階層化セルオートマトンを用いた定量的システムマネジメント*

(第1報, 基本的考え方)

大塚雄市^{*1}, 吉村達彦^{*2}, 野口博司^{*2}

Quantitative System Management with Hierarchized Cellular Automata (1st Report, Fundamental Theory)

Yuichi OHTSUKA, Tatsuhiko YOSHIMURA and Hiroshi NOGUCHI^{*3}

^{*3} Faculty of Engineering, Kyushu University,
6-10-1 Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka-shi, Fukuoka, 812-8581 Japan

If a system is composed of only one element, it is possible to evaluate the stability of the system with the Stress-Strength model. However, it is impossible to evaluate the stability of a complex system in which huge amounts of element are linked to each other. To estimate the stability of a complex system, we need to consider the whole structure of the system including interaction between the elements. In this paper, we propose a hierarchized Cellular Automata (HCA) for rational and quantitative system management. In the HCA method, the system is expressed as a lamination structure, which is composed of some hierarchies. Each hierarchy is composed of some elements; each element has a characteristic status value, inputs and outputs. With the HCA method, we can understand the stability of the whole system in terms of probability, by considering local interactions between the elements. As a numerical example, the HCA method is applied to a model of a human organization's conscious changing process. The stability of this model is calculated by numerical simulation, and a probability distribution of the stability of the system is obtained. In conclusion, it is found that the stability of the whole system can be evaluated using the probability distribution.

Key Words: System Engineering, Cellular Automata, Management Engineering, Hierarchy, Risk, Reliability Engineering, Computational Mechanics

1. 結 言

システムとは、個々の要素が集合することによって、所定の機能を果たす構造体である。個々の要素それ自体は、全体としての機能を果たすことはできないが、要素同士で集合しシステム構造を形成することで、システム全体としての新たな機能を生み出している。そのためシステムは階層構造を備えており、内部に複雑な相互作用が存在している。

従来、システム構造を最適化する方法⁽¹⁾については多くの研究が行われてきた。近年はロバスト性⁽²⁾(外乱に対する安定性)の重要性も認識され、ロバスト性を考慮した設計方法⁽³⁾も提案されている。しかし、一旦構造内の要素が破損した場合にまで踏み込んだ解析例はほとんど存在しない。大規模複雑構造においては、損傷許容設計⁽⁴⁾に代表される通り一部の破損を許容し

つつなお所定の機能を発揮できうる構造にすることが求められ、そのために局所的な要素の故障が構造全体に与える影響を定量的に評価することが極めて重要である。また、システムをモデリングすること自体の難しさも解析例が少ない一因となっている。システムをツリー構造で表現する方法⁽⁵⁾についての研究は存在するが、システムの安定性を包括的に議論したものは少ない。システムの構成要素が単一である場合の強度信頼性評価は、構造強度と構造が受ける応力がそれぞれ分布を持ち、故障は両分布の重なる部分で起こると考える Stress-Strength モデル⁽⁶⁾を用いて評価できる。しかし、要素同士がリンクした複雑なシステムを評価するには、最弱リンクモデルだけでは不十分であり、システムの要素同士の相互関係も考慮した、階層構造全体を考えなければならない。

著者らの一連の研究の目的は、システムが安定して所定の性能を有する条件を定量的に評価すること、およびシステムの部分的な不具合(インシデント)が、システム全体が崩壊する致命的な事故(アクシデント)

* 原稿受付 2003年2月5日。

^{*1} 学生員, 九州大学大学院工学府機械科学専攻(☎812-8581 福岡市東区箱崎6-10-1)。

^{*2} 正員, 九州大学大学院工学府機械科学部門。
E-mail: nogu@mech.kyushu-u.ac.jp

に至らないようなシステムを構築するためのマネジメント手法を確立することにある。そのため本論文では、多様なシステムの安定性に対するマネジメントを合理的かつ定量的に行うための方法として、セルオートマトン法を応用した階層化セルオートマトン (階層化CA) モデルを提案する。計算例として、階層化CAモデルを人間の集団システムの意識変化に適用し、モンテカルロ法を用いた数値計算によって、システムが安定して存在できる範囲を評価する。その結果をもとに、システムの安定性を定量的に評価することが可能か、および階層化CAモデルの有効性についての議論を進める。

2. セルオートマトン法について

セルオートマトン法⁽⁷⁾⁽⁸⁾は、アメリカの数学者Neummanが1950年代に考案したものが起源である。70年代からは生物の形体生成のモデルに利用され、80年代に格子ガスオートマトン法 (LGA法)、格子ボルツマン法 (LB法) に発展し、複雑な流れの解析に適用されるようになった。セルオートマトン法の発展は、コンピュータの計算能力の飛躍的発展によるところが大きく、今日では、物理、化学から経済現象に至るまでの広範囲に適用されるようになっている。

セルオートマトン法の基本原理は以下のとおりである。有限な状態量を取ることで同じ大きさの要素 (以下セルと呼ぶ) を配置する。各セルの次の状態は、自身の状態と近傍のセルの状態のみによって決まる。このような法則を繰返していくことにより、ある条件では複雑なパターンが自己組織化していく。全体のパターンは、初期のセルの状態と、適用する局所近傍則によって決まる。

セルオートマトン法の大きな特徴は、微分方程式では解析困難な、自己組織化を伴う複雑かつ再現性のない多様なシステム全体としての特性を直接測定するのではなく、セル特性と局所近傍特性を測定する事で、

Fig. 1 A basic concept of Cellular Automata

システム全体の特性を確率的に把握できることである。対象となる問題に合わせて、1次元、2次元から3次元にも拡張可能であり、流体や生命現象等、複雑な現象を解明するための手法として期待されている。2次元4近傍セルオートマトンの概念図を図1に示す。

3. 階層化セルオートマトン

3.1 システムの階層構造 システム全体を、セルオートマトン法を用いてモデル化したいとき、システムの構成要素をセルで置き換えれば良い。問題は、どの要素をセルとみなせばよいかである。なぜならば、システムの構成要素は一般的に階層性を持っており、ある階層では単一要素とみなせても、その要素はさらに下位の要素の集合体となっているからである。セルオートマトン法の基本は、均一なセルを分布させることにあり、異なったスケールのセル同士を取り扱うには若干の工夫が必要である。ここで、階層性の概念図を図2に示す。階層性を持っているがゆえに、システムは新たな特性を獲得することができる。Von.Vertalanffy⁽⁹⁾によれば、システムの特性は総和的特性と構成的特性とに分類できる。総和的特性とは、要素が単一であろうと集合してシステムを構成しようとも変わらない特

Fig. 2 A basic concept of Hierarchical Structure

Fig. 3 Systems which has interactions to each other

性である。例としては密度が挙げられる。構成的特性とは、要素のみならず、要素間の関係にも依存する特性であり、例としては化合物の鏡像異性体が挙げられる。つまり、構成的特性は、分解された部分の性質のみでは説明できず、総体としてのシステムを考慮して、初めて理解できる。

3.2 対象とするシステムについて 階層化セルオートマトンを用いてモデル化する対象のシステムは、要素数が膨大になったため、全体の把握が困難になった複雑なシステムである。大規模複雑システムに限らず、システムはそれ自体が階層性を持っているため、自身で閉じた系を形成しているのではなく、必ず外部とも相互作用が存在する。

対象を機械構造に限ったとしても、機械構造システムと、それを管理、運営するシステムがあって初めて所定の機能を発揮することができる。そのため、システムの安定性を議論するためには、どこまでをシステムと捉えるかが重要になる。一例として、機械構造システムの場合のシステムの関係を図3に示す。図3はシステムは一般的に外部との相互作用を持つ(=開いている)ことを示しており、外部との相互作用を有しない閉じた系とみなすことは困難である。図3中の機械構造システムと管理運営システムはそれぞれ独立したシステムと考えられるが、互いに相互作用を持ち、またそれぞれ周囲との作用をも有する。厳密にはこれら3者を統合して1つのシステムとして解析すべきであろうが、そうすると再び周囲環境との相互作用を考慮する必要が生じ、際限が無くなる。実用上は、対象のシステムと外部との相互作用は境界条件として取り込み、対象システムを閉じた系として解析する方法が妥当であると考えられる。

上記のように対象システムを規定することで、実際の適用として機械構造全体の安全性評価、特に局所要素が破損した場合の全体への影響を定量評価することへ応用すること、人間を要素として含めた機械システムへの安全性解析もしくは従来解析困難であった人間を要素とした組織の特性解析等への応用が期待できる。

3.3 階層化セルオートマトンモデル

3.3.1 セルの分割方法 階層化セルオートマトンモデルでは、システムの各階層を、2次元4近傍セルオートマトンでモデル化する。したがって、システムの階層構造は、2次元4近傍セルオートマトンの積み重ねとして表現できる。階層構造の決定方法であるが、上位機能から、個々の機能を細分化していき、各機能ごとにセルを設定する方法が妥当である。階層ごとに対象となるセルの機能が異なるため、相互作用の規則

(局所近傍則)も異なる。さらに、各階層間で、上位要素と、上位要素に所属する下位要素との間にも相互作用が存在する。つまり、同一階層内および、階層間の2種類の相互作用が存在する。上記2種類の相互作用を考慮することで、実際の複雑な現象をモデリングできる。一般的な、複数の階層を備えているシステムの、階層化セルオートマトンの模式図を図4に示す。

3.3.2 セルの状態量の定義 セルの状態量については、正常および故障という二つの状態を考える。セルがある種の機能を担当するものであるため、上位階層から要求された機能を発揮している状態を正常、発揮できなくなった状態を故障とする。つまり、あるセルの状態量を Q で表すと、次式のようにになる。

$$Q = \{0, 1\} \quad (1)$$

0 : Normal condition

1 : Failure condition

セルは所定の機能を維持するため、互いに相互作用を行っており、セル特性として入力および出力が存在する。入出力の変化によってセルの状態量が変化するとみなす。また、階層内の独立変数として以下の二つを導入する。

Fig. 4 Hierarchized Cellular Automata Model

Table 1 Independent variables in Hierarchized CA

$P_{sc}^{(k)}$	Cell's state change probability of k -th class
$P_{sp}^{(k)}$	Cell's state propagation probability of k -th class
P_{lij}	Interaction probability from i -th class's cell to j -th class's cell
P_{lji}	Interaction probability from j -th class's cell to i -th class's cell

(i) セルの状態変化率

セルの状態がセル自身の特性として変化する確率

(ii) セル間の状態変化の伝播率

あるセルが、隣接セルの状態を変化させる確率
それぞれの変数の物理的意味は、適用するシステムによって異なる。階層ごとに異なる変数を定義する。もしも異なる階層で同種の相互作用が存在する場合は、同一の確率変数で表現することが可能だと考えられるが、異なる階層で同一の物理法則が適応できる例はまれなため、通常は有りえない。また、階層間の相互作用則については、上位階層と、それに所属する下位階層との相互作用を考え、適当な確率変数を導入して表現する。表1に、階層化セルオートマトンモデルで用いる確率変数を示す。 $P_{sc}^{(k)}$ は、ある階層での要素の状態が要素自身の内部状態の遷移によって変化する確率を表し、 $P_{sp}^{(k)}$ はある階層でのある要素の状態量が、隣接要素に伝播して変化させる確率を表す。 P_{lij} は上位階層の要素が、自身に所属する下位階層の要素の状態を相互作用によって変化させる確率を表し、 P_{lji} は下位階層の要素が自身の上位階層の要素の状態量を変化させる確率を表す。これら4つの確率変数を適当に組み合わせることで、対象システムの複雑な相互作用を分離して表現することが可能になると考えられる。

3.4 解析方法 モデルを決定し、各階層の局所近傍則および、階層間の相互作用則が決まれば、モンテカルロ法によってシミュレーションを行う。そして最終的に決定しなければならないことは、どのような状態をもってシステムが「故障」したとみなすかである。システムが「故障」したということは、そのシステムが要求されている機能を発揮できなくなったということであり、多様な条件が選択できる。一例としては、システムの構成要素すべてが故障した状態や、システ

ムの機能維持に不可欠な要素が「故障」してしまう、などの状態が想定できる。対象のシステムにあわせて、適宜決定する。実際に解析する場合は、各独立変数を確率変数とみなし、条件を設定して、適当なステップ数に対して計算する。解析の流れを図5に示す。

図5に示した計算手順は、外部からの影響を考えない孤立境界条件の場合であり、外部からの影響も考慮した境界条件の場合は、外部との相互作用も含めて計算しなければならない。

3.5 安定性評価法 本研究において計算機上でシミュレートすることによって求めたいものは、設定条件下でのシステムの不安定化確率である。ただし、システムの安定性とは、システム構造が全体としては所定の機能を発揮している状態、すなわち最上層の要素(=システム全体)は正常状態にあることと考える。この定義は対象システムによって変更されるべきものであるが、議論の簡素化のためもっとも単純な表現とする。この場合の確率を求めるには、計算の繰返し数を N 、そのうちシステムが不安定化した回数を n とすれば、システムの不安定化確率 P を次式で定義する。

$$P = n/N \quad (2)$$

システム全体の不安定化確率がどんな分布形を取るかは不明である。セルオートマトン法に関する研究から、自己組織化過程の条件には、ある閾(臨界)値⁽¹⁰⁾が明確に存在することが知られているため、確率変数を2つ取り、システムの不安定化確率と共に3軸でグラフ化すれば、図6(a)のようになることが期待される。セル特性や局所近傍側は滑らかな非線形性を有するが、セル同士がつながってシステムを構成することにより、システム全体の安定性としては明確な閾値が現れる。また、セルの状態変化率が一定の断面の予測図を、図6(b)に示す。

対象システムが2つの確率変数 P_{SC} 、 P_{SP} を備えた場合にシステムの不安定確率が図6(a)のように求められたとする。確率変数の値はばらつかないものとすれば、対象システムは(3)式を満たさねばならない。

$$(P_{SC}, P_{SP}) \in SR \quad (3)$$

P_{SC}, P_{SP} : The probabilistic variables in the system
 SR : The stable region in Fig.6(a)

(3)式が成り立てば、システムの存在域が安定領域内に収まるためシステムの安定性は良いと評価できる。

また P_c および P_p は確率変数なので、計算に際しては定数として扱うが、実際にはばらつきを有し、ある

Fig. 5 A flow chart of simulation

種の分布をとる。そのためシステムの存在領域は、図 6(a) の円のような有限領域となる。システムが外乱を受けるということは、確率変数の分布形が変化することに対応するため、このシステムの外乱に対する安定性、すなわちロバスト率 λ_{robust} は、図 6(a) 中の記号を用いて、(4) 式のように表す。

$$\lambda_{robust} = r/R \quad (4)$$

(4) 式から、 λ_{robust} のとり得る範囲は (5) 式である。

$$0 \leq \lambda_{robust} \quad (5)$$

対象システムが、ロバスト性を保つための条件は、(6) 式のようになる。

$$\lambda_{robust} < 1.0 \quad (6)$$

(3) 式は、対象システムが備える確率変数の値にばらつきがないと仮定した場合にシステムの存在領域が図 6(a) 中の安定領域内に含まれることを保証する式であ

り、(3) 式を満たさなければ安定性を有しない。(6) 式は、確率変数の実測値にばらつきがあるものと考え、その結果システムの存在領域が点から有限の広さを持つ領域へと変化するが、その領域全体が安定領域に収まることを保証する式である。(3),(6) 式を満たす対象システムはその存在領域すべてにおいて正常に機能しつづけることが可能で、したがって安定性を有すると考えられる。以上、(3),(6) 式に示した指標を用いて、システムの安定性を定量化することが可能となる。

3.6 確率変数について 最終的に問題となるのは、対象とするシステムが、実際にどのような確率変数を備えており、どのような分布を持っているかを定める方法である。確率変数の持つ物理的意味は、検討対象によって異なるため、変数を対象に関係なく一義的に定める方法は存在しない。変数の物理的意味を定めた後に、実験的方法によって値を求めていくべきである。

確率変数を導入した目的は、セルオートマトン法を応用した階層化セルオートマトンモデルにおいて、安定と不安定という事象の間に閾値が存在するかを確認することである。閾値が存在すれば、安定性の指標を定量化することが容易になるためである。そのため、本論文では、確率変数が適切に設定されているという仮定のもとで、図 6(a) のような分布を得られるかどうかを検証していく。実際に階層化セルオートマトンモデルを使用した計算事例を、次章で示す。

4. シミュレーション事例

4.1 人間集団の意識変化モデル 階層化セルオートマトンモデルの計算事例として、ある組織における意識変化についてのシミュレーションを行った。このモデルでは、人間が集団として安定に存在している状況から、人間同士の相互作用によってどのように不安定化していくのかを考察する。本事例において、要素の内部状態および相互作用を偏微分方程式等で記述可能であるならば、近似的にせよ数値計算で解は得られる。しかし要素数の膨大さのため、構造全体の不安定確率を求めることは計算機に頼らなければ実際上不可能であり、したがって本事例は大規模複雑問題の一種とみなせると考えられる。

この組織の構成は以下の通りである。

第1階層 元首 1人。代議員を指導、監督する。

第2階層 議会 代議員 25人。元首を信任もしくは不信任する。民衆を法律によって規定する。

第3階層 民衆 2500人。100人ずつで一つの選挙区を構成し、代議員を信任、不信任する。

(a) Collapse probability Distribution

(b) A sectional curve at $P_{sc} = P_c$

Fig.6 Collapse probability distribution for a system

各階層のセルは一人の人間に対応する。人間は次の二つの状態をとりうるものとする。

- (i) 正常 (good) 正常で普通の意見を持つ人。
 - (ii) 異常 (bad) 現状に不満で危険な考えを持つ人。
- つまり人の状態量を Q_{human} で表すと、正常の場合は以下の (7-a) 式を、異常の場合は (7-b) 式を満たす。

$$Q_{human} = 0 \quad (\text{正常の時}) \quad (7-a)$$

$$Q_{human} = 1 \quad (\text{異常の時}) \quad (7-b)$$

このような二つの状態のみによって、組織の一部の人間が、全体の意識変革にどうやって影響を及ぼしていくのかをシミュレートする。モデルで考えている組織は、ある閉鎖的な集団であり、組織外からの影響は全く存在しないとする。組織の構成を図7に示す。

図7のモデルについて、各階層ごとのパラメータおよび階層間相互作用パラメータを導入する。

4.2 計算方法

4.2.1 局所近傍則および階層間相互作用則の決定

各階層ごとに独立変数を決定する。()内に、表1のどの変数に対応するののかもあわせて示す。

(i) 第3階層 民衆 (表1の $k=1$ に対応)

この階層は、 50×50 の2次元4近傍CAで表現する。階層内では、以下に示す2つの確率変数を設定する。

① 意識の変化率 ($P_{sc}^{(3)}$ に対応)

自身の不満などが原因で考え方が正常 → 異常へと変わる確率。記号 P_{iisc} で表す。模式図を図8(a)に示す。

② 噂、意見の伝播率 ($P_{sp}^{(3)}$ に対応)

他人から煽動、説得されて正常 → 異常へと変化する確率である。記号 P_{iisp} で表す。模式図を図8(b)に示す。

さらに意見の変化について、次の仮定を導入する。いったん意見が異常になった人間は、同一階層内の民衆か

Fig.7 A small organization which has three classes

らはいくら説得されても意見を変えないとする。そのため、民衆の階層内では、意見が異常 → 正常に変化する手段は存在しない。また、個々人は同じ場所にとどまり、移住等は一切行わない。しかし、異なる選挙区に所属する人の間にも、噂や意見の伝播はありうる。

(ii) 第2階層 議会 (表1中の $k=2$ に対応)

議会の構成員は、代議員 25 人である。この階層は 50×50 の2次元4近傍セルオートマトンで表現する。代議員を制御する確率変数は以下の2つを設定する。

① 意識の変化率 ($P_{sc}^{(2)}$ に対応)

意見が正常 → 異常へと変わる確率である。代議員については、意識を変化する場合には以下の2通りが考えられ、それぞれを分離して考える。

(a) 自身での意識変化率

代議員が自分自身の考えによって意識を変化させる確率。記号 P_{iisc} で表す。選挙によって選ばれた人間なので、知識教養の水準は高いと考えられる。そのため、一般より意識変化率を低く設定し、民衆の意識変化率

(a) A self-changing process

(b) Rumor propagation process

(c) Way of confidence for deligates

Fig.8 Interaction in each classes and between classes

との間に次式の関係が成り立つことを仮定する。

$$P_{iisc} = P_{iiisc}/100 \quad (8-1)$$

(b) 代議員の信任, 不信任 (P_{I32} に対応)

代議員は選挙で信任されなければならない。民は合計で 2500 人、選挙区は均一で 100 人ごと一つの選挙区を構成し、自選挙区の代議員を信任する。選挙規則は多数決であり、各選挙区内での多数派を占める方の意見を代議員は採用する。正常意見と異常意見が同数の場合は、正常意見を代議員は採用する。つまり代議員の意見を $Q_{delegate}$ とすれば、次式のように代議員の意見は変化する。
 $Q_{delegate} = 0$ (正常意見が多数の場合) (8-2)
 $Q_{delegate} = 1$ (異常意見が多数の場合)

模式図を図 8(c) に示す。

② 多数派工作 ($P_{isp}^{(2)}$ に対応)

議会内で多数派になるため、周囲の代議員を説得して、意見を正常 → 異常へと変化させる確率である。記号 P_{iisp} で表す。説得する能力についても、民衆の意見伝播率との間に (9) 式の関係を仮定する。

$$P_{iisp} = 2 \times P_{iiisp} \quad (9)$$

ただし、計算値が 1 を超えた場合は 1 とみなす。

③ 法律の制定 (P_{I23} に対応)

代議員は、自分の意見に沿った法律を制定し、自分の選挙区民を自身の意見に従わせようとする。正常意見派の代議員ならば正常に、異常意見派代議員ならば異常に民衆の意見を変えていこうとする。この効果を表すために新たな確率変数を導入し、記号 P_{I23} で表す。この法律による強制的な拘束によってしか、民衆の意見が異常から正常に戻ることはない。代議員自身の意見も、いったん異常に変わったら、代議員同士の説得では正常に戻ることはないものとする。代議員は自分の選挙区を変更したりはせず、移動もしない。

(ii) 第 1 階層 元首 (表 1 の $k=1$ に対応)

最高責任者である。1 人なので、セルは 1×1 で表現する。元首を制御する確率変数を以下に定義する。

① 元首の意識変化率 ($P_{sc}^{(1)}$ に対応)

元首の意識変化は、自身の意識変化または代議員からの信任の 2 通りがあり、それぞれを分離して考える。

(a) 自身での意識変化率

元首は自分の意見を変更することはないと

仮定する。1 人しかいないので、周囲に説得されることもない。よって、確率を P_{isc} で表せば、次式が成り立つ。

$$P_{isc} = 0 \quad (10-1)$$

(b) 代議員からの信任, 不信任 (P_{I21} に対応)

元首は代議員から信任を受ける。議会内の信任規則は、代議員の信任の場合と同様に多数決である。元首は、議会内での多数派の意見を自分の意見として採用する。議会は奇数定員なので、賛否同数にはならない。つまり、元首の意見を $Q_{president}$ で表すとすれば、次式のように変化する。

$$Q_{president} = 0 \text{ (正常意見が多数の場合)} \quad (10-2)$$

$$Q_{president} = 1 \text{ (異常意見が多数の場合)}$$

② 代議員への指導, 命令 (P_{I12} に対応)

元首は、代議員に対して指導, 命令することで自分の意見に従わせようとする。この階層間の相互作用を表すために確率変数を導入し、記号 P_{I12} で表す。

以上、これらの確率変数を用いて、解析を行う。

4.2.2 シミュレーションの手順 はじめに、初期条件を決定する。初期状態として、安定に存在している組織に、外乱を生じさせる。議会および元首はすべて正常な意見を持っているが、民衆の一部には、異常な意見を持った人が現れる。民衆の 1 % が異常な意見に染まっているものとして、ランダムに配置する。

シミュレーションの流れを図 9 に示す。初期状態を設定した後、民衆 (下位階層) の方から意識変化と信任投票を行っていき、元首を信任する。今度は元首から議員へ指導, 命令が行く。議員から民衆の間に法律

Fig.9 The flow chart of unit-step simulation

が行き渡り、意識変化が起きる。終了条件は、民衆の大部分が異常な意見に染まってしまうと、社会不安が発生し、組織が崩壊してしまうので、これを防止できるかで、この組織の安定性を評価する。具体的には、相互作用が民衆階層まで戻り一周した時点で、民衆の95%以上が異常な意見に変わってしまったら、社会不安が発生して、この組織は崩壊したと判断し計算を終了する。初期状態から相互作用による意識変化、終了判定までの一連の流れを単位計算ステップとし、1000ステップ計算を行う。解析に用いる確率変数を(11)式に示す。

$$\begin{aligned} P_{iiisc}, P_{iiisp}, P_{I23}, P_{iisc} &= P_{iiisc}/100, \\ P_{iisp} &= 2P_{iiisp}, P_{I12} \end{aligned} \quad (11)$$

実質的には4つである。計算を簡素化するため、階層間の相互作用を表す確率変数 P_{I23} 、および P_{I12} は固定値とみなし、残り2つの変数の値を変えて確率の分布を取る。 P_{I23} , P_{I12} のいくつかの値を決定し、各条件に対しそれぞれ100回試行する。組織の不安定化率を3.4節に従って計算し、安定性を評価する。

4.3 計算結果および考察 計算条件は以下の3つの条件を設定した。

- (a) $P_{I12} = 0.7$, $P_{I23} = 0.8$
- (b) $P_{I12} = 0.5$, $P_{I23} = 0.4$
- (c) $P_{I12} = 0.0$, $P_{I23} = 0.0$

(a) の条件の方が、上位者の指導力が強い状態である。また、組織化の効果を考えるために、条件(c)を比較対象とした。条件(c)は、上位者からの指導が全くない状況なので、組織化していない状態を表すとみなせる。(a)の条件で計算した結果得られた確率分布図を図10(a)に示す。 x 軸に P_{iiisc} 、 y 軸に P_{iiisp} 、 z 軸に組織の不安定化確率を取っている。図中の安定領域と判断した領域は、組織不安定化確率が0%の領域であり、不安定領域と判断した領域は、組織不安定化確率が100%の領域である。それ以外は遷移領域として考えている。遷移領域の大部分が不安定化確率10%以下の領域であり、不安定領域もほぼ存在しないため、(a)の条件下では安定性は良好と判断できる。

次に、(b)の条件で計算した結果得られた確率分布図を図10(b)に示す。グラフの様式と不安定領域、遷移領域、および安定領域の定義は(a)の場合と同様である。図を見れば明らかなように、(a)の場合と比較して不安定領域が増大していることがわかる。また、安定領域および遷移領域は減少している。この結果は、階層間の相互作用を表す P_{iiisc} と P_{iiisp} の値の大小が、安定、不安定各領域の範囲決定に影響しているために、(a)、(b)両者の差異となって現れたものだと考えられ

る。上位階層から影響が強いほど、下位階層の意見の変化を抑える力も強く、不安定化する可能性は低いと予想されるので、この結果は予測とも一致している。

最後に、(c)の条件で計算した結果の確率を図10(c)に示す。グラフの種類や軸の意味、および図中の領域

(a) $P_{I12} = 0.7, P_{I23} = 0.8$

(b) $P_{I12} = 0.5, P_{I23} = 0.4$

(c) $P_{I12} = 0.0, P_{I23} = 0.0$

Fig.10 Collapse probability distributions

の定義は, (a), (b) と同様である. (c) の条件下で計算した場合は, 上位階層からの影響が全く存在しないので, ほぼすべての条件下で, 組織全体が不安定化している.

また, 計算結果について一つ興味深い結果が得られた. 組織の不安定化確率と, 最上位階層である元首の意見が異常に変化する確率が, ほぼすべての場合において一致した. つまり, 組織全体が不安定化する過程で, 上位階層が不安定化した場合が全体に大きな影響を及ぼすということである. この結果も, 上位階層からの相互作用が, システム全体の安定化に寄与する度合いが高いことを示唆していると考えられる.

この組織の安定性評価であるが, 図 10 に示した安定領域に収まるように各確率変数の値を決めればよい. 例えば, (a) の条件において,

$$P_{iiisc} = P_{iiisp} = 0.2 \pm 0.1 \quad (12)$$

と対象システムの確率変数の実測値が求められたとすれば, 対象システムの安定性は 3.5 節の (6) 式を用いて (13) 式で評価できる. ただし値が同一となっているのは議論を単純化するためであり, 同一であることに特別の意味はない.

$$\lambda_{robust} = r/R = 0.1/0.2 = 0.5 < 1 \quad (13)$$

よって, ロバスト性も良好で, システムの存在領域も安定領域内に収まるので, 安定性は十分と評価できる.

計算結果をまとめると以下ようになる.

- (i) 組織全体の不安定化確率分布図を作成し, 不安定領域, 遷移領域および安定領域の存在を確認した.
- (ii) 階層内の確率変数よりも, 階層間相互作用を表現した確率変数の方が, 全体に対する寄与が大きい.
- (iii) 確率分布図を用いて, 組織が安定化するために必要な条件 (安定領域とロバスト性確保条件) を確率変数を用いて定量化することができる.

5. 結 言

複雑大規模システムの安定性に関するマネジメント

を定量的に行うための手法として, セルオートマトン法を応用した階層化 CA モデルを提案し, 計算事例として, 組織の意識変化に対する数値計算を行った. その結果は以下である.

- ① 階層化セルオートマトンモデルによって, 階層構造を持ったシステムをモデル化できる.
- ② 階層間相互作用と階層内局所近傍則それぞれに確率変数を導入し, 組織全体の不安定化確率の分布を得た. そして, 安定領域, 遷移領域および不安定領域が現れることを確認した.
- ③ 得られた確率分布図を用いて, 組織の安定化に必要な確率変数の目標値を定量化できる.
- ④ 階層化セルオートマトンモデルによって, 定式化困難な現象, 組織をモデル化できる可能性がある.

今後の課題としては, モデルの妥当性, および確率変数の決定方法, 階層化の手法, 計算誤差, 結果の妥当性についての評価法が挙げられる. 第 2 報以降において, 様々なシステムに HCA モデルを適用しながら, 議論を発展させていきたい.

文 献

- (1) 日本機械学会編, 構造, 材料の最適設計, 技報堂出版, (1986)
- (2) 吉村達彦, トヨタ式未然防止手法 GD^3 , 日科技連出版社, (2002)
- (3) 山川, 宮下, 機論, **57-544**, A(1991), pp173-178
- (4) 岡村弘之, 板垣浩, 強度の統計的取扱い—構造強度信頼性工学, 培風館, (1979)
- (5) 鈴木順一郎他, *FMEA, FTA* 実施法, 日科技連出版社, (1982)
- (6) 塩見弘, 信頼性工学入門, 丸善, (1982)
- (7) 加藤恭義他, セルオートマトン法—複雑系の自己組織化と超並列処理—, 森北出版, (1998)
- (8) 香取真理, 複雑系を解く確率モデル, 講談社, (1997)
- (9) V.Vertalanffy, 一般システム理論, みすず書房, (1973)
- (10) R.J.Gayload 他, *MATHEMATICA* 複雑系のシミュレーション, シュプリンガーフェアラーク, (1998)