大変形, 大変位を伴うテザードシステムの
姿勢制御下における動的応答*竹原 昭一郎^{*1}, 嘩 道 佳 明^{*1}
能 見 公 博^{*2}, 曾我部 潔^{*1}Dynamic Response of a Tethered System with Large Deformation
and Large Displacement under Attitude ControlShoichiro TAKEHARA^{*3}, Yoshiaki TERUMICHI,
Masahiro NOHMI and Kiyoshi SOGABE^{*3} Department of Mechanical Engineering, Sophia University,
7-1 Kioto-cho, Chiyoda-ku, Tokyo, 102-8554 Japan

In this paper, we discuss the dynamic response of a system consisting of a very flexible body and rigid bodies at its end under attitude control to the end body. A tethered subsatellite in space is known as an example of this system. Two mathematical models for a planar motion of a flexible body are considered using FEM and Absolute Nodal Coordinate Formulation. In A.N.C Formulation, it is easy to describe the motion of the flexible body with large deformation, rotation and translation displacement. We attempt to control the attitude of the end body using a reaction wheel. The control technique consists of an attitude control by the reaction wheel and a control by the reaction wheel with the joint torque control to cancel accumulation of angular momentum. First, eigenvalue analysis is carried out where control gain changes. Second, the motion under controlled system is discussed its free vibration, comparing the motions of FEM model and A.N.C one. It is pointed out that the axial stress in the tether plays an important role as constraint force at the joint between the tether and the rigid body. Furthermore we treat large deformation, large displacement problem, where the end of the flexible body moves horizontally. We confirm the interaction between flexible body with large deformation and rigid body under the attitude control and clarify its mechanism.

Key Words: Multibody Dynamics, Flexible Body, Large Deformation and Displacement, Rigid Body, Coupled Motion, Attitude Control

1. 緒 論

テザードシステムは軽量, 収納性のよさ等の利点を備えており, 宇宙空間, 海中などの特殊環境においてその利用が期待されている^{①②}。このシステムは母船につながれたテザー(ワイヤーロープやひも)とそれに連結された先端機で構成されており, テザー先端機に何らかの作業をさせる場合, その姿勢制御が重要となる。さらに, 上述の特殊環境では, テザーに作用する張力が微小となり, 大変形, 大変位を伴う場合が想定される。しかし, テザー先端機が複数剛体で構成されているような系では, テザーの運動と先端機の運動が干渉し, その挙動は複雑になることが予想される。このような状態において精度の高い姿勢制御を行うに

は, 大変形, 大変位問題に対応したテザーと先端機の連成運動を考慮する必要がある。

しかし, 従来のこの種の系に対する研究では, 弦と集中質量系を扱った解析例^{③④}は見られるものの, 柔軟体と剛体系との連成運動については十分な検討がなされていないようである。さらに, この系をマルチボディシステムとして捉えるとき, 柔軟体と剛体の混在系, 超柔軟体^⑤の大変形, 大変位問題, 制御系との連成, 先端剛体の姿勢制御下における動特性の変化などの工学的に注目すべき特性を備えている。

本報では, 著者の一部による既報^⑥と同様に, このようなシステムを柔軟体・剛体系としてモデル化する。既報では, 先端機の制御に関してはリアクションホイールを用いた制御法, またリアクションホイールに角運動量が蓄積されてしまうという問題があるために, 先端機に装備した剛体によりテザー連結点を操作することによって角運動量を排出する制御法を提案した。

* 原稿受付 2003年3月20日。

^{*1} 正員, 上智大学理工学部(〒102-8554 東京都千代田区紀尾井町7-1)。^{*2} 正員, 香川大学工学部(〒761-0396 高松市林町2217-20)。
E-mail: s-takeha@sophia.ac.jp

ここでは、この系の運動解析をテザーの大変形、大変位問題に拡張し、姿勢制御下における系の動的応答を以下の手順により検討する。まず、テザードシステムの基礎的な動特性を把握するために、テザーに関して線形モデルを用い解析的な固有値解析を行い、制御入力ゲインの変化に対する系の固有値の変化について調べる。次にテザーに関して大変形、大変位問題に対応した定式化⁶⁹⁾を行い、自由振動下における系の運動について数値シミュレーションを行い、固有値解析から得た知見を確認する。また、線形モデルの運動と比較することにより制御下における大変形の影響を検討する。さらに、大変形、大変位を与えた数値シミュレーションを行い、先端剛体の姿勢制御下におけるテザーと剛体の連成運動のメカニズムについて検討する。

2. 解析モデルと剛体系の姿勢制御

2.1 解析モデル 図1に解析モデルを示す。ここでは、テザーを上端を固定された柔軟体（長さ l 、密度 ρ 、断面積 A ）とし、先端機は複数の剛体より構成されているものとする。本報では、複数の剛体系は、関節を表現するために必要である最小の二つの剛体（長さ $2d_{i,j}$ 、質量 $m_{i,j}$ 、重心回りの慣性モーメント $I_{i,j}$ ）により構成されている。剛体1はテザーに連結され、剛体1と剛体2は剛性を無視できる回転関節により連結されている。また、必要に応じて剛体間の回転関節には任意のトルクが加えられるものとする。さらに剛体2にはリアクションホイール（質量 m_w 、慣性モーメント I_w ）が取り付けられている。本報では、弦と剛体系の相互作用の制御効果に対する基本的な影響を検討するために平面運動のみを考える。

Fig.1 Analytical model of tethered system

2.2 剛体系の制御法 本章では、著者の一部による既報⁶⁾と同様にテザー先端機の姿勢制御に対して、リアクションホイールによる制御法、そしてリアクションホイールに蓄積する角運動量を剛体間の関節トルクを用いることによって排出することを考える。本報では以後この制御法を角運動量抑制制御と呼ぶこととする。

2.2.1 リアクションホイール制御 まず、リアクションホイールを用いた先端機の姿勢制御を考える。リアクションホイールは剛体2の重心位置に取り付けるとする。リアクションホイールに加えるトルク $I_w \ddot{\phi}$ はPD制御を用いて以下のように与える。

$$I_w \ddot{\phi} = I_w k_{p\theta} (\theta_2 - \theta_c) + I_w k_{d\theta} \frac{d}{dt} (\theta_2 - \theta_c) \quad (1)$$

この式において、 θ_c は目標角であり $k_{p\theta}$ 、 $k_{d\theta}$ は制御入力ゲインである。本報では、目標角 $\theta_c = 0$ 、 $k_{p\theta} = k_{d\theta}$ として式(1)を以下のように扱うものとする。

$$I_w \ddot{\phi} = I_w k_w (\theta_2 + \dot{\theta}_2) \quad (2)$$

ここで、 k_w はリアクションホイール制御入力ゲインである。

2.2.2 角運動量抑制制御 ここでは、リアクションホイールに蓄積された角運動量を排出するために、関節トルク制御を用いる。この制御法では関節トルクによって柔軟体と剛体の結合点が動き、柔軟体による張力がリアクションホイール蓄積角運動量を減少させる回転力を発生するため、リアクションホイールの角運動量が排出される。関節トルクはリアクションホイールに対するPD制御により以下のように求める。つまり、式(2)で得られたリアクションホイール角加速度と、角加速度を数値積分することによって求めた角速度とのフィードフォワード制御となる。このときも前節と同様の目的角ならびに制御入力ゲインの関係をを用いている。

$$\tau_a = I_w k_a (\dot{\phi} + \ddot{\phi}) \quad (3)$$

ここで k_a は角運動量抑制制御における関節トルク入力ゲインである。

3. 定式化

3.1 線形モデルの定式化 本節では、著者の一部による既報⁶⁾と同様に、弦と見なしたテザーと剛体系の運動の連結点の座標 (x_0, y_0) 、および各剛体の鉛直軸からの角度 θ_1 、 θ_2 を状態量として、これらの状態ベクトルを

$$\mathbf{q} = [x_0 \ y_0 \ \theta_1 \ \theta_2]^T \quad (4)$$

と表す。

これにより運動方程式は

$$\mathbf{I}_m \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) = \mathbf{N} + \mathbf{u} \quad (5)$$

となる。

ここで、 $\mathbf{I}_L$ は慣性行列、 $\mathbf{h}$ は遠心力、コリオリ力、重力を表す。 $\mathbf{N}$ は張力による外力項、 $\mathbf{u}$ は制御入力項であり、以下のように表される。

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} -T \cos \varphi \\ -T \sin \varphi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_a \\ -I_w \ddot{\phi} - \tau_a \end{bmatrix}$$

テザーの運動は有限要素法により長さ l_e の n 個の線要素に離散化し、各節点ごとの座標系 $x-y$ に対する y 方向の変位量 w_i に関する定式化を行う。テザー下端の要素に関する方程式は、次のようになる。

$$\frac{\rho A l_e}{6} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{w}} + \frac{T_e}{l_e} \mathbf{K} \mathbf{w} = \mathbf{T} \quad (6)$$

$\mathbf{w}$ は横方向変位 $w_i (i=1, 2, \dots, n+1)$ から構成されるベクトル、 $\mathbf{M}$ および $\mathbf{K}$ は慣性マトリクスおよび剛性マトリクス、 $\mathbf{T}$ は各要素に働く張力を表すベクトルであり、各要素で一定である。テザー下端の横方向変位 w_{n+1} は連結点の横変位であるので $w_{n+1} = y_0$ であることを考慮して、式(6)のテザー下端 w_{n+1} に関する方程式。および式(5)の剛体上端の水平方向変位に関する方程式を合成することにより、テザーと剛体系の連結点すなわちテザー下端の境界条件式を得る。

$$\left(m_1 + m_2 + m_w + \frac{\rho A l_e}{3} \right) \ddot{w}_{n+1} + \frac{\rho A l_e}{6} \ddot{w}_n + \frac{T}{l_e} (w_{n+1} - w_n) + \{ d_1 m_1 + 2d_1 (m_2 + m_w) \} \left(\cos \theta_1 \cdot \ddot{\theta}_1 - \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 \right) - d_2 (m_2 + m_w) \left(\sin \theta_2 \cdot \ddot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 \right) = 0 \quad (7)$$

テザーと剛体の連結点の縦変位 x_0 は

$$x_0 = \sum_{i=1}^n \frac{n}{2l_e} (w_{i+1} - w_i)^2 \quad (8)$$

により幾何学的に求め、張力は式(5)の剛体上端の水平方向変位に関する方程式より求める。

3.2 大変形、大変位モデルの定式化 ここでは、テザーを超柔軟体^⑧とし、既報^⑨と同様に柔軟体の運動を定式化する。このとき、Shabana らによって提案された Absolute Nodal Coordinate Formulation (以下 ANC 法)^{⑩⑪}を用いる。この方法は大変形、大変位を伴う運動を表現することができ、要素の節点座標として要素の勾配を用いるといった特徴がある。ANC 法では復元力は弾性エネルギーより求められ、柔軟体内部の応力は一定でなく、要素の伸びによって時間的に変化する。ここでは、後に剛体系の結合を考慮することから、ANC 法の概略を説明する。ここで、 E : 縦弾性係数、 A : 断面積、 ρ : 弦の密度、 l_e : 弦の1要素の長さ、 l : 弦の全長とする。

図2に全体座標系 $O-XZ$ 内におかれた柔軟体の1要素を示す。なお、本報では、柔軟体は $X-Y$ 平面上での運動に限定する。変形前の要素を OA とし、変形後の

要素を $O'A'$ とする。要素上の任意点の全体座標系での位置ベクトルは形状関数 $\mathbf{s}$ と要素節点座標ベクトル $\mathbf{e}$ を用いて

$$\mathbf{r} = \mathbf{S} \mathbf{e} \quad (9)$$

と表すことができる。

ここで、要素節点の全体座標による節点変位は

$$\mathbf{e} = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5 \ e_6 \ e_7 \ e_8]^T \quad (10)$$

と表され、 e_1, e_2 は点 O' における X, Y 座標、 e_3, e_4 は点 O' における全体座標系での要素の勾配であり、 X, Y 座標で定義される O' 点での変位の空間微分である。同様に e_5, e_6 は点 A' における X, Y 座標、 e_7, e_8 は点 A' における全体座標系での要素の勾配である。また、 $\mathbf{S}$ は形状関数マトリクスである。

この要素の運動エネルギーは次式によって表される。

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} dV = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{M}_e \dot{\mathbf{e}} \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{M}_e$ は

$$\mathbf{M}_e = \int_V \rho \mathbf{S}^T \mathbf{S} dV \quad (12)$$

で定義される要素の質量マトリクスである。

次に柔軟体の弾性エネルギーを導出するために、要素座標系を考える。図2において位置ベクトル $\mathbf{r}_0$ は $\overrightarrow{OO'}$ を示しており、 $\mathbf{r}$ は $\overrightarrow{O'x}$ を示している。任意の点を点 O' から見たときの位置ベクトルを $\mathbf{u}$ とするとき、

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_0 = \begin{bmatrix} (S_1 - S_{10})\mathbf{e} \\ (S_2 - S_{20})\mathbf{e} \end{bmatrix} \quad (13)$$

と定義される。 $\mathbf{S}_1$ と $\mathbf{S}_2$ は要素形状関数マトリクスの列であり、 $\mathbf{S}_{10}$ と $\mathbf{S}_{20}$ は点 O で定義された形状関数マトリクスの列である。 $\mathbf{i}$ を次式によって定義される単位ベクトルとする。

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_0}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_0|} \quad (14)$$

となり、 $\mathbf{i}$ に直交する単位ベクトル $\mathbf{j}$ は

Fig.2 Deformed configuration of an element

$$\mathbf{j} = \begin{bmatrix} j_x \\ j_y \end{bmatrix} = \mathbf{k} \times \mathbf{i} \quad (15)$$

となる。ここで、 $\mathbf{k}$ は Z 軸方向の単位ベクトルである。このとき、柔軟体の軸方向の変形量は、以下のように表される。

$$\mathbf{u}_d = \begin{bmatrix} u_l \\ u_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^T \mathbf{i} - x \\ \mathbf{u}^T \mathbf{j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x i_x + u_y j_y - x \\ u_x j_x + u_y j_y \end{bmatrix} \quad (16)$$

これにより、要素に貯えられるひずみエネルギー U は次式のように表される。

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left(Ea \left(\frac{\partial u_l}{\partial x} \right)^2 + EI \left(\frac{\partial^2 u_t}{\partial x^2} \right)^2 \right) dx \quad (17)$$

ここで、 $t_1 \sim t_2$ においてポテンシャルエネルギーの変分をとると

$$\delta U = \int_{t_1}^{t_2} \delta \mathbf{e}^T \mathbf{Q}_k dt \quad (18)$$

の形に書くことができる。

以上により、柔軟体の運動方程式は以下のようになる。

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{e}} = \mathbf{Q}_f - \mathbf{Q}_k \quad (19)$$

ここで、 $\mathbf{Q}_f$ は重力を含む外力項である。

次に、ANC 法により得られた結合点（柔軟体下端）を剛体系の上端とするような運動方程式を求める。剛体系の一般化座標を次式で表す。

$$\mathbf{q} = [e_{c1} \ e_{c2} \ e_{c3} \ e_{c4} \ x_m \ y_m \ \theta_m \ \dots]^T \quad (20)$$

ここで $e_{c1} \sim e_{c4}$ は結合点における式(10)の $e_3 \sim e_6$ に相当する。 x_m 、 y_m は剛体 m の重心の座標であり、 θ_m は各剛体の回転角度である。

仮想仕事の原理より

$$[\mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}_r]^T \delta \mathbf{q} = 0 \quad (21)$$

となる。ここで、 $\mathbf{M}_r$ は質量マトリクスである。

以後、柔軟体下端に 2 個の剛体を取り付けられた場合を考える。このとき式(21)の $\mathbf{Q}_r$ は以下のように記述される。

$$\mathbf{Q}_r = [Q_{c1} \ Q_{c2} \ Q_{c3} \ Q_{c4} \ m_1 g \ 0 \ \tau_1 \ m_2 g \ 0 \ -I_w \ddot{\phi} - \tau_2]^T \quad (22)$$

このとき、 $\mathbf{Q}_{c1}, \mathbf{Q}_{c2}, \mathbf{Q}_{c3}, \mathbf{Q}_{c4}$ は柔軟体下端と剛体間に作用する $\mathbf{Q}_r$ の各成分を示している。

また、系の拘束条件は次のように表現される。

$$\Phi(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 - \mathbf{R} - \mathbf{T}_1 \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{T}_1 \mathbf{r}_1 - \mathbf{T}_2 \mathbf{r}_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

ここで、 $\mathbf{p}_1 = \mathbf{R} + \mathbf{T}_1 \mathbf{r}_1$ 、 $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{T}_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{T}_2 \mathbf{r}_2$ は剛体 1, 2 の重心の位置ベクトル、ここで $\mathbf{R}$ は前節で述べた弦下端の節点変位、 $\mathbf{r}_1 = [d_1 \ 0]^T$ 、 $\mathbf{r}_2 = [d_2 \ 0]^T$ は各剛体で定義された剛体上端から重心までを結ぶ位置ベクトル、 $\mathbf{T}_n$ は局所座標から全体座標への座標変換マトリクスである。

ここで、ラグランジュの未定乗数を用いると、

$$[\mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}_r] \delta \mathbf{q} + \lambda^T \Phi_q \delta \mathbf{q} = 0 \quad (24)$$

となるので以下の関係が成り立つ。

$$\mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{q}} + \Phi_q^T \lambda - \mathbf{Q}_r = 0 \quad (25)$$

さらに加速度方程式は

$$\Phi_q \ddot{\mathbf{q}} = -(\Phi_q \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - 2 \Phi_{qq} \dot{\mathbf{q}} - \Phi_{qq} (\gamma) \quad (26)$$

である。式(25)と式(26)から以下のような微分代数方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_r & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_r \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (27)$$

4. 固有値解析

本節では、先端機の姿勢制御下におけるテザードシステムの基礎的な動特性について検討するために、制御入力項を含めたテザー・剛体から成る閉ループ系の固有値解析を行う。ここでは特に、制御入力ゲインの変化に対する系の固有振動数変化と振動制御の収束性の変化について議論する。使用したパラメータを以下に示す。

$$\begin{aligned} g &= 9.8 [\text{m/s}^2], \quad l = 10.0 [\text{m}], \quad \rho A = 0.03 [\text{kg/m}], \\ m_1 &= 1.0 [\text{kg}], \quad m_2 = 1.5 [\text{kg}], \quad m_r = 0.5 [\text{kg}], \\ a_1 &= 1.0 [\text{m}], \quad a_2 = 2.0 [\text{m}], \quad a_r = 0.5 [\text{m}], \\ I_1 &= 0.3333 [\text{kgm}^2], \quad I_2 = 2.0 [\text{kgm}^2], \\ I_w &= 0.0625 [\text{kgm}^2] \end{aligned}$$

まず、各制御法において剛体 2 の角度が目標角である平衡点に十分制御された状態を考え、剛体系に関する自由度を減らして理想的に制御された系の運動方程式を表すことを考える。これより得られる固有方程式から解析的に姿勢制御された系の固有振動数を求める^⑤。このように剛体 2 の角度が十分制御されたとして剛体 1 の下端に剛体 2 とリアクションホイールの質量

Fig.3 Natural frequencies of the system versus control gain

が集中している系を理想リアクションホイール制御の系と呼ぶことにする。

次に、固有値問題の解法の一つである QR 法¹³⁾を用いて系の固有値を求めた。図 3(a), (b) にリアクションホイール制御および角運動量抑制制御において制御入力ゲインの変化に対する系の固有振動数変化の様子を示す。角運動量抑制制御に関して変化させる制御入力ゲインはリアクションホイール制御入力ゲイン k_w を十分に大きくした場合、すなわち図 3(a) における理想リアクションホイールの系の制御入力ゲインを与えた場合に k_a を変化させるものとする。図 3(a) からリアクションホイール制御では、制御入力ゲインを大きくしていくと一つの固有振動モードが消失する。このことは、剛体 2 の角度が制御されることによって剛体系に関する自由度が減ったことを意味する。また、各固有振動数が各理想制御の固有振動数に近づいていく傾向があることがわかる。また、図 3(b) から角運動量抑制制御ではゲインを変化させると理想リアクションホイール制御の系の固有振動数へ変化していることがわかる。また、 $k_a = 10$ となる付近から固有振動数は概ね一定となる。

次に各振動の系における振動制御の収束性の速さの違いについて検討する。図 4 にリアクションホイール制御の系のゲインを変化させたときの固有値実部変化の結果を示す。図 4 から制御入力の減衰項が大きくなることにより固有値実部の値の絶対値が小さくなる。また、他の固有値実部の変化は両制御の系は定性的にほぼ同傾向で 0 付近に漸近していくことがわかる。こ

Fig.4 Real part of eigen value versus control gain

Fig.5 Real part of eigen value versus control gain

のことは制御入力トルクを大きくしていくと、姿勢制御されることにより剛体系の振動モードが支配的な固有振動数のうちの一つは振動制御の収束性が良くなるが、他の振動制御の収束性は悪化するというを示している。

さらに図 5 に角運動量抑制制御の系で制御入力ゲイン k_a を変化させたときの固有値実部変化の結果を示す。この結果から、 k_a を大きくしていくと、各モードの固有振動数実部の絶対値は急激に小さくなることがわかる。つまり、 k_a を大きくするにしたがって振動制御の収束性は悪くなる。

5. 数値シミュレーション結果

本章では、先端機姿勢制御下におけるテザードシステムの基本的な動特性や挙動を把握するために、まず自由振動下において制振効果、系の挙動の特徴について検討し、さらに大変形、大変位問題について検討する。使用したパラメータは、 $E = 1.0 \times 10^9 [N/m^2]$ 、 $a = 8.0 \times 10^{-7} [m^{-2}]$ 、その他は前節と同様である。また、要素分割数は $n = 20$ とした。

5.1 自由振動 4 章で示した固有特性を確認するために、各制御の系に初期外乱を与えた場合の制御入力項による制振効果、系の挙動の特徴について検討する。

ここで初期外乱として剛体 2 に角度 $\theta_2 = \pi/18 [rad]$ を与えている。また、制御入力ゲインは 4 章で得られた固有値解析の結果より制振効果があると考えられる値 ($k_w = 1000$, $k_a = 10$) を一例として採用した。

Fig.6 Time history of free vibration with no attitude control

Fig.7 Time history of free vibration with the attitude control by reaction wheel control

Fig.8 Time history of free vibration with the attitude control by angular momentum control

図6に制御入力が無い柔軟体・2剛体系の時刻歴、図7、図8に各制御を行った場合の時刻歴を示す。それぞれ、弦中間、下端横変位、剛体1、2角度、リアクションホイール角速度に関する時刻歴である。各図中にはFEMモデルとANCモデルによる数値解析結果

の比較を行っている。これらの図より制御入力が無い系と比較して各制御の系の剛体2角度に関する平衡点への制振効果を確認した。また、制御された剛体系、弦1次、単振子の振動モードの順に振動が減衰していくことが見られる。このとき、単振子の振動は長時間残る。このことは図4の結果と一致している。剛体2の振動に関しては角運動量抑制制御を用いることが制振効果が高い、この主な要因は式(28)に示されているように剛体2に関するPID制御となり制御精度が上がるためである。

$$-I_w \ddot{\phi} - \tau_a = -I_w k_w \left\{ (2k_a + 1) \theta_2 + k_a \int \theta_2 dt + (k_a + 1) \dot{\theta}_2 \right\} \quad (28)$$

FEMモデルとANCモデルとの比較においては、図6、7では両者がほぼ一致するにもかかわらず、図8では両者の振動の様相に著しい差異が現れる。これはテザーに作用する軸方向応力が q の回転を抑制する力として作用するためと考えられる。

このことから微小変位の運動においても、制御下で剛体と柔軟体の運動が連成する場合には、結合点にかかる拘束力を正確にモデル化することが必要であることを示している。

5.2 大変形・大変位問題 本節では、微小重力下における姿勢制御下における柔軟体・剛体系の平面運動に対して数値シミュレーションを行い、その運動のメカニズムについて検討を行う。柔軟体と剛体の相互作用を調べるために、柔軟体の一端を移動させ以下の場合について比較検討する。

数値解析に用いたパラメータは前節と同様である。なおここでは減衰は考慮していない。また、要素分割数は $n=30$ 、 $g=0.98[\text{m/s}^2]$ とし、数値積分には4次のルンゲクッタ法を用いている。

柔軟体は初期にたわみが無い状態で、剛体1に角度 $1/18[\text{rad}]$ を与えた時の柔軟体・剛体系の初期形状を図9に示す。ここでは、柔軟体上端の水平方向変位 $\epsilon_0 = 10 \sin 0.3t$ を与えて往復運動する場合を考える。

図10に制御を行わずに柔軟体・剛体系の移動端に並進運動を与えた時の0.1sごとの系の形状を示す。また、図11に制御下における柔軟体・剛体系の移動端に並進運動を与えた時の0.1sごとの系の形状である。上端の往路の移動中を黒のプロットで示し、復路の移動中を白のプロットで示した。図10の結果では、まず柔軟体の一端が並進運動することによって柔軟体と剛体の結合点に拘束力が生じる。そのとき剛体2は大回転を伴った運動を行う。一方、図11では柔軟体と剛体の連成運動下においても制御効果が確認される。

Fig. 9 Configuration of the translation of the system

Fig. 10 Shape of the system under no-control in the case that the upper end of the flexible body moves horizontally

Fig. 11 Shape of the system under angular momentum control in the case that the upper end of the flexible body moves horizontally

しかし関節に与えられたトルクが柔軟体に変形を励起している様子が確認される。そこで、制御下の運動特性を詳細に把握するために制御がない場合の系の運動の時刻歴を図 12 に、制御下の系の運動の時刻歴を図 13 に示す。ここで、 θ_1 は剛体 1 の角度、 $\dot{\theta}_1$ は図 9 に示すような剛体 1 の角速度、 $d\phi/dt$ はリアクションホイールの角速度を示している。 s は図 9 に示すように柔軟体の縦方向の変形量を表している。図 12、13 の比較から制御下の方が横たわみが大きいことがわかる。このことは、制御下では弦の変形が励起されることを示している。

Fig. 12 Time history under no-control

Fig. 13 Time history under the angular momentum control

また、図 13 において 2.0s 前と 8.5s 後の時刻において角速度の変化が大きい。この時刻においては制御をしない場合は剛体が大きく振り回るので制御下においては剛体の回転を抑制するために以下の運動が励起される。まず、リアクションホイールが回転しその角運動量が大きくなる。次にそれを抑制するために関節トルクが発生しテザーに張力が生じる。これにより剛体系が上方に移動するので結果として柔軟体に変形を生じさせる。

以上のように本報でモデリング、定式化を行った制御下における大変形、大変位を伴う柔軟体と剛体系の

連成運動に関するメカニズムの概略を数値解析結果により示すことができた。

6. 結 論

本研究では、テザードシステムをテザーと2剛体系からなる系としてモデル化し、先端剛体の姿勢制御下におけるテザードシステムの動的応答について主に大変形、大変位を伴う場合の系の運動を検討した。このとき、既に提案したリアクションホイール制御、角運動量抑制制御を適用した。

まず、線形モデルを用いた固有値解析により各制御手法における制御入力ゲインに対する固有振動特性を捉えた。例えば、制御入力ゲインを大きくした時に振動モードによって制御効果が向上する、あるいは減少するという特徴を明らかにした。

次に、固有特性を初期外乱を与えた自由振動に対する数値解析結果によって確認した。このとき、線形モデルとANC法を用いたモデルに対する数値解析結果の比較を行い、本報で扱う柔軟体に連結された剛体系の姿勢制御下では、微小振動においても結合点に作用する拘束力を正確にモデル化すること、すなわち軸方向応力を考慮することの必要性を示した。

さらに、大変形・大変位問題の例題として、柔軟体の一端を並進移動させた場合の数値解析を行った。これによると、剛体の姿勢制御を行う際にリアクションホイールの角運動量が大きくなり、この角運動量を排出するために与えられた関節トルクが、柔軟体に変形を生じさせる現象が確認された。

文 献

- (1) A.K.Misra, Dynamics and Control of Tether Connected Two-Body Systems, *Proc. 33rd Congress of the International Astronautical Federation*, (1982), 82.
- (2) 小山孝一郎, Shuttle/Tethered Satellite System (TSS) の紹介と米国におけるその研究の現状, 東京大学宇宙航空研究所報告, 16-2 (A), (1980), 935.
- (3) 海洋調査フロンティア, 海洋調査技術学会, (1993), 259.
- (4) Y. Terumichi, et al, Nonstationary Vibrations of a String with Time-Varying Length and a Mass-spring System Attached at the Lower End, *Nonlinear Dynamics* 12, (1997), 39.
- (5) S.Kaczmarczyk, and W.Ostachowicz, Non-Stationary Responses of Cables with Slowly Varying Length, *J.of Acoustics and Vibration*, 5-3(2000), 117.
- (6) A.A.Shabana, et al, Non-Linear Dynamics of Multibody System with Generalized and Non-Generalized Coordinates, *Virtual Nonlinear Multibody Systems NATO Advanced Study Institute*, II/228
- (7) 能見公博・他2名, 弦下端に取り付けられた剛体系の姿勢制御, 機論 67-664, C(2001-12), 3808.
- (8) A.A.Shabana, et al, Application of the Absolute Nodal Coordinate Formulation to Large Rotation and Large Deformation Problems, *J.of Mechanical Design*, 120 (1998), 188.
- (9) 高橋義孝・清水信行, Absolute Nodal Coordinate 法による梁の多体動力学解析に関する研究(有限変位・微小歪とした時の弾性力の導出)機論 67-655, C(2001-3), 36.
- (10) 竹原昭一郎・他3名, 弦・剛体系の運動解析に関する研究, 機論 69-678, C(2003-2), 349.
- (11) 原田裕紀・他3名, 弦に拘束された剛体系の運動に関する研究, 日本機械学会 Dynamics and Design Conference 2000 CD-Rom 論文集, (2000), 534.
- (12) 清水信行, 機械振動の解析と計算, オーム社, (1992), 220.