を、破線は目標値 α_R を示す。図より目標値に追従した振子の安定化制御が行えている。アームを往復運動させる場合、 α は 1.11[rad] (63.6[deg]) まで安定化できた。 α をさらに大きくし約 1.16[rad] (66.7[deg]) に達すると、4.2 節で述べたように、入力側が固有振動数の約 3 倍の 6.41[rad/s] となり可制御性が消失する。この実験では振子の安定化範囲を広げるため、 $\alpha = 0$ [rad] 時の極を $\omega_0 = -4.6$ とし、アームが水平状態に近づくほど ω_0 を虚軸に近づけ、 ω_0 の変化率は実験的に求め 0.891[1/rad] とした。また、極を $\omega_0 = -4.6$ と固定した場合は、0.698[rad] (40[deg]) までしか安定化できなかった。図 3 のブロック線図に示したように、本手法は極 ω_0 を変更することで、さらに振子の安定化領域を増大させることが可能である。

図 7 は図 6 の実験時における偏差とゲインの時間変動である。(a) 中、実線は角速度偏差の積分 e_v を、破線は 2 階積分 e_d を示す。(b) において、 $\dot{\theta}$ のゲイン k_1 と θ のゲイン k_2 は α とともに増大している。これはアームが水平に近づくほど、振子の倒立制御に必要な可操作域が減少するためであり、式 (19) から式 (21) に示したゲイン算出式の分母 D の変動として説明できる。 α と式 (24) に示す D の関係を図 8 に示す。 α が $\pi/2$, $3\pi/2$ に近づくとき D は減少するため、ハイゲインとなり系が不安定な状態に陥る危険性があるので注意が必要である。

5.4 アームが下方にある場合 図 9 に α を $\pi \sim 4.45$ [rad] (255[deg]) まで往復させた場合の実験結果を示す。図より、指令値に追従して振子の安定化制御が行えていることがわかる。実験に使用した極は $\omega_0 = -4.6$ で固定とした。 α は 4.57[rad] (262[deg]) まで安定化できており、アームが上方の場合に比べ振子を安定化できる範囲が増大している。 α が $\pi/2 \sim 3\pi/2$ の範囲では、可制御性が消失するアーム角度が存在しないため、 ω_0 の調整を行わなくても安定化できる範囲をアームが上方にある場合に比べ増大することができた。

図 10 は図 9 の実験時における偏差とゲインの時間変動である。

Fig. 9 Control results which is changed $\alpha : \pi \rightarrow 1.309 \rightarrow \pi [\text{rad}]$

Fig. 10 Trajectories of control errors and control parameters corresponding to Fig. 9

6. 結 言

本論文では、アーム角度をパラメータとした状態方程式を導き、アーム角度と線形制御の一つである極配置法を用いてスケジューリングを行った制御手法を提案し、以下の結論を得た。

1. 強い非線形性を有する回転型倒立振子に対して本手法を適用し、広い範囲での振子の安定化領域が得られ、本手法の有用性を実験的に確認した。アームが上方にある場合は $0 \sim 1.11 [\text{rad}]$ 、下方にある場合は $\pi \sim 4.57 [\text{rad}]$ まで安定化できる。
2. 回転系において、二つ以上の自重項によるトルク

が回転角とともに変動するシステムの場合、モードが等しくなり可制御性が消失する角度が存在する。

3. モードが等しくなる角度は、システム定数により変動するので事前にシステムの動特性を把握する必要がある。

参 考 文 献

- (1) S. Mori, H. Nishihara, and K. Furuta: "Control of Unstable Mechanical System; Control of Pendulum", Int. J Control 23(1976), 673-692.
- (2) M. Wiklund, A. Kristenson and K. J. Åström: "New Strategy for Swinging Up a Inverted Pendulum", Proc. IFAC 12th Triennial World Congress(1993), 757-760.
- (3) A. Inoue, K. Nakayasu and S. Masuda: "Swing up Control of an Inverted Pendulum Using a Sliding Mode Control", Proc. 3rd Int. Conf. MOVIC Vol3(1996), 449-454.
- (4) 川島豪: 「一つのスライディングモード制御側による倒立振子の振上げと安定化」, 日本機械学会論文集, C-65-640(1999), 4700-4707.
- (5) 佐伯正美: 「倒立振子の非線形コントローラ設計と厳密な線形化法」, 計測自動制御学会論文集, 29-4(1993), 491-493.
- (6) 尾崎弘明, 林長軍, 下川哲司: 「振上げ軌道学習による倒立振子の制御」, 日本機械学会論文集, C-61-584(1995), 1537-1542.
- (7) I. Kaminer, A. Pascoal, P.P. Khargonekar and E. Coleman: "A velocity algorithm for the implementation of gain-scheduled controllers", submitted for publication(1993).
- (8) W.J. Rugh: "Analytical Framework for Gain Scheduling", IEEE Control Systems Magazine, Vol.11(1991), 74-84.
- (9) 渡辺亮, 内田健康, 藤田政之, 示村悦次郎: 「スケジューリングパラメータをもつ線形システムの H^∞ 制御」, 計測自動制御学会論文集, 31-4(1995), 481-488.
- (10) J.S. Shamma and M. Athans: "Analysis of gain scheduled control for nonlinear plants", IEEE Trans. Automatic Control, 35(1990), 898-907.
- (11) H. Kimura: "Pole Assignment by Gain Output Feedback", IEEE Trans. Automatic Control 20(1975), 509-516.