大規模構造の伝達関数による縮退モデルを用いた最適設計法*

(構造・音場連成モデルを用いた音圧低減法)

鶴見 康昭^{*1}, 中川 稔章^{*1}, 西垣 英一^{*1}小島 芳生^{*1}, 山川 宏^{*2}An Optimal Design Method Regarding Large-Scale Structure Using a
Reduced Model by Frequency Response Functions

(An Optimal Method Using Coupled Acoustic-Structural System)

Yasuaki TSURUMI^{*3}, Toshiaki NAKAGAWA, Hidekazu NISHIGAKI,

Yoshio KOJIMA and Hiroshi YAMAKAWA

^{*3} Toyota Central R & D Labs. Inc., Research-Domain 14,
Nagakute-cho, Aichi-gun, Aichi, 480-1192 Japan

The first paper by authors presented an optimal design method for vibration reduction using additional scalar spring elements. As an advanced work of the previous one, this paper deals with a coupled acoustic-structural system using additional beam elements. First, an analytical sensitivity of the sound pressure level is formulated transforming the dynamic mass matrix of the coupled system into the symmetric matrix. A new-coupled reduction method is also presented based on frequency response functions. Then, an analytical sensitivity with respect to a cross-sectional property of an additional beam element is formulated without using an inverse matrix of the dynamic mass matrix. And, an optimization problem, where the sound pressure level at a target frequency domain as an objective function is formulated and then the methods for sensitivity analysis and optimization are shown with respect to additional beam elements, is formulated. Finally, we demonstrate the effectiveness of the proposed method through the simple numerical example.

Key Words: Structural Analysis, Sensitivity Analysis, Optimal Design Method, Large-Scale Structure, Reduced Model, Frequency Response Function, Coupled Acoustic-Structural System

1. 緒 論

複雑な機械構造物の振動・騒音問題を考えると、他の性能、生産要件、コスト、重量といった多くの制約の中での対策が必要となる。そのため大規模な設計変更は困難であり、小規模な付加構造による対策が必要となる。本研究では振動や騒音を低減するために、大規模な FEM モデルで表された全体構造の中から最適な部位における最適な付加構造を効率的に見出すための方法を開発することを目的とする。

数 100 万自由度を超える大規模な FEM モデルの活用は、予測精度を向上させた反面、従来の試行錯誤的な低減方法では大きな計算負荷を必要とする。またこのモデルによる最適化計算では、設計変更ごとの順解析の計算負荷が大きく非実用的である。そこで少ない自由度に縮退したモデルを利用した最適化計算が必要となってくる。最近では、部分構造合成法に基づいた考え方を採用した最適設計法が提案されている。その

手法はモード合成法と伝達関数合成法に大別される⁽¹⁾。Hermans や Raymond らは、自動車の大規模な FEM モデルを対象に前者のモード縮退を適用し、構成部材の板厚の最適化問題を検討している⁽²⁾⁽³⁾。しかし、モード縮退による最適化計算ではモード座標系での近似計算となるため、大規模 FEM モデルの再計算をしない限り、設計変数の変更範囲がたかだか初期値の 30% 以内でしか精度が保持されない。また、設計変数の値も比較的大域的な構成部材単位における板厚などになるため、実際の構造に反映するためには大規模な設計変更を余儀なくされる。これに対して後者の伝達関数による縮退モデルでは、物理座標系で表され、FEM モデルの精度を保持しているため、任意の部位に補強材を付加するなどの局所的な変更の効果を近似することなく算出することが可能である。

著者らはおもに実験解析に適用されてきた本手法を⁽⁴⁾⁽⁵⁾、計算解析に展開し簡便な振動低減を目的とした最適設計法を提案した⁽⁶⁾。開発した手法では、評価部位の振動低減への寄与の大きい部位の候補に対して、伝達関数を用いた縮退モデルを作成し、付加するスカラーばね定数を設計変数とした最適設計問題を解くことで振動低減に必要な部位と剛性値を算出した。今までに提案した方法は振動問題を対象としており、

* 原稿受付 2002 年 12 月 6 日。

^{*1} 正員、(株)豊田中央研究所(〒480-1192 愛知県愛知郡長久手町)。^{*2} 正員、早稲田大学理工学部(〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1)。

E-mail: e0927@mosk.tytlabs.co.jp

車内音や室内音の低減の問題に対しては、間接的に音圧に寄与のある部位の振動レベルを低減する方法がとられていた。しかしこの方法は、他の部位の振動レベルが考慮できないので、音圧の低減に必ずしも効果がない場合もあり、直接に音圧を対策する手法が必要となりつつあった。また、ばね付加による対策検討は多くの候補部位の中から対策部位を選定する場合に有効ではあるが、得られた一方向のばね定数から各方向が連成関係にある具体的な構造を考案することが困難な場合があった。

そこで本論文では、対策構造の創生が容易なはり要素を付加構造として、音圧レベルを対象とした最適設計法の基本アルゴリズムを提案する。本論文の骨子は、(1)構造・音場の連成モデルの定式化と感度解析法、(2)伝達関数による連成縮退法、(3)はり要素を付加構造とした定式化と感度解析法、(4)制約付寸法最適設計問題の提案である。最後に、計算例としてユニット住宅の簡易モデルを作成し、はりの断面寸法を設計変数、付加質量を不等式制約関数、特定周波数範囲の音圧レベルを目的関数とした制約付き最小化問題を示し、本手法の有効性を明示する。

2. 解析方法

2.1 最適設計法の流れ 振動騒音を対象とした最適設計計算では、多くの対策候補部位の中から最小の質量増加で最大の効果が得られる部位を見出す必要がある。また目的とした対象周波数以外の応答の悪化なども考えられ、最適な部位を得るために採用する設計変数自体を見直す必要がある。そこで本報では、大規模な計算モデルから設計変数の候補を絞り込み、そのつど簡便に縮退モデル作成し、最適化計算を実行することのできる効率的かつ効果的な対策立案方法を提案する。本方法では以下のステップにて最適設計計算を行う。

(1) 音圧を低減したい点と加振点(方向)および対象とする周波数範囲とその刻み幅を設定する。また付加する質量の許容最大値を設定する。

(2) 自由度 n_0 の大規模な FEM 全体モデルの中から自由度 n_1 の節点と、それをつなぐ要素 m_1 を抽出する。具体的には、設計要件やひずみエネルギーなどの力学情報から候補部位を決定する。本報で扱う要素は 2 点間に付加するはり要素とし、断面の寸法等の断面特性を設計変数とする。

(3) 自由度 n_1 の伝達関数による構造・音場連成系の伝達行列を作成する。これをイナータンス行列、その逆行列を動質量行列と呼ぶことにする。

(4) 要素 m_1 の中から感度の大きさや設計上の実現性を考慮して設計変数とする要素 m_2 と自由度 n_2 を設定し、(3)のイナータンス行列から自由度 n_2 の動質量行列を作成する。

(5) 自由度 n_2 の動質量行列を逐次変更しながら最適化計算を行う。目的を満足しない場合には(4)に戻り、新たな設計変数による最適化計算を行う。

(6) 得られた最適なはり要素を自由度 n_0 の全体モデルに付加し、その応答計算から効果や対象領域以外への影響を確認する。

以上のように必要最小限の自由度に絞込み最適化計算を行う。また本システムでは初期計算と最後の確認計算の 2 回のみ大規模な全体モデルでの FEM 計算を実行すればよいという特徴を有する。

2.2 連成定式化と感度計算法 構造と音場の連成問題は、FEM や BEM を用いた数値計算で扱われている⁽⁷⁾。FEM にて離散化された構造系の運動方程式は、いま変位ベクトルを $\{U\}$ 、外力ベクトルを $\{R\}$ 、 $[K_s]$ 、 $[C_s]$ 、 $[M_s]$ を構造系の剛性、減衰、質量行列および、角周波数を ω とすると次式のように表される。

$$([K_s] + j\omega[C_s] - \omega^2[M_s])\{U\} = \{R\} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$(j^2 = -1)$$

同様に、音場系の運動方程式は、音圧ベクトルを $\{P\}$ 、体積粒子加速度ベクトルを $\{Q\}$ 、 $[K_f]$ 、 $[C_f]$ 、 $[M_f]$ を音場の剛性、減衰、質量行列とすると次式で表される。

$$([K_f] + j\omega[C_f] - \omega^2[M_f])\{P\} = \{Q\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

上記 2 式に、構造から音場への伝達行列 $[A]$ を与えた構造・音場の連成運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} K_f + j\omega C_f - \omega^2 M_f & -\omega^2 A \\ -A^T & K_s + j\omega C_s - \omega^2 M_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ u \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q \\ R \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (3)$$

式(3)の左辺の行列は非対称行列となる。この非対称性のために、連成問題は感度計算や応答計算に時間を必要とする。そこで反復法を用いて行列を対称化し、連成系の周波数応答感度を効率的に算出する方法が提案されている⁽⁸⁾。この方法では共振周波数近傍での精度の悪化などの存在が指摘されているため、本法では振動版の縮退法で適用した平均コンプライアンスに帰着した逆行列計算を必要としない解析的な感度計算法の適用を試みる。音圧と変位ベクトルを式(4)とおき、式(3)に代入し、両辺の前から式(5)に示す $[J]$ 行列を掛けると連成方程式は式(6)となる。

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\omega^2} I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ u \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

ここで $[I]$ は単位行列である。

$$\begin{bmatrix} K_f + j\omega C_f - \omega^2 M_f & A \\ A^T & \frac{1}{\omega^2} K_s - \frac{1}{j\omega} C_s - M_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q \\ -R \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

構造系と音場系単体の各行列は対称行列であるため、式(6)の左辺の行列は対称行列となる。式(6)を次式とおく。 $[D]$ は連成系の対称の動質量行列である。

$$[D(\omega)]\{V(\omega)\} = \{F(\omega)\} \dots\dots\dots (7)$$

評価量として、実際の周期外力 $\{F\}$ が作用するときの応答ベクトル $\{V\}$ と、音圧を評価する l 番めの自由度のみに作用する式(8)の仮想的な単位周期体積粒子加速度入力との内積 c を式(9)のように導入する。 c は相互平均コンプライアンスに相当する⁽⁹⁾。

$$\begin{aligned} \{F^i\} &= \{\{Q^i\}, \{-R\} = 0\}^T \\ &= \{\{0, \dots, q_i = 1, 0, \dots, 0\}, \{0, \dots, 0\}\}^T \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$c = \{F^i\}^T \{V\} = \{V^i\}^T [D]^T \{V\} = p_i \dots\dots\dots (9)$$

$\{V^i\}$ は $\{F^i\}$ が作用したときの応答ベクトルである。つまり $\{F^i\}$ は l 番めの自由度のみに作用する正規化された無次元量であり、 C は $\{V\}$ の中の音圧を評価する l 番めの自由度における応答変位 p_i と等価となる。式(9)を設計変数 x_i で偏微分することにより感度を導出する⁽¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_i}{\partial x_i} &= \frac{\partial \{V^i\}^T}{\partial x_i} [D]^T \{V\} + \{V^i\}^T \frac{\partial [D]}{\partial x_i} \{V\} \\ &+ \{V^i\}^T [D]^T \frac{\partial \{V\}}{\partial x_i} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここで、外力 $\{F\}$ 、 $\{F^i\}$ が x_i に依存しないとすると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \{V\}}{\partial x_i} &= -[D]^{-1} \frac{\partial [D]}{\partial x_i} \{V\} \\ \frac{\partial \{V^i\}}{\partial x_i} &= -[D]^{-1} \frac{\partial [D]}{\partial x_i} \{V^i\} \end{aligned} \dots\dots\dots (11)$$

となる。また $[D]$ は対称行列であることから、式(10)は次式で表される。

$$\frac{\partial p_i}{\partial x_i} = -\{V^i\}^T \frac{\partial [D]}{\partial x_i} \{V\} \dots\dots\dots (12)$$

式(12)により、構造・音場の連成問題において、動質量行列 $[D]$ を対称行列とすることで、 $[D]^{-1}$ を計算することなく応答感度を解析的に求めることができる。

2.3 伝達関数による縮退方法 ここでは $[D]$ を縮退する方法として伝達関数による縮退を用いる。その理由としては、剛性付加の効果を直接評価できることも挙げられるが、縮退後も応答の出力結果の精度が保障されているからである。

まず自由度 n_1 のイナータンス行列 $[H_c]$ を求める。 $[H_c]$ は設計変数の候補として選択された自由度の領域を c 、それ以外の自由度の領域を d として式(13)で表される。

$$[H_c] = [\bar{D}_c]^{-1} = ([D_c] - [D_{cd}][D_d]^{-1}[D_{dc}])^{-1} \dots\dots\dots (13)$$

$[H_c]$ は全体の $[D]$ から上式のように求めてもよいが、式(14)のように自由度領域 c に外力行列 $[J_c]$ が作用したときの応答結果から求めることができる。

$$\begin{bmatrix} D_c & D_{cd} \\ D_{dc} & D_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_c \\ H_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_c \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

なお $[J_c]$ は音場側の自由度の単位行列を $[I_{cf}]$ 、構造側の自由度の単位行列を $[I_{cs}]$ とすると式(15)となる。

$$[J_c] = \begin{bmatrix} I_{cf} & 0 \\ 0 & -I_{cs} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

式(14)を用いる理由としては、実用計算では汎用ソフトから $[H_c]$ を抽出することが困難であるためである。また式(14)は、FEM による計算からだけではなく実験の応答計算(伝達関数)から算出することもできる。そして、 $[H_c]$ から縮退する領域 a (自由度 n_2) と消去する領域に分離し、領域 a の逆行列計算から縮退した行列 $[\bar{D}_a]$ を次式のように求める。

$$[\bar{D}_a] = [H_a]^{-1} \left([H_c] = \begin{bmatrix} H_a & H_{a0} \\ H_{0a} & H_0 \end{bmatrix} \right) \dots\dots\dots (16)$$

したがって実際の最適化計算では自由度 n_2 の式(17)を利用する。

$$[\bar{D}_a]\{V_a\} = \{F_a\} \dots\dots\dots (17)$$

2.4 はり要素を付加構造とした計算法 縮退モデルに付加する構造としてははり要素を採用する。はり要素は次の特徴を有する。(1)はり要素の動質量行列は解析的に表すことができる。(2)ばね要素と比較して断面寸法から具体的な構造を想定できる。(3)シェル要素を利用した場合と比較して、計算する自由度総数を軽減できる。(4)付加する2点と断面寸法を決めるだけで手軽に試行計算ができる。以上により、はり要素を付加構造とした計算では、汎用のFEMソフトに依存することなく効率的な低減計算が可能と考えられる。はり要素を付加した後の関係式は次式で示される。

$$[\bar{D}_a]^{new}\{V_a\} = \{F_a\} \quad ([\bar{D}_a]^{new} = [\bar{D}_a] + [D_a]^e) \dots\dots\dots (18)$$

$[D_a]^e$ は付加する動質量行列を示し、付加するはり要素ごとの動質量行列 $[D_e]_j$ の重ね合せて作成される。 j は付加する要素の要素番号を示す。 $[D_e]_j$ は要素座標系での動質量行列 $[\bar{D}_e]_j$ と座標変換行列 $[T]_j$ を用いて次式で示される。

$$[D_e]_j = [T]_j^T [\bar{D}_e]_j [T]_j$$

$$[\bar{D}_e]_j = \frac{1}{\omega^2} [\bar{K}_e]_j - [\bar{M}_e]_j \dots\dots\dots (19)$$

ここに $[\bar{K}_e]_j$ は要素剛性行列, $[\bar{M}_e]_j$ は要素質量行列を示す. $[\bar{K}_e]_j$ や $[\bar{M}_e]_j$ は, 解析的に任意に設定が可能であるので, 汎用ソフトを用いて $[H_c]$ を計算した後は, 汎用ソフトを再度実行することなく式(18)を用いてはり構造を付加したときの低減効果を簡便に算出することができる.

次にはり要素を付加した後の $[\bar{D}_a]^{new}$ を用いて式(12)を参考に感度を計算すると次式となる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_i}{\partial x_i} &= -\{V^i\}^T \frac{\partial [\bar{D}_a]^{new}}{\partial x_i} \{V\} \\ &= -\{V^i\}^T \frac{\partial [\bar{D}_a]^e}{\partial x_i} \{V\} \\ &= -\sum_j \{V_e\}_j [T]_j^{-1} \frac{\partial [\bar{D}_e]_j}{\partial x_i} [T]_j \{V_e\}_j \dots\dots (20) \end{aligned}$$

上式の $\{V_e\}_j$, $\{V_e\}_j$ は j 番目の要素の全体座標系における応答ベクトルを示す. また $[\bar{D}_e]_j$ の設計変数に対する感度は解析的に導出可能である. つまり式(20)は, はりの要素動質量行列 $[\bar{D}_e]_j$ の感度と座標変換行列 $[T]_j$ と $\{F^i\}$, $\{F\}$ の2ケースの外力が作用したときの応答計算から解析的に算出することができる. これは, 感度解析に逆行列計算を必要とせず, 周波数応答計算結果のみで感度を求めることができることを示す. さらに, $[\bar{D}_a]$ を汎用ソフトで再計算することなく, 設計変数を任意に更新し, 初期の精度を保持しながら最適化計算が可能であることも示す. 本手法を用いた最適化後の結果は, 最適化された設計変数を汎用ソフトに与えた計算結果と理論的に一致する.

2.5 制約付最適設計法の提案 縮退した式(17)を用いて周期外力 $\{F\}$ が作用するときの評価自由度 l の音圧応答を最小化する最適設計問題を以下のように定義する. ここでは付加するはり要素の断面寸法を設計変数とする. 目的関数は音圧の振幅値を採用するが, 実用上帯域的な周波数での低減が必要となる. 単一周波数の音圧応答 $p_{lm}(X)$ を低減しても共振周波数がずれただけで, 設定した周波数の近傍にレベルの高い振動が発生する可能性があるためである. そこで, ある周波数範囲と刻みで M 個に離散化した応答値 $e_m = e(\omega_m)$ を周波数ごとに加算して, 目的関数 E を単一目的関数として設定する. 音圧応答は複素数であるため, 複素共役 $p_{lm}^*(X)$ を掛けて実数化した値の平方根を取り算出する. また付加するはり要素の質量を不等式制約関数として与える. 実用上質量は重要な制約となるためである. また ρ_j , A_j , L_j は各要素の密度, 断面積, 長さを示す. さらに設計変数の上限値, 下限値を側面制約条件として与える. 付加する要素数を

K 個, 設計変数を N 個とする. これらの設定を基にした制約付き最適化問題の定式化を次式で示す.

$$\begin{aligned} \min E(X) &= \sum_{m=1}^M e_m(X) = \sum_{m=1}^M \sqrt{p_{lm}(X) p_{lm}^*(X)} \\ \text{subj. to } G(X) &= \sum_{j=1}^K \rho_j A_j L_j - G_0 < 0 \\ x_i &\leq x_i \leq \bar{x}_i \text{ for } j=1, \dots, N \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

目的関数 E に対する設計変数 x_i の感度は次式で表される.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x_i} &= \sum_{m=1}^M \left(\frac{\partial e_m}{\partial p_{lm}} \frac{\partial p_{lm}}{\partial x_i} + \frac{\partial e_m}{\partial p_{lm}^*} \frac{\partial p_{lm}^*}{\partial x_i} \right) \\ &= \sum_{m=1}^M \frac{1}{\sqrt{p_{lm} p_{lm}^*}} \text{Real} \left(p_{lm} \frac{\partial p_{lm}^*}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

制約関数 G に対する感度は次式となる.

$$\frac{\partial G}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^K \rho_j L_j \frac{\partial A_j}{\partial x_i} \dots\dots\dots (23)$$

逐次設計変数を更新し, 式(21)を用いて目的関数, 制約関数を計算する. 設計変数は, 式(20), (22), (23)の感度計算を利用して更新される. 最適化手法はSQP法(逐次二次計画法)を採用する⁽¹¹⁾. これは制約付きの非線形問題に有効な方法である. SQP法では設計変数の更新ごとに元の問題を近似した二次計画問題を逐次解いていく. 逐次近似した二次計画問題の解法には双対法を用い, ペナルティ関数に対する直線探索で大域的収束性を確保し, 制約関数の二次近似により高速の収束性を確保している.

3. 数値計算例

提案したアルゴリズムを図1に示すユニット住宅を想定したモデルに適用し, 本手法の有効性を明らかにする. 図1は1/4カットモデルを示し, 図1(a)は1階の骨組と床, 天井, 壁, 2階の床の構造モデルを示す. 図1(b)は1階の室内と2階床~1階天井間の空間の音場モデルを示す. つまり本例題は, 2室の音場空間と構造系の連成問題となる. 図1のモデルで, 周波数応答計算を汎用ソフトMSC/NASTRAN⁽¹²⁾により実施し, その結果から縮退モデルを作成し最適化計算を実施する. 設定する問題を図2に示す. つまり, 2階床の一点を上下方向に単位周期外力が作用するときの1階室内(図中●部)の音圧応答を最小化することである.

このときの応答結果を図3に示す. この音圧応答は60~80 Hzにピークをもつため, 最適設計の対象とする周波数範囲を最大ピーク帯である70~80 Hzとし, 刻み幅を1 Hzに設定する.

次に設計変数の候補となる部位を選択する. 今回は2階の床構造のクロスメンバをつなぐ補強材(はり要

Fig. 1 FEM model of a unit house (1/4 model)

Fig. 2 Boundary conditions

Fig. 3 Initial frequency response at the observation grid

素)を図4のように想定する。付加するはり要素は30個である。上記のように選定した要素の節点自由度と加振点自由度、評価点自由度についてイナータンス行列 $[H_e]$ を作成する。この中から必要な要素を抽出し、式(16)の逆行列計算から縮退した動質量行列 $[\bar{D}_a]$ を作成する。縮退モデルの精度を確認するために、図4

Fig. 4 Layout of additional beam elements on the 2nd floor

Fig. 5 Square cross-section

で選択されたすべての自由度で抽出した縮退行列を用いて評価点の音圧応答を計算した結果と図1のFEM全体モデルで汎用ソフトを用いた音圧応答計算結果とを比較する。各周波数での両者の差の絶対値をFEM計算の振幅値で除した値は、 10^{-4} 以下の微小値となった。この結果から縮退前後での音圧応答計算結果にほとんど差異がなく、縮退モデルを用いた計算の妥当性が確認できる。また応答結果のみに依存する感度についても縮退後の計算で、誤差が発生することなく求められることが推測される。

この縮退モデルを利用して、付加するはり要素の断面寸法を逐次変更しながら最適設計問題を解く。本報では付加するはり要素の断面形状を図5に示す薄肉正方形断面とする。設計変数を外形上の1辺の長さとし、付加する要素数 j と設計変数の数 i を一致させる。板厚は1 mmで固定とする。表現の簡素化のために添字 j を省略し、付加するはり要素の動質量行列とその感度の計算手順を以下に示す。

はりの長さを L 、縦弾性係数と横弾性係数を E, G 、断面二次モーメント、二次極モーメントを I, J とすると、付加するはり要素の $[\bar{K}_e]_j$ と $[\bar{M}_e]_j$ は式(24)、(25)で示される。これらを用いて各要素の $[\bar{D}_e]_j$ を算出する。さらに $\partial[\bar{K}_e]/\partial x_i, \partial[\bar{M}_e]/\partial x_i$ より、各要素の $\partial[\bar{D}_e]/\partial x_i$ を算出する。ここでは $[\bar{K}_e], [\bar{M}_e]$ の代表的な成分について、解析的に導出した感度を式(26)にて示す。要素ごとの計算結果より、付加構造全体の動質量行列 $[\bar{D}_a]^e$ とその感度 $\partial[\bar{D}_a]^e/\partial x_i$ を算出し、式(18)、(20)を用いて変更後の応答や最適化計算を実行することができる。

$$[\bar{K}_e] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad \text{Symmetric} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$[\bar{M}_e] = \begin{bmatrix} \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Symmetric} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{EA}{L} \right) &= \frac{E}{L} \frac{\partial A}{\partial x_i} = 2t \frac{E}{L} \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{12EI}{L^3} \right) &= \frac{E}{L^3} \frac{\partial I}{\partial x_i} = 4 \left(x_i^3 - (x_i - 2t)^3 \right) \frac{E}{L^3} \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{GJ}{L} \right) &= \frac{G}{L} \frac{\partial J}{\partial x_i} = 3t(x_i - 2t)^2 \frac{G}{L} \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\rho AL}{2} \right) &= \frac{\rho L}{2} \frac{\partial A}{\partial x_i} = t \rho L \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

目的関数を図3の初期状態の応答結果から70~80

Hzの振幅値の総和とし、制約関数を付加するはり要素の総質量とし、制約値は10 kg以下とする。また設計変数は選択した30のすべての要素とし、側面制約条件として最小値5 mmと最大値50 mmを設定する。計算速度や得られた最適値の妥当性をNAS-TRAN⁽¹³⁾の最適化計算結果と比較する。ただし独立した設計変数の数は x 軸について対称であると仮定し、30個から20個に削減する。最適設計問題を次式

のように定式化する。

$$\begin{aligned} \min E(\mathbf{X}) &= \sum_{m=1}^{11} e_m(\mathbf{X}) \\ \text{subj. to } G(\mathbf{X}) - 10 &< 0 \dots\dots\dots (27) \\ 5 \leq x_i &\leq 50 \text{ for } i=1, \dots, 20 \end{aligned}$$

すべての設計変数の初期値を 10 mm とし、式(27)の最適設計問題を解いた。両手法ともに KKT(キューンタッカー)条件⁽¹⁴⁾を満足し、制約関数の上限値である 10 kg の質量増加の状態に収束した。本手法では、パーソナルコンピュータ(Pentium 4 1.8 GHz, メモリ 512 Mbyte)を用いて約 15 分で計算結果が得られた。一方、NASTRAN では、ワークステーション(RISC 500 MHz, メモリ 1 Gbyte, 実用速度は上記パソコンの 7 割程度)で約 90 分であった。本例題の場合、提案手法の計算に必要な自由度総数は 200 自由度となる。つまり 200 自由度のマトリックス演算により最適化計算を実施することになる。これは FEM モデルの自由度が約 2 万自由度であるのに対して、100 分の 1 の大きさのマトリックスで同等の精度の計算が可能となることを示している。自動車などの問題の場合、100 万自由度を超える問題を扱うわけであるから本手法の計算速度に与える効果はさらに大きくなる。

得られた設計変数の最適化結果を NASTRAN の最適化結果とともに図 6 に示す。図 6 から両手法の設計変数が同様の傾向で最大値および最小値近傍の値に収束し、必要な部位に付加特性が集中し、不必要な部位は削られて最適化されていることがわかる。さらにこの最適化結果を用いた評価点の音圧レベルの周波数応答計算結果を図 7, 8 に示す。図 7 は初期の応答結果と本手法を用いた結果を比較している。対象とする周波数範囲内で 20 dB 以上の大きな低減効果が得られている。また近傍の対象外の範囲でも低減効果が得られている。図 8 は本手法と NASTRAN の最適化結果を比較している。両手法ともに十分に最適化された結果ではあるが、20 個の変数を同時に変更しながら計算しているために微妙に異なる局所解に収束したと考えられる。これは最適化手法の相違に起因する。同じ形式の SQP の最適化手法を利用しているとはいえ、内部の設定パラメータの値や細部のアルゴリズムが異なるためと考えられる。最適化手法におけるこれらの設定法の研究も重要ではあるが本論文の主旨とは異なるため、今後の検討課題とする。

以上より、両手法による設計変数の変更傾向が一致していること、十分に大きな低減効果が短時間に得られていること、および KKT 条件を満足していることから、提案した最適化手法の有効性を確認できた。

さらに図 6 の結果は、実用上必要な設計変数の削減の可能性を示している。つまり、最小値近傍に収束した設計変数は不要と判断できる。そこで、図 9 に示すように、効果が大きいと考えられる 6 要素を新たな付加要素として選択し、最適化計算を実施する。ここでは x 軸に加えて y 軸についての対称性も考慮し、設計変数を 3 個とする。設計変数の移動範囲を最大 100 mm まで拡大し、質量の最大制約は 5 kg とする。本手法では、新たな大規模モデルの FEM 計算を必要とせず、式(16)から簡便に新しい動質量行列 $[\bar{D}_a]$ を作成し、最適化計算を実行できる。

採用する自由度が 200 から 61 に、設計変数も 20 個から 3 個に減少しているため、この最適化計算は約 5 分で終了した。音圧レベルの周波数応答計算結果を図 10 に示す。これより 3 変数の最適化結果は、20 変数の場合と同等の効果を 5 kg の質量付加で実現し、簡便な計算でより優れた最適解を見つけることができた。このように設計変数を変更して最適化計算を繰返し実行することができるため、解析者の要求を最も満足する解を見つけることができる。

なお開発したツールは、スーパーコンピュータなどの大きなリソースを必要としない点でも有効である。

4. 結 言

音圧の評価を必要とする大規模な問題に対して、簡便な計算が可能な構造・音場の連成縮退モデルを作成し、定められた条件の中で評価点の音圧を低減可能な付加構造を探索する最適設計法を提示し、その有効性を例題にて検討した。本論文の論点を以下に示す。

- (1) 構造・音場の連成問題の中で、伝達行列を対称行列で記述し、音圧応答に対する設計変数の感度を解析的に算出する方法を提示した。
- (2) 伝達関数による構造・音場連成の自由度縮退モデルを簡便に作成する方法を提案した。

Fig. 6 The result of optimal design variables

Fig. 7 The result of optimization

Fig. 8 The comparison between two methods

(3) はり要素を付加構造とした低減計算法と断面特性を設計変数とした感度解析法を提案した。

(4) 音圧測定点のレベルの最小化を目的関数とし、付加するはり要素の総質量を不等式制約関数とした制約付き最適化問題を提案した。

(5) ユニット住宅を模擬した FEM モデルに適用し、制約条件を満足しながら大幅な低減効果が得られ、有効性が確認できた。

今後は、付加するはり要素の固有モードを考慮した定式化や、多目的問題への展開を検討する予定である。

なお、本研究を実施するにあたり、トヨタ自動車(株)の山岡裕生氏、鈴木一郎氏、トヨタコミュニケーションシステムの荒川政司氏から有益なご助言を賜ったことに深謝する。

文 献

- (1) 長松昭男, モード解析, (1985), 189-218, 培風館.
- (2) Hermans, L., Acoustic Comfort Optimization Through the Application of Modal Coupling and Modification Methods on Numerical Car Body Models, *JSAE Spring Convention Proc.*, No. 43-00 (2000), 1-4.
- (3) Freymann, R. and Stryczek, R., A New Optimization

Fig. 9 Layout of 6 additional beam elements on the 2nd floor

Fig. 10 The comparison between numbers of design variables

Approach in the Field of Structural-Acoustics, 2000 SAE World Congress & Exposition, SAE, 2000-01-0729 (2000), 41-50.

- (4) 秋山晃・浅井真・ほか2名, 伝達関数合成法を用いた低周波ロードノイズの改善, 自技会講演前刷集 912 (1991-10), 13-16.
- (5) 須藤晶・中村聡, ロードノイズ低減のためのサスペンションに対する感度解析の適用, 自技会講演前刷集 976 (1997-10), 323-326.
- (6) 鶴見康昭・ほか3名, 大規模構造の伝達関数による縮退モデルを用いた最適設計法, 機論, 67-663, C (2001), 3421-3427.
- (7) Nefske, D. J., Structural-Acoustic Finite Element Analysis of the Automobile Passenger Compartment: A Review of Current Practice *J. Sound Vib.*, 80-2, (1982), 247-266.
- (8) 萩原一郎・馬正東, 構造・音場連成系の直接周波数応答感度解析手法の開発, 機論, 57-535, C (1991), 762-767.
- (9) 西脇眞二・菊池昇, 柔軟性を考慮した構造の最適化 (第1報 定式化とコンプライアントメカニズムの応用), 機論, 63-612, C (1997), 2657-2664.
- (10) Sheld, R. T. and Prager, W., Optimal Structural Design for Given Deflection, *J. Appl. Math. Phys.*, 21 (1970), 513-523.
- (11) 茨城俊秀, 最適化プログラミング, (1991), 167-207, 岩波書店.
- (12) MSC/NASTRAN ユーザガイド, 基礎動解析, エムエスシーソフトウェア, (1998), 5-1~5-46.
- (13) MSC/NASTRAN ユーザガイド, 設計感度及び最適化, エムエスシーソフトウェア, (1999), 157-191.
- (14) 山川宏, 最適化デザイン, (1996), 162-167, 培風館.