加速度フィードバックを用いる SAC によるアクティブ制振*

岩井善太^{*1}, 荒木和敏^{*2}, 水本郁朗^{*1}
公文誠^{*1}, 神澤龍市^{*1}

Active Vibration Control Based on SAC Using Acceleration Feedback

Zenta IWAI^{*3}, Kazutoshi ARAKI, Ikuro MIZUMOTO,
Makoto KUMON and Ryuichi KOHZAWA^{*3} Department of Mechanical Engineering and Materials Science, Kumamoto University,
2-39-1 Kurokami, Kumamoto-shi, Kumamoto, 860-8555 Japan

Active vibration control has been used in many mechanical systems to suppress unnecessary vibrations caused by unknown disturbance resources. In this paper, we consider the so-called simple adaptive control (SAC) method as a candidate of the vibration control method satisfying simple realizability and robustness of the controller. Though SAC itself is an adaptive tracking control technique, it can be recognized as an adaptive output feedback control from the stability viewpoint of the control system. To this end, we attempt to use acceleration sensor as a tool of measurement to realize practical control system. A design procedure of active vibration suppressing control system based on SAC with acceleration feedback is derived. A simple experimental result to explain the effectiveness of the proposed method is also given.

Key Words: Active Vibration Control, Simple Adaptive Control (SAC), Disturbance Cancellation, Accelerometer, Parallel Feedforward Compensator (PFC)

1. 結 論

アクティブ制振手法は生産技術の高度精密化や快適かつ安全な環境を実現するための基礎技術としてこれまで多くの分野で研究が進められてきた^{(1), (2)}。また, 実用に至っている例も多い^{(4), (5), (7)}。しかしながら, 制御系実現の容易さ, センシングの簡便化, ロバストな制御系の実現という三つの観点から見た場合, まだ検討すべき課題が多く残されているように思われる。ここでは, アクティブ制振システム実現の容易さとロバスト性の観点から制御手法として SAC (単純適応制御) を用いることを考える。SAC は出力フィードバック適応制御として知られているように, 出力フィードバックゲインの自動調節により制御系の安定性が保証される制御手法である。そのことから解るように, プラントパラメータ同定や状態推定等を原則として必要としないので実用的な制御手法として応用例もかなり多い^{(3), (4)}。さて, SAC を適用する場合の問題点は, 対象プラントが概強正実 (Almost Strictly Positive Real: ASPR) と呼ばれる性質を満足し

ていなければならない点にある。この条件はプラントの伝達関数が, (1)最小位相, (2) 相対次数が0あるいは1, (3)最高位係数が正, なる条件を満たせば成立する⁽³⁾。しかし, 通常の多くのプラントはこの条件を満足しない。そのため, 並列フィードフォワード補償 (Parallel Feedforward Compensator: PFC) を施し, 拡張プラントの意味でプラントを ASPR 化し, それに対し SAC を適用する方法が多く取られている^{(7), (9), (11)}。SAC を適用したアクティブ制振はこれまでも報告されているが⁽⁶⁾, この PFC 設計が複雑となっており, その点で制振性能の良好さにもかかわらずあまり利用されなかったと言える。本報告では, 加速度センサを使用し, 加速度を直接フィードバックする構造の SAC 制振装置を提案する。その場合 PFC の設計も極めて簡単となる。すなわち, フィードフォワード定数ゲインの設定問題に帰着できることを示す。加速度センサは振動体上に搭載でき, 例えばレーザ変位計使用の場合のように固定点を必要とせず, センサ自体も比較的安価であることを考慮すれば, 提案手法は極めて実用的なアクティブ制振手法となり得る可能性を有している。本報告では1入出力系に対し一般的な考察を行うと共に1自由度振動系で具体的な検討を行う。

* 原稿受付 2002 年 10 月 15 日。

^{*1} 正員, 熊本大学工学部 (☎ 860-8555 熊本市黒髪 2-39-1)。^{*2} 正員, 熊本大学大学院 (原籍) 三菱重工業(株)下関造船所 (☎ 750-8505 下関市彦島江の浦町 6-16-1)。

E-mail: iwai@gpo.kumamoto-u.ac.jp

2. SAC による振動制御の定式化

2.1 制御目的と SAC 系設計 以下に示すような外乱 $w_i(t)$, $i=1,2$, の影響を受ける n 次 1 入出力系を考える.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + b(u(t) + w_1(t)) \\ y(t) &= c^T x(t) + d(u(t) + w_2(t)) \end{aligned} \quad (1)$$

ここで, 状態ベクトルは $x(t) \in R^n$, 出力および制御入力はいずれも $y(t) \in R$, $u(t) \in R$ であり, 制御の目的は制御系の安定化と外乱抑制を出力信号のみを用いて実現する適応制御系を構成することにある. まず, プラント (1) が以下の仮定を満たすものとする.

[仮定 1]

- 1) プラント (1) は ASPR である.
- 2) 外乱 $w_i(t)$, $i=1,2$, は有界である.

この時, 制御目的は以下に示す SAC アルゴリズムで実現される.

[SAC アルゴリズム] ⁽⁷⁾

- (1) 制御入力

$$u(t) = -k(t)y(t) \quad (2)$$
- (2) 適応ゲイン調整則

$$\begin{aligned} k(t) &= k_I(t) + k_P(t) \\ \dot{k}_I(t) &= \gamma_I y(t)^2 - \sigma k_I(t) \\ \dot{k}_P(t) &= \gamma_P y(t)^2 \\ \gamma_I, \gamma_P, \sigma &> 0 \end{aligned} \quad (3)$$

このとき, 以下のような結果が得られる.

[定理 1] プラント (1) が仮定 1 を満足しているとする. このとき, 制御入力 (2) を施した制御系内の全信号は有界となる. さらに $w_1(t) = w_2(t)$ のときは, 任意の正値 ε に対して $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| \leq \varepsilon$ が達成されるような正値 γ_I と σ が存在する.

(証明. 付録参照.)

2.2 PFC の導入 プラント (1) が ASPR でないとき, 上述の SAC アルゴリズムで安定性は保証されない. いま, プラント (1) の伝達関数表現は

$$G_p(s) = c^T (sI - A)^{-1} b + d \quad (4)$$

となる. $G_p(s)$ が前出の ASPR を満足しないとする. このとき, 図 1 に示すように, PFC: $F(s)$ を導入する. この拡張系

$$G_a(s) = G(s) + F(s) \quad (5)$$

が ASPR となるように $F(s)$ を構成し, $G_a(s)$ に対して, SAC 系を構成することが提案されている ^{(7), (9)}. $F(s)$ はハード的に導入するものではなく, 後述の例にも示すように実際にはコントローラ内部に導入される. $F(s)$ の具体的な設計法及びその制御結果に及ぼす影響等についてはすでに多くの発表がなされている ⁽¹¹⁾.

Fig.1 Augmented plant with PFC

3. SAC によるアクティブ振動制御系設計

ここでは, 基本的な 1 自由度振動系のアクティブ制振に SAC を用いて実現することについて検討する. 振動系のパラメータ測定が困難であり, 時間と共に変化する場合 (例えば倉庫内搬送車の荷重変化などがそれに当たる) には, 適応的に振動制御を実現することは一つの選択肢である. しかし, MRACS 等に代表される多数個のプラントパラメータ同定に基づく手法は実現が実際には難しい. また, 前述したように SAC を適用する場合には, 機械システムが ASPR 条件を通常満たさないため, それを ASPR 化する PFC の設計が大変困難となる ⁽⁶⁾. しかし, もし PFC の設計が簡単化できれば SAC は実用的なアクティブ制振手法の有力な候補となり得ることは明らかである. ここでは振動系に対しては加速度フィードバックと定数 PFC を用いることで上述の PFC 設計の複雑さが大幅に改善されることを図 2 の 1 自由度振動系を例にとり示す. この場合以下のような利点が期待できる.

- (1) SAC 設計上の利点: もっとも簡単な定数 PFC で ASPR 性が実現できる.
- (2) 実用上の利点: 加速度センサは振動体に設置できるので, 変位センサと異なり, 固定点を必要としない. また, 他のセンサと比較して高価ではない.

いま, 図 2 において質点の変位 $x_1(t)$ と速度 $x_2(t) = \dot{x}_1(t)$ を状態変数に取り, 出力 $y(t)$ を加速度とする. 未知外乱 $w(t)$ が入力 $u(t)$ と共に加えられる場合, 以下の状態方程式が導ける.

Fig.2 1-DOF mechanical vibration system

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + b(u(t) + w(t)) \quad (6a)$$

$$y(t) = c^T x(t) + d(u(t) + w(t)) \quad (6b)$$

ただし,

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$$

$$c^T = \begin{bmatrix} -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix}, \quad d = \frac{1}{m}$$

$$\omega_n (= \sqrt{\frac{k}{m}}), \quad \zeta (= \frac{c}{2\sqrt{mk}})$$

式(6)に対応する伝達関数 $G_p(s)$ は

$$G_p(s) = -G_1(s) + d \quad (7)$$

ただし

$$G_1(s) = \frac{d(2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (8)$$

式(7),(8)より

$$G_p(s) = \frac{ds^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (9)$$

を得るが、この伝達関数 $G_p(s)$ は明らかに ASPR ではない。そこで、図 3 に示すように PFC として $F(s) = f$ (定数)を導入する。このとき、

$$\begin{aligned} y_a(s) &= y(s) + fu(s) \\ &= G_a(s)u(s) + G_p(s)w(s) \end{aligned} \quad (10)$$

すなわち

$$G_a(s) = G_p(s) + f \quad (11)$$

となる。式(9)より

$$G_a(s) = \frac{(f+d)s^2 + f \cdot 2\zeta\omega_n s + f \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (12)$$

となるので $f > 0$ なる定数を PFC とすることにより、 $G_a(s)$ は ASPR となる。したがって、 $y_a(s)$ を出力とするシステムに関して[定理 1]が成立するので外乱の出力(一般には状態変数)に及ぼす影響を小さくすることができる。

注 (1) 図 3 は図 4 のように等価変換できる。

このことは PFC: f がコントローラ内部にソフトウェアとして導入できることを示している。

- (2) f を小さく取ることによって PFC の出力 y に対する影響を小さく抑えることができる。

Fig.3 SAC system

Fig.4 Equivalent SAC system

4. 実験結果

上述の結論を実験で検証した結果について述べる。実験装置概略図を図 5 に示す。制御対象はバネ k と減衰 c を有する質量 m の台車をレール上に設置したものである。外乱は正弦波外乱発生装置から台車にカムとバネを介して印加されている。制御入力 u は計算機からのトルク指令によりトルク指令型サーボモータを回転させ、それをシンクロベルト、シンクロプーリーを介して直線運動に変換して台車に加える形となっている。ここでは、台車に設置した加速度ピックアップで検出した加速度をノイズ処理フィルタと A/D 変換器を介して計算機に取り込みこれを制御アルゴリズムにしたがって処理し D/A 変換器とサーボアンプを介して出力し、制御トルクとしてサーボモータを作動させている。

Fig. 5 Experimental apparatus of 1-DOF vibration system

Fig. 6 Result of displacement

実験装置の主要パラメータ値を表 1 に示す。

Table 1

台車質量	$m = 2.47 \text{ kg}$
バネ定数	$k = 2404.8 \text{ N/m}$
減衰係数	$c = 28.8 \text{ Ns/m}$
固有振動数	$\omega_n = 31.2 \text{ rad/sec}$
減衰比	$\zeta = 0.187$

本実験においては、SAC 制御パラメータおよび PFC として、次の値を用いている。

$$\begin{aligned} \gamma_I &= 0.1 \\ \gamma_P &= 0.001, \quad f = 0.005 \\ \sigma &= 0.2 \end{aligned}$$

実験では共振時における制振効果を目安とするため共振周波数 $\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$ 、振幅 10.8 N の正弦波外乱を印加している。実験結果を図 6 (変位)、図 7 (加速度)、図 8 (制御入力)、図 9 (適応ゲイン $k(t) = k_p(t) + k_i(t)$) として示している。図 10 は f の制御に及ぼす影響をシミュレーションで検討したものである。 f が微小ならば制振効果は向上する。これは図 4 から解るように SAC ゲイン $k(t)$ の定常値 k^* がある程度大きければ外乱の出力に及ぼす影響が f に比例することから定性的に説明できる。例えば、 $f = 1$ の場合は定常値 k^* は 1.06、 $f = 0.05$ の場合は 3.0 となる。

Fig. 7 Result of acceleration

Fig. 8 Result of control input

Fig. 9 Result of controller gain

Fig.10 Relation between parameter f and amplitude of displacement (simulation)

本論文は適応制御手法にもとづいたものであり、提案方式は、当然パラメータ変動に関してロバスト性を有する。以下ではシミュレーションによりその点を簡単に検討する。図 11(a)はプラントとしては表 1 のデータを用い、実験での SAC 制御パラメータを用いた場合の変位出力を示したものである。

(a) Simulation of result: based on the data in Table 1

(b) Simulation result: after the 20% parameter change

Fig. 11 Confirmation of the robustness.

図 11(b)は制御パラメータ m , c を +20%, k を -20% 変化させ、制御パラメータは同様のものを用いた時の結果であるが、図 11(a) の場合とほとんど変わらぬ結果となっていることが解る。

5. 3 節の結果の一般化

これまで 1 自由度振動系について考えてきたが、多自由度振動系についてもこれまでの考え方が基本的に適用できる場合がある。今、1 入力 n 自由度振動系

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = b(u(t) + w(t)) \quad (13)$$

を考える。 M, C, K はそれぞれ質量行列、減衰行列、剛性行列である。上式にモード変換 $x = Uz$ を施し、かつ減衰項における $U^T C U$ の対角性が仮定できるものとすれば、上式は

$$\ddot{z}_i(t) + 2\zeta_i\omega_i\dot{z}_i(t) + \omega_i^2 z_i(t) = \bar{b}_i(u(t) + w(t)) \quad (14)$$

ただし、 $i = 1, \dots, n$

$$U^T M U = I, \quad U^T C U = \text{diag}\{2\zeta_i\omega_i\}$$

$$U^T K U = \text{diag}\{\omega_i^2\}, \quad U^T b = \bar{b}$$

となる。式(13)に対する出力として一般的な加速度

$$y = c_0^T \ddot{x}(t) = c_0^T U \ddot{z} \quad (15)$$

を考える。ただし、 $c_0 = b$ なるコローケーション条件は成立しているものとする。このとき式(13)~(15)より

$$y(s) = G_p(s)(u(s) + w(s)) \quad (16)$$

$$G_p(s) = s^2 \sum_{i=1}^n G_i(s) \quad (17)$$

$$\text{但し、} G_i(s) = \frac{\lambda_i}{D_i(s)} = \frac{\lambda_i}{s^2 + 2\zeta_i\omega_i s + \omega_i^2}$$

$$\bar{b}^T \bar{b} = \sum_{i=1}^n \lambda_i, \quad \lambda_i > 0$$

となる。 $G_p(s)$ は ASPR ではないので、定数 PFC :

$f > 0$ を施した拡張系

$$G_a(s) = G_p(s) + f \quad (18a)$$

を考える。または

$$G_a(s) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n D_i(s)} \left\{ s^2 \sum_{i=1}^n \left[\prod_{j=1, j \neq i}^n \lambda_j D_j(s) \right] + f \left[\prod_{i=1}^n D_i(s) \right] \right\} \quad (18b)$$

となる。このとき、 f を十分大きく取れば (実際には分子多項式がフルビッツとなる最小の f_0 が存在して $f > f_0$) 分子多項式はフルビッツとなるので、 $G_a(s)$ を ASPR 化できる。すなわち、加速度フィードバックと定数 PFC で SAC を用いる制振が可能となる。

【例】 式(17)における $G_p(s)$ が

$$G_p(s) = s^2 \sum_{i=1}^2 \frac{\lambda_i}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2}$$

$$\omega_1 = 9.2(\text{rad/s}), \omega_2 = 16.5(\text{rad/s})$$

$$\zeta_1 = 0.1, \zeta_2 = 0.05$$

$$\lambda_1 = 0.324, \lambda_2 = 0.082$$

で与えられているとする。共振点近傍での周期性外乱として $w(t) = 0.2\sin\omega_1 t + 0.5\sin\omega_2 t$ を考える。制御パラメータを、

$$\gamma_i = 50, \gamma_p = 10, \sigma = 0.01, f = 0.1$$

としたときのシミュレーション結果を図 12, 図 13 に示す。ただし, 15 秒後より制御を開始している。

Fig.12 Result of displacement

Fig.13 Result of control input

6. 結 論

本論文ではプラントのパラメータ変動等にロバストでかつセンシングも容易といった観点からより実的なアクティブ制振の手法について検討した。すなわち、

ここでは制御手法として単純適応制御(SAC)を用い、加速度フィードバックによる適応アクティブ制振システムを実現することについて考察を行った。

特に, SAC 系実現の上で問題になりがちなプラントの ASPR 性が振動系に対しては定数 PFC で容易に実現できる場合があることを示した。また, その結論を実験およびシミュレーションによって確認した。最後に, 本研究に協力された田尾祐一, 山崎慎一(現本学大学院)及び福田晋也(当時本学学部生)の諸君に感謝の意を表する。

付 録

外乱を有する制御プラント(1)を考える。制御入力および適応制御則は式(2), (3)で与えられているものとする。いま, 理想的な出力フィードバックを考える。

$$u^*(t) = -k^* y(t) \quad (A1)$$

ここに, $k^* = k_0^* + k_1^*$, $k_0^*, k_1^* > 0$ で k_0^* は閉ループ系が SPR となるようなフィードバックゲインである。すなわち, この k_0^* によって, 次の K-Y lemma を満たすような正定行列 P と Q 及びベクトル l とスカラー g が存在する。

$$\begin{aligned} A_c^T P + P A_c &= -Q - ll^T \\ b_c^T P + g l^T &= c_c^T \\ 2d_c &= g^2 \end{aligned} \quad (A2)$$

ここに,

$$\begin{aligned} c_c &= \frac{1}{1 + dk_0^*} c, \quad d_c = \frac{1}{1 + dk_0^*} d \\ A_c &= A - \frac{k_0^*}{1 + dk_0^*} bc^T, \quad b_c = \frac{1}{1 + dk_0^*} b \end{aligned}$$

である。ここで, 次の正定関数を考える。

$$V(t) = x(t)^T P x(t) + \gamma_i^{-1} \Delta k_i(t)^2 \quad (A3)$$

ただし, $\Delta k_i(t) = k_i(t) - k^*$ としている。式(2)を用いると式(1)は次のように表される。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + b_c(u(t) - u^*(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) \\ y(t) &= c_c^T x(t) + d_c(u(t) - u^*(t) - k_1^* y(t) + w_2(t)) \end{aligned} \quad (A4)$$

いま, $V(t)$ を微分すると式(A2), (A4)より

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &= \mathbf{x}^T(t)(A_c^T P + P A_c) \mathbf{x}(t) \\
 &\quad + 2(u(t) - u^*(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) \mathbf{b}_c^T P \mathbf{x}(t) \\
 &\quad + 2\Delta k_l(t) y(t)^2 - 2\gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t) k_l(t) \\
 &= -\mathbf{x}^T(t) Q \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^T(t) \mathbf{l}^T \mathbf{x}(t) \\
 &\quad + 2(-\Delta k(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) \mathbf{b}_c^T P \mathbf{x}(t) \\
 &\quad + 2\Delta k_l(t) y(t)^2 - 2\gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t) k_l(t) \quad (A5)
 \end{aligned}$$

を得る。ただし、 $\Delta k(t) = k(t) - k^*$ である。また、式(A5)第3, 4および5項を式(A2)を用いて変形すると、

$$\begin{aligned}
 2(-\Delta k(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) \mathbf{b}_c^T P \mathbf{x}(t) &= 2(-\Delta k(t) y(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) \\
 &\quad \times (\mathbf{c}_c^T - \mathbf{g} \mathbf{l}^T) \mathbf{x}(t) \\
 &= 2(-\Delta k(t) y(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) \\
 &\quad \times (y(t) - d_c(-\Delta k(t) - k_1^* y(t) + w_2(t)) - \mathbf{g} \mathbf{l}^T \mathbf{x}(t)) \\
 &= 2(-\Delta k(t) y(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) \\
 &\quad \times (y(t) - d_c(-\Delta k(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) + d_c(w_1 - w_2) - \mathbf{g} \mathbf{l}^T \mathbf{x}(t)) \\
 &= 2(-\Delta k(t) y(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) y(t) \\
 &\quad + 2d_c(-\Delta k(t) y(t) - k_1^* y(t) + w_1(t)) \\
 &\quad \times (w_1(t) - w_2(t)) \\
 &\quad - g^2(-\Delta k(t) - k_1^* y(t) + w(t))^2 \\
 &\quad - 2g(-\Delta k(t) - k_1^* y(t) + w(t)) \mathbf{l}^T \mathbf{x}(t) \quad (A6)
 \end{aligned}$$

及び

$$\begin{aligned}
 2\Delta k_l(t) y(t)^2 - 2\gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t) k_l(t) &= 2\Delta k(t) y(t)^2 - 2\gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t) k_l(t) - 2k_p(t) y(t)^2 \\
 &= 2\Delta k(t) y(t)^2 - 2\gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t)^2 \\
 &\quad - 2\gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t) k^* - 2\gamma_p y(t)^4 \quad (A7)
 \end{aligned}$$

が得られる。よって、 $\dot{V}(t)$ は次式のように評価できる。

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &\leq -\mathbf{x}^T(t) Q \mathbf{x}(t) - 2k_1^* y(t)^2 \\
 &\quad + 2w_1(t) y(t) - 2\gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t)^2 \\
 &\quad - 2\gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t) k^* - 2\gamma_p y(t)^4 \\
 &\quad - 2d_c(w_1(t) - w_2(t)) \Delta k_l(t) y(t) \\
 &\quad + 2d_c(w_1(t) - w_2(t)) \gamma_p y(t)^3 \\
 &\quad - 2d_c(w_1(t) - w_2(t)) k_1^* y(t) \\
 &\quad + 2d_c w_1(t)(w_1(t) - w_2(t)) \quad (A8)
 \end{aligned}$$

さらに、

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1}{2} \gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t)^2 - 2\gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t) k^* \\
 &= -\frac{1}{2} \gamma_l^{-1} \sigma (\Delta k_l(t) + 2k^*)^2 + 2\gamma_l^{-1} \sigma k^{*2} \\
 &\leq 2\gamma_l^{-1} \sigma k^{*2} \quad (A9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1}{2} \gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t)^2 - 2d_c(w_1(t) - w_2(t)) \Delta k_l(t) y(t) \\
 &= -\frac{1}{2} \gamma_l^{-1} \sigma (\Delta k_l(t) + 2d_c \gamma_l \sigma^{-1} (w_1(t) - w_2(t)) y(t))^2 \\
 &\quad + 2\gamma_l \sigma^{-1} d_c^2 (w_1(t) - w_2(t))^2 y(t)^2 \\
 &\leq 2\gamma_l \sigma^{-1} d_c^2 (w_1(t) - w_2(t))^2 y(t)^2 \quad (A10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &-k_1^* y(t)^2 + 2w_1(t) y(t) \\
 &= -k_1^* (y(t) - k_1^{*-1} w_1(t))^2 + k_1^{*-1} w_1(t)^2 \\
 &\leq k_1^{*-1} w_1(t)^2 \quad (A11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &-2\gamma_p y(t)^4 - 2d_c(w_1(t) - w_2(t)) \gamma_p y(t)^3 \\
 &= -2\gamma_p y(t)^2 (y(t) + \frac{1}{2} d_c(w_1(t) - w_2(t)))^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \gamma_p d_c^2 (w_1(t) - w_2(t))^2 y(t)^2 \\
 &\leq \frac{1}{2} \gamma_p d_c^2 (w_1(t) - w_2(t))^2 y(t)^2 \quad (A12)
 \end{aligned}$$

と評価できることから、結局 $\dot{V}(t)$ は、

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(t) &\leq -\lambda_{\min}[Q] \|\mathbf{x}(t)\|^2 - \gamma_l^{-1} \sigma \Delta k_l(t)^2 \\
 &\quad - (k_1^* - (2\gamma_l \sigma^{-1} + \frac{1}{2} \gamma_p) d_c^2 w_{12\max}^2) y(t)^2 \\
 &\quad + w_{1\max}^2 / k_1^* + 2\sigma k^{*2} / \gamma_l + 2d_c w_{1\max} w_{12\max} \quad (A13)
 \end{aligned}$$

と評価できる。ここに $w_{12\max} \geq |w_1(t) - w_2(t)|$ 及び $w_{1\max} \geq |w_1(t)|$, $\forall t$ である。よって

$$k_1^* \geq (2\gamma_l \sigma^{-1} + \frac{1}{2} \gamma_p) d_c^2 w_{12\max}^2 \quad (A14)$$

なる k_1^* を持つ理想的なフィードバックゲイン k^* を考えると $V(t)$ の微分は次式によって評価できる。

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha V(t) + \beta \quad (A15)$$

ここに、

$$\alpha = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}[Q]}{\lambda_{\max}[P]}, \sigma \right\} \quad (A16)$$

$$\beta = w_{1\max}^2 / k_1^* + 2\sigma k^{*2} / \gamma_l + 2d_c w_{1\max} w_{12\max} \quad (A17)$$

である。これより制御システムの全信号が有界であることが解る。さらに、式(A15)より

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq \beta / \alpha \quad (A18)$$

と評価できることから、状態 $x(t)$ は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| \leq \sqrt{\beta / (\lambda_{\min}[P]\alpha)} = \varepsilon \quad (\text{A19})$$

なる領域に収束する。さらに、 $w_1(t) = w_2(t)$ のときは $w_{12\max} = 0$ であることから、式(A14)より k_1^* の大きさに無関係に γ_i, σ が設計できることが解る。このことから、任意の大きさの ε に対し、式(A19)を達成する $\gamma_i, \sigma > 0$ が存在することは容易に確認できる。

文 献

- (1) 長松昭男他 8 名, ダイナミックス・ハンドブック—運動・振動・制御—, (1993), 375-397, 朝倉書店
- (2) 小堀鐸二, 制震構造—理論と実際, (1993), 鹿島出版会
- (3) 岩井善太, 適応制御の実用に向けての新しい動向—単純適応制御 (SAC) 手法, システム/制御/情報, 37-5, (1993), 277-283
- (4) S. Nakagawa, K. Kyoizumi, Y. Fujita, A Pneumatic Vibration Damping System with SAC Algorithm, *Proc. of International Symposium on Advanced Control of Industrial Processes, Kumamoto, Japan*(2002), 363-368.
- (5) C. C. Palem and B. W. Bequette, Direct Model Reference Adaptive Control and Saturation Constraints, *Preprint of 15th IFAC World Congress, Barcelona*, (2002), CD-ROM(T-Tu-A034).
- (6) 岩井善太, 日野満司, 水本郁朗, 若宮龍市, 多自由度構造物の適応制振, 機論, 61-583, C(1995), 944-952
- (7) 岩井善太, 単純適応制御 (SAC), 計測と制御, 35-6, (1996), 409-413
- (8) H. Kaufman, I. Bar-Kana, K. Sobel, *Direct Adaptive Control Algorithms—Theory and Applications*, (1994), Springer Verlag
- (9) 水本郁朗, M. Deng, 岩井善太, 多入出力系に対する ASPR 化並列フィードフォワード補償器設計法, 計測自動制御学会論文集, 32-6, (1996), 887-895
- (10) 背戸一登, 丸山晃市, 振動工学—解析から設計まで, (2002), 森北出版
- (11) 水本郁朗, 岩井善太, 単純適応制御 (SAC) の最近の動向, 計測と制御, 40-10, (2002), 723-728