ギャップコントロール型ダンパ翼のミスチューニング応答解析*

金子 康 智^{*1}, 大 山 宏 治^{*2}Response Analysis of Mistuned System with Damper Blade
of Gap Control TypeYasutomo KANEKO^{*3} and Hiroharu OHYAMA^{*3} Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., 2-1-1 Shinhamma, Arai-cho, Takasago-shi, Hyogo, 676-8686 Japan

In an upstream stage of steam turbine, a damper blade of gap control type, which can reduce vibratory stress by adjusting the gap between adjacent shrouds, is sometimes used. Although this type of damper blade is designed so as to reduce the vibratory stress by utilizing the collision of adjacent shrouds, it is probable that the vibratory stresses of a few blades increase due to mistuning effect. For the purpose of designing the reliable damper blade of gap control type, the mistuning effect should be considered at the design stage. In this paper, the analysis method for predicting the mistuning effect of damper blade of gap control type is presented and the response analysis of tuned and mistuned systems is carried out, in order to investigate the mistuning effect on the forced response as well as the vibration suppression effect due to gap.

Key Words: Forced Vibration, Damping, Damper, Nonlinear Vibration, Bladed Disk, Mistuning, Damper Blade

1. 緒 言

蒸気タービンの上流段動翼には、図1に示すように、隣接するシュラウド間のすき間の大きさを調整して振動応答をコントロールするダンパ翼が採用されることがある。このようなギャップコントロール型ダンパ翼は、シュラウド同士の衝突を利用して振動応答を低減するように設計されるが、振動数やギャップが翼ごとに異なる場合は、いわゆるミスチューニング効果により特定の翼に大きな応答が発生する可能性がある。すなわち、翼の振動強度計算をする場合、通常はディスク上のすべての翼の特性は同一(チューン系)であると仮定されるが、現実には工作誤差や材料定数のばらつきにより、個々の翼の特性がわずかに異なるため(ミスチューン系)、翼の応答にもばらつきが表れ、特定の翼にはチューン系よりも大きな応答が発生する可能性がある。このため、信頼性の高いギャップコントロール型ダンパ翼を設計するためには、設計段階でミスチューニング効果を考慮し、全周の翼に発生する最大振

動応答を予測することが必要である。翼・ディスク系のミスチューニング現象については、これまで単独翼構造、綴り翼構造、全周リング翼構造については広範囲の研究が実施され^{(1)~(3)}、基本的な特性は明確にされているが、衝突現象を伴うギャップコントロール型ダンパ翼のミスチューニング現象を解析した事例は、ほとんど見あたらない。このため、本研究では、隣接するシュラウド間にすき間を有するギャップコントロール型ダンパ翼を等価ばね質量系⁽⁴⁾でモデル化し、モン

Fig. 1 Damper blade of gap control type

* 原稿受付 2002年10月2日.

^{*1} 正員, 三菱重工業(株) (〒676-8686 高砂市荒井町新浜2-1-1).^{*2} 三菱重工業(株).

E-mail: yasutomo_kaneko@mhi.co.jp

テカルロ法を適用してミスチューン解析を行い、ギャップコントロール型ダンパ翼のミスチューニング現象やシュラウドの衝突による制振効果を調査する。

2. 解析方法

2.1 ミスチューン系の運動方程式 ギャップコントロール型ダンパ翼を、図2に示す等価ばね質量系でモデル化する。図2において、 m_i, k_i, c_i は、 i 番めの翼の等価質量、等価剛性、等価減衰定数であり、 k_{di} と d_i はシュラウドの衝突現象をモデル化するためのばね(シュラウドの等価剛性)とギャップである。以後、翼ごとに値が異なる量には下添字 i をつけて表す。翼・ディスク系が周方向に不均一がある流れの中を回転する場合、翼・ディスク系の運動方程式は式(1)で表すことができる。

$$m_i \ddot{x}_i + c_i \dot{x}_i + k_i x_i = F_{ei} + F_{di-1} - F_{di} \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

ここで、 F_{ei} は i 番めの翼に作用する加振力、 F_{di} 、 F_{di-1} は i 番めの翼に作用する衝突力である。すなわち本論文では、図2(a)のように翼の衝突現象をモデル化しており、 i 番めの翼(剛性 k_i 、質量 m_i 、減衰係数 c_i)の振動振幅(隣接翼間の相対振動振幅)がシュラウドギャップ(d_i, d_{i-1})よりも大きい場合には、翼の頂部に取付けられたシュラウドは隣接翼と衝突し、衝突反力(F_{di}, F_{di-1})が翼に作用すると考える。加振力 F_{ei} は、式(2)のように表すことができる。

(a) Mechanical model of shroud impact

(b) Equivalent model of mistuned system with damper blade of gap control type

Fig. 2 Analysis model of mistuned system

$$F_{ei} = f_e \cos(\omega t - \phi_i) \quad (2)$$

式(2)において、 f_e は加振力の振幅、 ω は角振動数、 ϕ_i は翼が回転することによって生じる位相角であり、ロータの回転角速度を Ω 、加振ハーモニック数を H 、全周の翼枚数を N とすると、 ϕ_i と ω は式(3)で表せる。

$$\left. \begin{aligned} \omega &= H\Omega \\ \phi_i &= \frac{2\pi H}{N} (i-1) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2.2 シュラウドの衝突力 一次のハーモニックバランス法の考えに基づき、式(1)の解を次式で表す。

$$x_i = A_i \sin \omega t + B_i \cos \omega t \quad (4)$$

式(4)より、隣接翼の相対変位(i 番めと $i+1$ 番めの翼の相対変位)を、式(5)、(6)のように表すことができる。

$$x_{ri} = x_i - x_{i+1} = D_i \cos \theta_i \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} D_i &= \sqrt{(A_i - A_{i+1})^2 + (B_i - B_{i+1})^2} \\ \theta_i &= \omega t - \beta_i \\ \beta_i &= \tan^{-1} \left(\frac{A_i - A_{i+1}}{B_i - B_{i+1}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

したがって、 i 番めと $i+1$ 番めの翼の衝突力は、式(7)で表せる。

$$\left. \begin{aligned} F_{di} &= k_{di}(x_{ri} - d_i) \quad (0 < \theta_i \leq \theta_i^*) \\ &= 0 \quad (\theta_i^* < \theta_i < \pi) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで、 θ_i^* はギャップが開き始めるときの位相角であり、式(5)より式(8)のように求めることができる。

$$\cos \theta_i^* = \frac{d_i}{D_i} = \frac{d_i}{\sqrt{(A_i - A_{i+1})^2 + (B_i - B_{i+1})^2}} \quad (8)$$

つぎに、衝突力についても一次のハーモニックバランス法の考えに基づき、フーリエ級数の第1項で近似すると、式(9)、(10)が得られる。

$$F_{di1} = F_{ci} \cos \theta_i + F_{si} \sin \theta_i \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{ci} &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi F_{di} \cos \theta_i d\theta_i \\ &= \frac{k_{di} D_i}{\pi} \left(\theta_i^* - \frac{\sin 2\theta_i^*}{2} \right) \\ F_{si} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(9)、(10)より、 i 番めの翼に作用する衝突力を、次式のように書き表すことができる。

$$\begin{aligned} F_{di-1} - F_{di} &= F_{ci-1} \cos \theta_{i-1} - F_{ci} \cos \theta_i \\ &= (F_{ci-1} \cos \beta_{i-1} - F_{ci} \cos \beta_i) \cos \omega t \\ &\quad + (F_{ci-1} \sin \beta_{i-1} - F_{ci} \sin \beta_i) \sin \omega t \quad (11) \end{aligned}$$

なお、式(5)に式(4)を代入した式と、式(5)に式(6)を代入した式を等置すると、次式が得られる。

$$(A_i - A_{i+1}) \sin \omega t + (B_i - B_{i+1}) \cos \omega t \\ = D_i \cos(\omega t - \beta_i) \dots\dots\dots (12)$$

式(12)が、時刻 t に関して恒等式であるためには、式(13)が成立しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} D_i \sin \beta_i &= A_i - A_{i+1} \\ D_i \cos \beta_i &= B_i - B_{i+1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

2.3 周波数応答解析 式(1)に式(2), (4), (6)および式(11)を代入し, $\sin \omega t$ と $\cos \omega t$ の項を等置すると, 式(14)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (k_i - m_i \omega^2) A_i - c_i \omega B_i \\ = f_e \sin \phi_i + F_{ci-1} \sin \beta_{i-1} - F_{ci} \sin \beta_i \\ c_i \omega A_i + (k_i - m_i \omega^2) B_i \\ = f_e \cos \phi_i + F_{ci-1} \cos \beta_{i-1} - F_{ci} \cos \beta_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

式(14)に式(10)を代入し, F_{ci} を消去すると, 式(15)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (k_i - m_i \omega^2) A_i - c_i \omega B_i \\ = f_e \sin \phi_i + g(\theta_{i-1}^*) D_{i-1} \sin \beta_{i-1} \\ - g(\theta_i^*) D_i \sin \beta_i \\ c_i \omega A_i + (k_i - m_i \omega^2) B_i \\ = f_e \cos \phi_i + g(\theta_{i-1}^*) D_{i-1} \cos \beta_{i-1} \\ - g(\theta_i^*) \cos \beta_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここで

$$g(\theta_i^*) = \frac{k_{di}}{\pi} \left(\theta_i^* - \frac{\sin 2\theta_i^*}{2} \right) \dots\dots\dots (16)$$

である。さらに式(13)を式(15)に代入すると、最終的に式(17)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (k_i - m_i \omega^2) A_i - c_i \omega B_i \\ = f_e \sin \phi_i + g(\theta_{i-1}^*) (A_{i-1} - A_i) \\ - g(\theta_i^*) (A_i - A_{i+1}) \\ c_i \omega A_i + (k_i - m_i \omega^2) B_i \\ = f_e \cos \phi_i + g(\theta_{i-1}^*) (B_{i-1} - B_i) \\ - g(\theta_i^*) (B_i - B_{i+1}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ギャップコントロール型ダンパ翼のミスチューニング解析を行う場合には、翼のモーダルパラメータ (m_i , k_i , c_i), ギャップの情報 (k_{di} , d_i), 加振力のデータ (f_e , ω , H) を既知量として与え, 式(8)と(17)の $3N$ 個の連立方程式を解いて, A_i , B_i および θ_i^* を求める。ミスチューン系の作成法についての詳細は省略するが、基本的な手順は以下のとおりである⁽¹⁾。

(1) FEM 計算値や実験値から得られる情報を元に、振動数や対数減衰率の大きさが実際の翼・ディスク系と等しくなるようにチューン系のパラメータ (m , k , c , k_d , d) を決める。

(2) 単独翼の重量分布 $N(W, \sigma_w^2)$ から個々の翼の

重量 W_i をランダムに抽出し, $m_i = m W_i / W$ とする。

(3) 単独翼の振動数分布 $N(f_b, \sigma_f^2)$ からランダムに翼振動数 f_{bi} を抽出し, 抽出した翼振動数に対応するモーダル剛性 $k_i = m_i (2\pi f_{bi})^2$ を求める。

(4) ギャップ分布 $N(d, \sigma_d^2)$ から個々の翼のギャップ d_i を抽出する。

(5) 各パラメータの値が上下限許容値から外れる場合は、抽出をやり直す。

すなわち本論文では、単独翼の振動数分布やシュラウドのギャップの分布が正規分布に従うと仮定し、これらの母集団からランダム抽出を行うことにより多数のミスチューン系を作成する。つぎに、個々のミスチューン系について式(8)と(17)の連立方程式を解いて応答解析を行い、ミスチューン系に発生する振幅の最大値を求める(モンテカルロ法)。

2.4 チューン系の応答 翼のモーダルパラメータ (m_i , k_i , c_i) やギャップ量 (k_{di} , d_i) がすべての翼で等しいチューン系の場合は、図2の等価ばね質量系 (N 自由度) を、図3の一自由度系に置き換えて解析することができる⁽⁴⁾。図3において、 k_s と d_s はシュラウドの等価剛性と等価ギャップであり、式(18)で表せる。

$$\left. \begin{aligned} k_s &= 2k_d \sin^2(\pi H/N) \\ d_s &= \frac{d}{2 \sin(\pi H/N)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

図3の一自由度系の運動方程式は、式(19)で表すことができる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f_e \cos \omega t - F_d \dots\dots\dots (19)$$

式(19)の解を式(20)のように仮定し、一次のハーモ

Fig. 3 Analysis model of tuned system

ニックバランス法を適用すると、式(21)が得られる。

$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos \theta = A \cos (\omega t - \varphi) \cdots \cdots (20) \\ A^2 \{ (1 - B^2 + K_s(A)/k)^2 + (2\zeta\beta)^2 \} &= (f_e/k)^2 \\ \tan \varphi &= \frac{2\zeta\beta}{1 - \beta^2 + K_s(A)/k} \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (21)$$

ここで、 $\beta = \omega/\omega_n$ 、 $\omega_n^2 = k/m$ 、 $\zeta = c/2\sqrt{mk}$ であり、非線形項 $K_s(A)$ は式(22)で表せる。

$$\left. \begin{aligned} K_s(A) &= \frac{2}{\pi} k_s \left(\theta^* - \frac{1}{2} \sin 2\theta^* \right) \\ \cos \theta^* &= d_s/A \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (22)$$

すなわち、チューン系の場合は、式(21)と(22)の連立方程式を解くことにより、振幅 A と位相 θ を求めることができる。

3. 解析結果

単独翼の振動数分布が正規分布 $N(f_b, \sigma_f^2)$ に従うと仮定し、標準偏差 σ_f が異なる母集団からランダム抽出を行って20個のミスチューン系を作成し、発生する振幅の最大値を求めた。また、ギャップによる振動応答の制振効果を確認するため、ギャップの大きさや加振力の大きさを変更したケースやチューン系についても周波数応答解析を行った。表1、および2に解析ケースを示す。

図4は表1のパラメータを決定するために使用したFEMモデルである。まず、FEM解析により単独翼の振動数、全周が結合した条件(ギャップが零の条件)の振動数を求め、 N 自由度の振動数がFEM解析値に一致するよう表1のパラメータ(m, k, k_d)を決めた。具体的には、以下の手順で表1のパラメータを決めた。

(1) 図4のモデルを使用して固有値解析を行い、単独翼1次モードの固有振動数(f_b)を求めた。単独翼の固有値解析を行う場合はシュラウド部をフリーにし、ディスク下部を固定した。また、ここでは加振ハーモニク数(H)が10の場合を解析対象にしているため、ディスク部の境界部には全周の振動モードの節直径数が10になるように周期対称条件を与えた。振動モードをシュラウドの回転方向変位が1になるように正規化し、翼のモーダル質量(m)とモーダル剛性(k)を求めた。

(2) 翼の減衰係数(c)については、単独翼の対数減衰率の値が0.01(経験値)になるように決めた。

(3) つぎに、シュラウドの両側にも10節直径モードの周期対称条件を与えて固有値解析を行い、全周のシュラウドが結合したときの一次モード振動数(f_s)を求めた。図3のギャップ(d_s)が零の時の振動数が

Table 1 Parameter of vibratory response analysis

Blades / Row, N		56
Mean blade alone frequency, f_b		503 Hz
Excitation order, H		10
Excitation force, f_e		13.7 N
Modal parameter of tuned system	m	0.360 kg
	k	3.60×10^3 N/mm
	c	7.25×10^{-3} Ns/mm
	k_d	2.06×10^3 N/mm
	d	0.15 mm

Table 2 Parameter of vibratory response analysis

Frequency deviation, σ/f_b		Shroud gap	Excitation Force
Mistuned	3%	$d, 2d, 4d$	$f_e, 2f_e$
	1%	$d, 2d, 4d$	f_e
Tuned	0%	$d, 2d, 4d$	$f_e, 2f_e, 5f_e$

Fig. 4 Finite elements model of damper blade of gap control type

f_s になるようにシュラウドの剛性(k_d)の値を決めた。

なお、ここでは翼振動数のばらつきは翼剛性(k_i)の変化で与えており、翼質量(m_i)やその他のパラメータは一定にしている。また、加振力 f_e は、チューン系のパラメータをもつ単独翼の共振振幅(ギャップの大きさが ∞ の時の共振振幅)が $4d$ になるように選んでいる。

図5と6は、単独翼振動数の標準偏差が3%の場合について、ギャップの大きさと加振力の大きさを変えて周波数応答解析を行った結果であり、各図には20個の翼・ディスク系の応答が重ね書きされている。また、図7は単独翼振動数の標準偏差が1%で加振力の振幅が f_e の場合について、ギャップの大きさを変化させて周波数応答解析を行った結果である。図8は、チューン系の周波数応答解析の例である。また、図9

は、周波数応答解析から得られた最大振幅をギャップに対してプロットし、ミチューニング系に発生する最大振幅とチューン系の振幅を比較した結果である。図10には、チューン系のギャップによる制振効果を、加振力をパラメータにして示している。図5～8の横軸は加振周波数であり、縦軸はギャップによる制振効果を理解し易いように、ギャップの大きさが ∞ の時の

単独翼に発生する共振振幅で正規化されている。図9と10の横軸はシュラウドの標準ギャップ($d=0.15$ mm)で正規化されており、縦軸は図5～8と同様にギャップの大きさが ∞ のときに単独翼に発生する共振振幅で正規化されている。なお、実際の翼設計では、チューン系に対して振動強度評価を実施し、ミチューニング効果(図9)を安全率の中に織込むため、ミス

Fig. 5 Results of response analysis of mistuned system ($\sigma_f/f_b=3\%$, Excitation force, $f_e=13.7$ N)

Fig. 6 Results of response analysis of mistuned system ($\sigma_f/f_b=3\%$, Excitation force, $2f_e=2 \times 13.7$ N)

Fig. 7 Results of response analysis of mistuned system ($\sigma_f/f_b=1\%$, Excitation force, $f_e=13.7$ N)

Fig. 8 Results of response analysis of tuned system (Excitation force, $f_e=13.7$ N)

Fig. 9 Maximum amplitude of tuned and mistuned system (Excitation force, $f_e=13.7$ N)

Fig. 10 Maximum amplitude of tuned system

チューン系の応答の分布よりも発生しうる最大値が問題になることが多い。このため、図9にはミスチューン系に発生する最大振幅だけをプロットしている。図9や図10からわかるように、ギャップが小さいほど、また加振力が大きくなるほどギャップによる制振効果は大きくなっている。また、図9に示すように、ギャップコントロール型ダンパ翼では翼振動数のばらつきの大きさがミスチューン効果に与える影響はそれほど小さくなく、標準偏差が1%と3%の翼・ディスク系では、発生する最大振幅に大差はない。ただし、チューン系に比べると発生する最大振幅は約2倍の大きさになっており、ギャップコントロール型ダンパ翼でも単独翼構造や綴り翼構造と同じように2倍程度のミスチューニング効果を考慮する必要があると思われる⁽¹⁾⁽²⁾。なお、図9や10のチューン系では、加振力が f_e でギャップが $4d$ の場合にもわずかに制振効果が現れているが、これはチューン系の翼・ディスク系のハーモニック共振では、すべての翼は同一振幅で振動し隣接翼は一定の翼間位相差〔式(3)〕を有するため、見かけ上のギャップが式(18)のようになるためである。一方、ミスチューン系の場合には、個々の翼の振動数が異なるため隣接する翼同士が衝突しやすくなり大部分の翼の応答はチューン系よりも小さくなるが、全周の振動モードのひずみにより、特定の翼にはチューン系よりも大きな応答が発生するため、最大振幅で比較するとミスチューン系のほうが大きくなる。なお、図5～7においてシュラウドギャップが d の場合には、強い非線形性の影響により線形系の応答とはかなり異なる現象が現れている。同様な現象は文献(4)、(5)にも見られるが、このような現象の妥当性については解析だけでは十分検証できないため、今後実験で確認する予定である。

4. 結 言

ギャップコントロール型ダンパ翼のミスチューニング効果とギャップによる制振効果を調査するため、等価ばね・質量系にモンテカルロ法を適用し、ミスチューン系の応答解析を実施した。その結果、

(1) ギャップコントロール型ダンパ翼では、ギャップが小さいほど、また加振力が大きいほどギャップによる制振効果が大きくなる。

(2) ギャップコントロール型ダンパ翼も、単独翼構造や綴り翼構造と同様にミスチューンに対して敏感であり、最大発生振幅はチューン系の2倍程度の大きさになり得る。

などの結論を得ることができた。今後、さらに厳密な

モデルによる非線形周波数解析や実験による検証を実施し、ギャップコントロール型ダンパ翼の振動特性を調査する予定である。

文 献

- (1) 金子康智・ほか3名, ミスチューンがある翼・ディスク系の応答解析, 機論, **58**-547, C (1992), 744-749.
- (2) 金子康智・ほか3名, ミスチューンがある翼・ディスク系の応答解析 (緩り翼構造), 機論, **63**-610, C (1997), 1887-1892.
- (3) Kaneko, Y. and Mori, K., Forced Response and Stability Analysis of a Mistuned Bladed Disk, *Proc. IGTC'99 Kobe* (1999), 249-256.
- (4) Wagner, L. F. and Griffin, J. H., Blade Vibration with Nonlinear Tip Constraint: Model Development, *ASME J. Turbomachin.*, **112** (1990), 778-785.
- (5) Young, M-T. and Criffin, J. H., Exploring How Shroud Constraint Can Affect Vibratory Response in Turbomachinery, *ASME 93-GT-200*, (1993), 1-12.