ケーブル・搬器連成振動の動吸振器による制振*

朴 正 圭^{*1}, 深 田 和 範^{*2}, 松 久 寛^{*1}A Study of the Effect of Cable Vibration on the
Design of Dynamic Vibration Absorbers for Ropeway CarriersJeong Gyu PARK^{*3}, Kazunori FUKADA and Hiroshi MATSUHISA^{*3} Department of Precision Engineering, Kyoto University,
Yoshidahon-machi, Sakyo-ku, Kyoto-shi, Kyoto, 606-8501 Japan

This paper investigates the effect of cable vibration on the design of dynamic vibration absorbers for ropeway carriers which are suspended by cables. In this analysis the ropeway carrier and cable were modeled with a lumped parameter method and an analytical Green's function was used to obtain the stiffness matrix of the cable system. The natural frequencies and mode shapes of the pendulum with cable system were determined in order to find a single equivalent pendulum by matching the kinetic energy of the two models. Using the equivalent pendulum, an optimum dynamic vibration absorber for the cable suspension carrier was designed. Experiments for the free vibration of the system were conducted to verify the modeling results and demonstrate the usefulness of this work.

Key Words: Dynamic Vibration Absorber, Vibration Control, Pendulum, Ropeway Carrier, Cable

1. 緒言

ロープウェイやゴンドラなどの索道搬器はスキー場や観光地で使用されているが、鋼索に懸垂されているという構造から風によって揺れるという問題がある。これまでに、搬器の制振装置に関する研究はいくつかなされてきて、円軌道動吸振器⁽¹⁾、差動滑車動吸振器⁽²⁾やジャイロ⁽³⁾を用いたものなどがある。現実の動吸振器設計での問題はケーブルの取り扱いである。ケーブルも振動し、搬器の支点はケーブルとともに移動し固有振動数は搬器の位置により変化する。そのため搬器とケーブルの連成振動として考える必要があり、また、一本のケーブルに複数搬器がついているときには搬器の相互作用もあり、固有振動数は変化する。そこで実際には、搬器が鉄塔に衝突するのをさけることを優先し、鉄塔近くの揺れを抑えるように実験値をもとに動吸振器を設計している。これまでに、ケーブルと搬器の連成振動を動吸振器で抑えるという視点からの研究は、ケーブルを1つのばねとみなして動吸振器を設計しているものがある⁽⁴⁾。また、ケーブルに複数搬器

が懸垂された系をケーブルの質量を無視してモデル化し、揺れの特性を調べたもの⁽⁵⁾⁽⁶⁾があるが、そこでは制振については論じられていない。

そこで本研究では、ケーブルと複数搬器の連成振動を理論的に解析し、その動吸振器の設計法を提案する。

2. 力学モデル

2.1 ケーブル 図1のように進行方向に x 軸、水平横方向に y 軸、鉛直方向に z 軸をとる。ケーブルのたわみがケーブルの長さの10%以内であれば、垂直方向と水平方向の振動は独立していると近似できる⁽⁷⁾。そこで、本研究では両端が同じ高さで固定されているケーブルの横振動を考える。 y 軸方向の微小変位を v とすると運動方程式は次のように表わされる。

$$H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 H は張力 T の水平成分であり、 ρ はケーブルの線密度である。その水平方向の固有振動数は次のようになる。

* 原稿受付 2002年8月1日。

^{*1} 正員, 京都大学工学研究科(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)。^{*2} 学生員, 京都大学大学院。

E-mail: jgpark@prec.kyoto-u.ac.jp

Fig. 1 The schematic diagram of cable

$$\omega_i = i\pi \sqrt{\frac{H}{\rho \ell^2}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

ここで、 i は振動の次数であり、 ℓ はケーブルの長さである。

なお、現実の索道搬器ではケーブルは 2~6m/s で走行するが、それはケーブルの屈曲波の伝播速度の 0.5% 以下であり、固有振動数などはほとんど変化しない。よって本研究ではケーブルの走行は無視する。

ケーブルを集中質量系に離散化するため、図 2 に示されるように η での静的単位負荷に対する x での変位を与える影響係数 $a(x, \eta)$ を導入する⁸⁾。

$$a(x, \eta) = \begin{cases} x(\ell - \eta)/H\ell, & \text{for } x \leq \eta \\ \eta(\ell - x)/H\ell, & \text{for } x > \eta \end{cases} \quad (3)$$

また、弦の水平方向の変位 v は、各点に働く力(慣性力)による変位の積分として与えられるので、

$$v(x) = \int_0^\ell a(x, \eta) \rho \ddot{v}(\eta) d\eta \quad (4)$$

となる。

ケーブルを等間隔の N 個の集中質量に離散化し、 $\Delta \ell = \ell/(N+1)$, $m_1 = m_N = 1.5\rho\Delta \ell$, $m_i = \rho\Delta \ell$ ($i=2, 3, \dots, N-1$) , $a(x_m, \eta_k) = a_{mn}$, $v(x_m) = v_m$, $v(\eta_k) = v_n$ とおくと式(4)はつぎのように表わすことができる。

$$v_m = \sum_{n=1}^N a_{mn} m_n \ddot{v}_n \quad (5)$$

これを行列式に置き換えると

$$\{v\} = [a][m]\{\ddot{v}\} \quad (6)$$

になりここで得られた行列 $[a]$ の逆行列は剛性マトリックスになる。

Fig. 2 The flexibility influence function of the cable

Table 1 The natural frequencies of cable ($H=98000\text{N}$)

	Exact Solution	Approximate Solution ($N=7$)	Approximate Solution ($N=14$)
ω_1 (rad/s)	3.92	3.82(2.6%)	3.91(0.3%)
ω_2	7.84	7.16(8.7%)	7.72(1.5%)
ω_3	11.76	9.99(15.1%)	11.35(3.5%)

Table 2 The natural frequencies of cable ($H=216000\text{N}$)

	Analytic solution	Approximate Solution ($N=7$)	Approximate Solution ($N=14$)
ω_1 (rad/s)	5.82	5.68(2.4%)	5.80(0.3%)
ω_2	11.64	10.63(8.7%)	11.46(1.54%)
ω_3	17.47	14.82(15.2%)	16.85(3.5%)

ここでケーブルの諸元を決めるにあたり、10 人乗りのゴンドラが複数台ついた長さ 1km、高低差 300m の索道を例にとる。線密度 ρ を 6.29kg/m、長さ(支柱間距離)を 100m、水平張力を山麓付近で 98000N、山頂付近で 216000N と想定する。式(1)による厳密解と集中離散化モデルによる近似解を比べた結果を表 1, 2 に示す。分割数 N が 7 であれば 1 次モードまで、14 なら 3 次モードまで、5% 以内の誤差で近似できる。

2.2 ケーブル・搬器連成系の力学モデル 図 3 にケーブル・搬器連成系の力学モデルを示す。搬器は質量 m_p 、長さ L_1 の振り子とし、その変位角を θ_p とする。搬器に外力 P が働くときの系の減衰を無視した運動方程式は次式になる。

$$[M]\{\ddot{v}\} + [K]\{v\} = \{F\} \quad (7)$$

ここで

Fig. 3 Lumped cable and pendulum model

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n + m_p & \cdots & 0 & m_p L_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & m_N & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & m_p L_1 & \cdots & 0 & m_p L_1^2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_N + k_{N+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_p g L_1 \end{bmatrix}$$

$$\{v\} = \{v_1 \ v_2 \ v_3 \ \cdots \ v_N \ \theta_p\}^T$$

$$\{F\} = \{0 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ P L_1 e^{j\omega t}\}^T$$

式(7)では集中質量 m_{n-1} と m_n の間の剛性を k_n で表した。集中質量が等間隔の弦振動の場合は $k = k_1 = \cdots = k_{N+1} = H / \Delta l$ の関係がある。つぎにケーブルと搬器連成系に対する等価自由度振動系を求める。多自由度の等価質量同定法として背戸ら¹⁰および大熊¹¹が提案した固有ベクトル法を用いる。まず、図3に示した系の i 次固有振動モードでの運動エネルギーは次式で表現できる。

$$T_i = \frac{1}{2} \omega_i^2 \{V_i\}^T [M] \{V_i\} \quad \cdots \cdots \cdots (8)$$

ここで $\{V_i\} = \{V_{1i} \ \cdots \ V_{Ni} \ \Theta_{pi}\}^T$ は i 次モードの固有ベクトルである。等価単振子の質量と長さを m_{eqi} と L_{eqi} とすると、その運動エネルギーは

$$T_i = \frac{1}{2} \omega_i^2 m_{eqi} L_{eqi}^2 \Theta_{pi}^2 \quad \cdots \cdots \cdots (9)$$

と表され、式(8)と式(9)を比較することにより、次式が得られる。

$$m_{eqi} = \frac{\{V_i\}^T [M] \{V_i\}}{L_{eqi}^2 \Theta_{pi}^2} \quad \cdots \cdots \cdots (10)$$

等価長さは固有振動数より次式で与えられる。

$$L_{eqi} = g / \omega_i^2 \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

式(10)と(11)より i 次モードの等価質量は

$$m_{eqi} = \frac{\omega_i^4 \{V_i\}^T [M] \{V_i\}}{g^2 \Theta_{pi}^2} \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

になる。

前述のケーブルを15個の集中質量でモデル化し、質量が790kg、長さが3.8mの搬器(10人乗りゴンドラ)

Fig. 4 The natural frequency and the equivalent mass versus position of carrier.

が1台ついた場合の搬器の位置による1次モードの固有振動数と等価質量の変化を図4に示す。 $\eta=0$ または100mではケーブルの影響はなく固定支点の単振子と同じであるが、搬器が支柱間の中央部にくるほど変化が大きくなる。 $H=98000\text{N}$ では、固有振動数は約18%低下し、等価質量は約4%大きくなる。 $H=216000\text{N}$ では固有振動数は約10%低下し、等価質量は約1%大きくなる。張力が小さい程、ケーブルの影響は大きくなる。

2.3 ケーブル・搬器・動吸振器系の力学モデル 図5の円軌道形動吸振器付き搬器をケーブルに取り付けたときの力学モデルを図6に示す。 m_d は動吸振器の質量、 θ_d は角変位、 L_2 は曲率半径、 L_0 は動吸振器の曲率中心 O_d とゴンドラ支点 O 間の長さである。そのときのシステムの運動方程式は次式で表わされる。

$$[M]\{\ddot{v}\} + [C]\{\dot{v}\} + [K]\{v\} = \{F\} \quad \cdots \cdots \cdots (13)$$

ここで

Fig. 5 Schematic diagram of pendulum with pendulum dynamic vibration absorber

Fig. 6 The Lumped cable, pendulum, and DVA model

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n + m_p + m_d & \cdots & 0 & M_3 & m_d L_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & m_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & M_3 & \cdots & 0 & M_1 & M_2 \\ 0 & 0 & \cdots & m_d L_2 & \cdots & 0 & M_2 & m_d L_2^2 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = m_p L_1^2 + m_d (L_2 - L_0)^2, M_2 = m_d L_2 (L_2 - L_0)$$

$$M_3 = m_p L_p + m_d (L_2 - L_0)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_2 L_2^2 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_N + k_{N+1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & K_1 & m_d g L_2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & m_d g L_2 & m_d g L_2^2 \end{bmatrix}$$

$$K_1 = m_p g L_p + m_d g (L_2 - L_0)$$

$$\{v\} = \{v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_N \ \theta_p \ \theta_d\}^T$$

$$\{F\} = \{0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ PL_p e^{j\omega t} \ 0\}^T$$

2.4 単一搬器の制振 基本的な特性を得るために搬器1台がロープの中央にあるときの動吸振器による制振効果を検討する。等価一自由度系の搬器を図7に示す。質量790kgで腕の長さ3.8mの搬器は水平張力98000Nのケーブルとの連成により見かけ上、質量819kg、長さ6mの搬器と等価となる。○印がケーブル位置であり、●印が搬器の回転中心である。動吸振器の質量を50kgとし、ケーブルとの連成を考慮せずに設計された動吸振器($L_2 = 3.69\text{m}$, $\xi = 7.44 \times 10^{-2}$)を質量がケーブルより0.5mのところにくるように設置した場合(case1)と連成を考慮して1次モードに対して設計された動吸振器($L_2 = 5.80\text{m}$, $\xi = 5.84 \times 10^{-2}$)を設置した場合(case2)のコンプライアンス曲線(θ_p/P)を図8に示す。Case1ではほとんど制振されていないことがわかる。なお、動吸振器の最適固有振動数と減衰係数の決定には定常応答を考慮した定点理論¹⁰⁾を用いた。

Fig. 7 Equivalent pendulum for the first mode

Fig. 8 Compliance curves of carrier

2.5 複数搬器の制振 水平張力98000Nで100mのケーブルに2台の搬器が50m間隔で付いている場合を考察する。左右対称に付いた場合の1次、2次モードを図9に示す。また、搬器の位置 x_{dL} , x_{dR} ($=x_{dL}+50$)による固有振動数と等価質量の変化を図10に示す。 ω_1 は搬器位置によらず一定であり、 ω_2 は搬器位置によって約11%変化する。 ω_1 が一定であるのは、搬器の間隔が50mの時の特有の現象である。また、ひとつの搬器位置が50mのときは、もう一方の搬器が支柱上にあるため、単一搬器のときと同じである。搬器の間隔が10mの時の固有振動数と等価質量の変化を図11に示す。 ω_1 は26%、 ω_2 は3%変化する。

以上のように搬器位置によって固有振動数は大いに変化する。したがって全域で効果のある軽量の動吸振器はむづかしい。そこで、支柱近傍など制振が特に必要な領域にねらいを定めて動吸振器を設計する必要がある。

次に搬器がケーブルの25m(搬器L)と75m(搬器R)の位置にあるときに両方の搬器に1次モード用動吸振器($L_2 = 4.74\text{m}$, $\xi = 4.21 \times 10^{-2}$)を取り付けた場合(case3)、搬器Lに1次モード用、搬器Rに2次モード用(case4)用動吸振器($L_2 = 5.80\text{m}$, $\xi = 4.74 \times 10^{-2}$)を取り付けた場合のコンプライアンス曲線を図12、図13に示す。

す. 図 12, 図 13 は加振点がそれぞれ搬器 L, 搬器 R のときである. case3 では, 2 次固有振動数域でピークが存在するが, case4 ではそれが低減されている.

Fig.9 Mode shape of carriers and cable

Fig.10 Variation of natural frequency and equivalent mass of pendulum ($0 < x_{dL} < 50$, $x_{dR} = x_{dL} + 50$)

Fig.11 Variation of natural frequency and equivalent mass

of pendulum ($0 < x_{dL} < 90$, $x_{dR} = x_{dL} + 10$)

Fig.12 Compliance curves of pendulum L (Excited at L)

Fig.13 Compliance curves of pendulum L (Excited at R)

3. 実験

3.1 振り子1つのとき 本研究で使用する実験装置は, 図 14 に示すように, 両端固定された 2.5m のケーブルを支柱に掛け, 支柱間に搬器にみたてた振り子 ($m_1 = 2.75 \text{ kg}$) を取り付けている. ケーブルの張力 (150N) の調整は支柱より外側のケーブルに取り付けたターンバックルでケーブルの長さを調整することにより行う. また, ケーブルの線密度を大きくするためにケーブルには等間隔に 9 個の錘り (両端 0.36kg, その他 0.24kg) を取り付けている. 振り子がケーブル中央にあるときのケーブルと振り子の連成系の 1 次モードの固有振動数は 3.97rad/s である. 動吸振器は, 質量 0.43kg, 軌道の曲率半径 0.58m, 固有振動数 3.83rad/s であり, 動吸振器の質量がケーブルより 0.2m のところにくるように取り付けた. 振り子の角変位は支点と質量の変位を超音波変位計で計測し, それより角変位を求めた.

振り子をケーブルの中央に取り付けた場合の動吸振器がないときとあるときの自由応答を図 15 に示す. この図から動吸振器は十分制振効果を持ち, シミュレーションとよく合っていることがわかる.

Fig.14 Experimental apparatus of Cable and single pendulum

Fig.15 Free vibration of single pendulum
with and without DVA,

3.2 振り子2つのとき 次に振り子2つをケーブルの1/3(振り子L)と2/3(振り子R)の位置に取り付けたときの実験装置を図16に示す。この固有振動数は1次モードが 3.6rad/s であり、2次モードが 4.0rad/s である。振り子Lに初期変位を与えたときの振り子Lと振り子Rの自由応答を図17に示す。図17の上段は両方の振り子に動吸振器がないとき、中段は両方とも1次モード用(曲率半径 0.58m)の動吸振器をつけたとき(Case 3)、下段は振り子Lに1次モード用、振り子Rに2次モード用(曲率半径 0.73m)の動吸振器をつけたとき(Case 4)である。動吸振器がないにもかかわらず振動が変動しているのは、左右の振り子の間をエネルギーが移動する渡り現象が起こっているためであり振動の減衰はほとんどない。動吸振器のついた振り子をよく制振されている。また、両方とも1次モード用の動吸振器をつけたときよりも、1次モード用、2次モード用の動吸振器を片方ずつにつけたほうが制振効果がわずかによくなっている。

Fig.16 Experimental apparatus of Cable and double
pendulums

Fig.17 Free vibration of double pendulum

4. 結言

ケーブルの影響のため搬器の位置によって固有振動数は大きく変動する。そこで、ケーブルを考慮した等価単振子を求めた。その等価単振子に対する動吸振器を設計することによって制振効果が発揮されることを明らかにした。また複数搬器が連成振動する場合は、

1 台ごとに異なる振動モード用の動吸振器を取り付けることによって各振動モードが抑えられることを明らかにした。なお、本論文は搬器が静止した状態での解析である。実際の搬器は移動しており、たとえば、ゴンドラを速度を 5m/s とすると、約 4 周期で 100m 移動する。よって、移動を考慮した設計法が必要であるが、これについては現在研究中で次の機会に発表する予定である。

文献

- (1) 松久寛, 顧栄栄, 王永金, 西原修, 佐藤進, 索道搬器の動吸振器による制振, 日本機械学会論文集, **59**-562, C(1993), 1717-1722
- (2) 朴正圭, 松久寛, 本田善久, 差動滑車動吸振器による振り子の制振, 日本機械学会論文集, **67**-657, C(2001), 1409-1415
- (3) 西原修, 松久寛, 佐藤進, ジャイロモーメントを用いる制振機構, 日本機械学会論文集, **57**-534, C(1991), 497-503
- (4) 松久寛, 尾竹嘉三, 大上隆, 佐藤国仁, 神長智治, 浅田謙二, 受動形動吸振器による索道搬器制振機構のシミュレーションと実機試験, 日本機械学会, 機械力学・計測制御講演論文集, B(1994), 377-380
- (5) 塩練俊一, 長井正夫, 索道輸送系の振動特性にかんする研究 (第 1 報, 複数搬器の連成モデル), **54**-624, C(1998), 2847-2852
- (6) 塩練俊一, 長井正夫, 索道輸送系の振動特性にかんする研究 (第 2 報, 模型実験装置による検討) **65**-632, C(1999), 1368-1373
- (7) H.Max Irvine, Cable Structures, MIT Press (1981)
- (8) L.Meirovitch, Analytical Methods in Vibrations, Macmillan, (1967)
- (9) 背戸一登, 大熊政明, 山下繁生, 長松昭男, 多自由度の等価質量同定法, 日本機械学会論文集, **53**-485, C(1987), 52-58
- (10) 大熊政明, 制振制御のためのモード解析, 日本音響学会誌, **56**-10, (2000), 727-733