波動フィルタを基調とした 柔軟はりのフィードバック型波動制御に関する研究* (基本特性の理論的検証)

岩 本 宏 之^{*1}, 田 中 信 雄^{*2}

Active Wave Feedback Control of a Flexible Beam Using Wave Filter (Theoretical Verification of Basic Properties)

Hiroyuki IWAMOTO and Nobuo TANAKA^{*3}

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Tokyo Metropolitan Institute of Technology,
6-6 Asahigaoka, Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

This paper deals with the active wave control of a flexible beam using wave filter which enables the direct sensing of a designated wave amplitude. It is the purpose of this paper to present the basic properties of active wave feedback control system based upon wave amplitude signal. First, the state equation of a flexible beam with arbitrary boundary condition is described by using a transfer matrix method. Then, two kinds of control laws are derived; one is for absorbing reflected wave and the other is for eliminating transmitted wave. Next, from a viewpoint of numerical analysis, the basic properties of control laws and its control effects are investigated. Finally, an active wave control system is found to be stable regardless of whether collocation holds or not, demonstrating the relation of stability between control and measurement point placement.

Key Words: Vibration, Flexural Wave, Flexible Beam, Active Wave Control, Wave Filter, Feedback Control

1. 緒言

分布定数系構造物の振動制御問題を考える場合、そこには無限個の振動モードが存在することから、振動モードの励起を前提とし、各モードごとに単一フィードバック系を構成する従来のモード制御法⁽¹⁾⁽²⁾の適用には限界がある。したがって、非常に数多くの振動モードが対象となる場合、全ての振動モードにダンピングを付与できる DVFB(Direct Velocity Feedback)法⁽³⁾を用いるのが一般的である。しかしながら、当該手法はコロケーション成立という制約を持ち、精緻かつ十分な制御効果は期待できない。

上記の問題を解決すべく、波動制御法^{(4)~(12)}が最近台頭しつつある。当該手法は振動モードの生成メカニズムに踏み込み、その不活性化を図るので、従来の振動制御法に比べ、迅速かつ大きな制御効果を得ることができる。また、波動制御法はコロケーション問題が系の安定性を左右しない^{(8)~(10)}ことから、制御系設計の自由度が高い。したがって、当該手法は分布定数系制御理論として非常に高いポテンシャルを秘めている。

著者らはこれまでに、ポイントセンサ群を基調とし、ニア・フィールドの影響を考慮した波動フィルタリング法⁽¹¹⁾を提案するとともに、当該フィルタを適応制御系のエラーセンサに適用することにより、適応型フィードフォワード波動制御系を構築⁽¹²⁾し、その有効性を実験により実証した。しかしながら、フィードフォワード制御法は、適応制御機能の付加により、パラメータ変動に対する脆弱性の問題は解消できるものの、系入力へのアクセスが大前提となり、いかなる場合においても適用可能であるとは限らない。したがって、汎用性の観点から考えると、フィードバック制御の方が望ましいと言える。

そこで、本論文は波動フィルタを基調としたフィードバック型波動制御法を提案し、その基本特性を明らかにすることを目的とする。まず、任意の境界条件を有した柔軟はりを対象として、その状態方程式を伝達マトリクス法により導出する。次に、波動制御法における2つの制御則、すなわち、反射波吸収制御則と透過波除去制御則を求めるとともに、フィードバック制御系の特性方程式を導出する。次に、数値解析により波動制御則とその制御効果を明らかにし、当該手法の有用性を示す。最後に、ナイキストの安定判別法により、波動制御系の安定性、およびコロケーションと安定性の関係を明らかにする。

* 原稿受付 2003年4月17日。

^{*1} 正員、東京都立科学技術大学院工学研究科(〒191-0065 日野市旭が丘6-6)。

^{*2} 正員、フェロー、東京都立科学技術大学工学部。

E-mail: qd023802@cc.tmit.ac.jp

2. フィードバック型波動制御法

2・1 伝達マトリックスによる柔軟はりの記述

本論文は振動現象を波動として捉えることを基礎とするため、はりの進行波解、および進行波解を基調とした伝達マトリックスによる柔軟はりの記述法を提示することから始める。任意の境界条件を有するオイラー・ベルヌーイはりに、分布力 $f(x,t)$ が作用する場合、その運動方程式は次のように記述される。

$$EI \frac{\partial^4 \xi(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} = f(x,t) \quad (1)$$

ここで、式(1)を解くために、その斉次方程式を考え、その解を $\xi(x,t)=\xi(x)e^{j\omega t}$ と置き、上式を変数分離すると次のようになる。

$$\frac{d^4 \xi(x)}{dx^4} - k^4 \xi(x) = 0 \quad (2)$$

ただし、

$$k^4 = \rho A \omega^2 / EI \quad (3)$$

ここで、 $E, I, \xi, x, t, \rho, A, \omega, j$ は、各々縦弾性係数、断面二次モーメント、曲げ振動の変位、はりの左端からの距離、時間、密度、断面積、角振動数、虚数単位を表す。すると、式(2)の一般解は次のように求まる。

$$-\xi(x) = C_1 e^{-j k x} + C_2 e^{-k x} + C_3 e^{j k x} + C_4 e^{k x} \quad (4)$$

ただし、 C_1, C_2, C_3, C_4 はそれぞれ進行波振幅、はりの左端におけるニア・フィールドの振幅、後退波振幅、はりの右端におけるニア・フィールドの振幅を表す。振動変位が求まると、それを x で微分することにより傾き角 θ 、曲げモーメント M 、せん断力 Q が決定され、これらを用いることにより、はりの任意点 x における状態ベクトル $\mathbf{z}$ が次のように定義される。

$$\mathbf{z}(x) = (-\xi(x) \quad \theta(x) \quad M(x)/EI \quad Q(x)/EI)^T \quad (5)$$

ただし、 τ は転置を表す。次に、図1に示すように、せん断力タイプの制御力 f_c および外乱力 f_d が、任意の境界条件を有するはりの任意点に作用するものとし、それぞれの境界をはりの左端から節点0, 1, 2, 3とすると、はりの状態方程式は次のように記述される。

$$\mathbf{z}_3 = \mathbf{T}_{30} \mathbf{z}_0 + \mathbf{T}_{31} \mathbf{f}_c + \mathbf{T}_{32} \mathbf{f}_d \quad (6)$$

ただし、 $\mathbf{T}_{a,b}$ は節点 a, b 間の伝達マトリックス、 $\mathbf{f}_c, \mathbf{f}_d$ は制御力および外乱力の作用ベクトルを表し、それぞれ次のように定義される。

$$\mathbf{T}_{a,b} = \begin{bmatrix} t_1 & t_4 & t_3 & t_2 \\ k^4 t_2 & t_1 & t_4 & t_3 \\ k^4 t_3 & k^4 t_2 & t_1 & t_4 \\ k^4 t_4 & k^4 t_3 & k^4 t_2 & t_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、

$$t_1 = (e^{-jkr} + e^{-kr} + e^{jkr} + e^{kr})/4 \quad (8)$$

$$t_2 = (-je^{-jkr} - e^{-kr} + je^{jkr} + e^{kr})/4k^3 \quad (9)$$

$$t_3 = (-e^{-jkr} + e^{-kr} - e^{jkr} + e^{kr})/4k^2 \quad (10)$$

$$t_4 = (je^{-jkr} - e^{-kr} - je^{jkr} + e^{kr})/4k \quad (11)$$

$$\mathbf{f}_c = (0 \quad 0 \quad 0 \quad f_c/EI)^T \quad (12)$$

$$\mathbf{f}_d = (0 \quad 0 \quad 0 \quad f_d/EI)^T \quad (13)$$

ここで、 r は節点 a, b 間の距離を表す。

さて、はりの左右両端（節点0, 3）における任意の境界条件は、式(5)で示される4つの状態量の内2つを零とする事で与えられる。そこで、はり右端の i, j 番目の状態変数を零とし、はり左端の m, n 番目の状態変数 z_{m0}, z_{n0} を非零要素とすると、式(6)は次のように展開される。

$$0_i = 30^t_{im} z_{m0} + 30^t_{in} z_{n0} + 31^t_{i4} f_c / EI + 32^t_{i4} f_d / EI \quad (14)$$

$$0_j = 30^t_{jm} z_{m0} + 30^t_{jn} z_{n0} + 31^t_{j4} f_c / EI + 32^t_{j4} f_d / EI \quad (15)$$

ここで、 0_i は i 番目のベクトル要素が零であることを意味し、 3^t_{ij} は伝達マトリックス $\mathbf{T}_{ij}$ の k 行 l 列要素を表す。すると、式(14), (15)より、はり左端（節点0）での状態ベクトル $\mathbf{z}_0$ における状態変数 z_{m0}, z_{n0} は次のように求まる。

$$z_{m0} = -\frac{1}{EI\Delta} (\alpha_{11} f_c + \alpha_{12} f_d) \quad (16)$$

$$z_{n0} = -\frac{1}{EI\Delta} (\alpha_{21} f_c + \alpha_{22} f_d) \quad (17)$$

ただし、

$$\Delta = 30^t_{jm} 30^t_{im} - 30^t_{im} 30^t_{jn} \quad (18)$$

$$\alpha_{11} = 30^t_{im} 31^t_{j4} - 30^t_{jn} 31^t_{i4} \quad (19)$$

$$\alpha_{12} = 30^t_{im} 32^t_{j4} - 30^t_{jn} 32^t_{i4} \quad (20)$$

$$\alpha_{21} = 30^t_{jm} 31^t_{i4} - 30^t_{im} 31^t_{j4} \quad (21)$$

$$\alpha_{22} = 30^t_{jm} 32^t_{i4} - 30^t_{im} 32^t_{j4} \quad (22)$$

式(16), (17)により初期状態ベクトル $\mathbf{z}_0$ が求まったので、任意点における状態ベクトルは、初期状態ベクトル、伝達マトリックスおよび各作用ベクトルを用いて

Fig. 1 Beam model with disturbance force and control force

表すことができる。

2・2 波動制御系の特性方程式と最適制御則

本節では、波動振幅信号を基調としたフィードバック型波動制御系の特性方程式とその最適制御則を導出する。図2に示すように、制御対象となる波動を w_{RR} とすると、その上流となる波動 w_{LR} の振幅をフィードバック信号として用いる。なお、フィードバック信号は、前報⁽¹¹⁾にて提案した波動フィルタによって誤差なくセンシングされることを前提とする。

2・2・1 反射波吸収制御

図1より、要素2における進行波を除去する場合、必要となるフィードバック信号は、観測点を x_s と定義すると、要素1における進行波振幅 $w_1(x_s)$ である。すると、制御力 f_c はフィードバックゲインを G_{c1} として次のように記述される。

$$f_c = EIG_{c1}w_1(x_s) \quad (23)$$

さらに、観測点における波動ベクトル⁽⁶⁾⁽¹¹⁾は、観測点における状態ベクトル z_s を波数マトリクス K によって座標変換することによって、次のように表される。

$$w(x_s) = (w_1(x_s) \ w_2(x_s) \ w_3(x_s) \ w_4(x_s))^T = K^{-1}z_s \quad (24)$$

ただし、

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & j/4k & -1/4k^2 & -j/4k^3 \\ 1/4 & -1/4k & 1/4k^2 & -1/4k^3 \\ 1/4 & -j/4k & -1/4k^2 & j/4k^3 \\ 1/4 & 1/4k & 1/4k^2 & 1/4k^3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

ここで、 w_1, w_2, w_3, w_4 は x 座標の関数であり、それぞれ進行波、はりの左端におけるニア・フィールド、後退波、はりの右端におけるニア・フィールドを表す。次に、要素1における状態ベクトル z_s は初期状態ベクトル z_0 を用いて次のように表される。

$$z_s = T_{s0}z_0 \quad (26)$$

次に、式(24)～(26)を式(23)に代入すると次式を得る。

Fig. 2 Schematic diagram of active wave control system using wave filter

$$f_c = EIG_{c1}(\beta_1 z_{m0} + \beta_2 z_{n0}) \quad (27)$$

ただし、

$$\beta_1 = s_0 t_{1m}/4 + j s_0 t_{2m}/4k - s_0 t_{3m}/4k^2 - j s_0 t_{4m}/4k^3 \quad (28)$$

$$\beta_2 = s_0 t_{1n}/4 + j s_0 t_{2n}/4k - s_0 t_{3n}/4k^2 - j s_0 t_{4n}/4k^3 \quad (29)$$

さらに、式(27)を式(16)、(17)に代入すると、初期状態ベクトルの非零要素は次のように記述される。

$$(z_{m0} \ z_{n0})^T = -A_1^{-1} b f_d / EI \quad (30)$$

ただし、

$$A_1 = \begin{bmatrix} \Delta + G_{c1}\alpha_{11}\beta_1 & G_{c1}\alpha_{11}\beta_2 \\ G_{c1}\alpha_{21}\beta_1 & \Delta + G_{c1}\alpha_{21}\beta_2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$b = (\alpha_{12} \ \alpha_{22})^T \quad (32)$$

すると、反射波吸収制御系の特性方程式は次のように記述される。

$$\det A_1 = \Delta^2 + \Delta G_{c1}(\alpha_{11}\beta_1 + \alpha_{21}\beta_2) \quad (33)$$

次に、反射波吸収制御則を導出する。要素2における任意点 x_a (節点 a)での進行波振幅は、次のように記述される。

$$w_1(x_a) = (1 \ 0 \ 0 \ 0)K^{-1}z_a = (1 \ 0 \ 0 \ 0)K^{-1}T_{a1}(T_{10}z_0 + f_c) \quad (34)$$

ここで、式(7)、(25)、(27)を式(34)に代入し、それを零とおくことで反射波吸収制御則が次のように求まる。

$$G_{c1} = G_{N1}/G_{D1} \quad (35)$$

ただし、

$$G_{N1} = \Delta(\gamma_1\alpha_{12} + \gamma_2\alpha_{22}) \quad (36)$$

$$G_{D1} = (\gamma_1\beta_2 - \gamma_2\beta_1)(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}) + j\Delta(\alpha_{12}\beta_1 + \alpha_{22}\beta_2) \quad (37)$$

ただし、

$$\gamma_1 = k^3_{10}t_{1m} + jk^2_{10}t_{2m} - k_{10}t_{3m} - j_{10}t_{4m} \quad (38)$$

$$\gamma_2 = k^3_{10}t_{1n} + jk^2_{10}t_{2n} - k_{10}t_{3n} - j_{10}t_{4n} \quad (39)$$

2・2・2 透過波除去制御

要素1において後退波を除去する場合、必要となるフィードバック信号は要素2における後退波振幅 $w_3(x_s)$ である。すると、制御力 f_c はフィードバックゲインを G_{c2} として、次のように記述される。

$$f_c = EIG_{c2}w_3(x_s) \quad (40)$$

すると、反射波吸収制御の場合と同様に、制御力は初期状態ベクトルの非零要素によって次のように表される。

$$f_c = EIG_{c2}(\beta_3 z_{m0} + \beta_4 z_{n0})/(1 - G_{c2}\epsilon_4) \quad (41)$$

ただし、

$$\varepsilon_1 = s_1 t_{11}/4 - j s_1 t_{21}/4k - s_1 t_{31}/4k^2 + j s_1 t_{41}/4k^3 \quad (42)$$

$$\varepsilon_2 = s_1 t_{12}/4 - j s_1 t_{22}/4k - s_1 t_{32}/4k^2 + j s_1 t_{42}/4k^3 \quad (43)$$

$$\varepsilon_3 = s_1 t_{13}/4 - j s_1 t_{23}/4k - s_1 t_{33}/4k^2 + j s_1 t_{43}/4k^3 \quad (44)$$

$$\varepsilon_4 = s_1 t_{14}/4 - j s_1 t_{24}/4k - s_1 t_{34}/4k^2 + j s_1 t_{44}/4k^3 \quad (45)$$

$$\beta_3 = \varepsilon_{10} t_{1m} + \varepsilon_{20} t_{2m} + \varepsilon_{30} t_{3m} + \varepsilon_{40} t_{4m} \quad (46)$$

$$\beta_4 = \varepsilon_{10} t_{1n} + \varepsilon_{20} t_{2n} + \varepsilon_{30} t_{3n} + \varepsilon_{40} t_{4n} \quad (47)$$

次に、式 (41) を式 (16), (17) に代入すると、初期状態ベクトルの非零要素が次のように求まる。

$$(z_{m0} \ z_{n0})^T = -A_2^{-1} b f_d / EI \quad (48)$$

ただし、

$$A_2 = \begin{bmatrix} \Delta + G_{c2} \alpha_{11} \beta_3 / (1 - G_c \varepsilon_4) & G_{c2} \alpha_{11} \beta_4 / (1 - G_c \varepsilon_4) \\ G_{c2} \alpha_{21} \beta_3 / (1 - G_c \varepsilon_4) & \Delta + G_{c2} \alpha_{21} \beta_4 / (1 - G_c \varepsilon_4) \end{bmatrix} \quad (49)$$

すると、透過波除去制御の場合の系の特性方程式が次のように求まる。

$$\det A_2 = \Delta^2 + \Delta G_{c2} (\alpha_{11} \beta_3 + \alpha_{21} \beta_4) / (1 - G_c \varepsilon_4) \quad (50)$$

次に、透過波除去制御則を導出する。要素 1 における任意点 x_a での後退波振幅は次のように記述される。

$$\begin{aligned} w_3(x_a) &= (0 \ 0 \ 1 \ 0) K^{-1} Z_a \\ &= (0 \ 0 \ 1 \ 0) K^{-1} T_{a0} z_0 \end{aligned} \quad (51)$$

ここで、式 (7), (25) より

$$\begin{aligned} (0 \ 0 \ 1 \ 0) K^{-1} T_{a0} &= \frac{e^{jkx_a}}{4k^3} (k^3 \ -jk^2 \ -k \ j) \\ &= \frac{e^{jkx_a}}{4k^3} (\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3 \ \delta_4) \end{aligned} \quad (52)$$

と置く。さらに、式 (48), (52) を式 (51) に代入し、それを零とおくことにより、透過波除去制御則が次のように求まる。

$$G_{c2} = G_{N2} / G_{D2} \quad (53)$$

ただし、

$$G_{N2} = \Delta (\delta_m \alpha_{12} + \delta_n \alpha_{22}) \quad (54)$$

$$G_{D2} = \Delta \varepsilon_4 (\delta_m \alpha_{12} + \delta_n \alpha_{22}) + (\delta_m \beta_4 - \delta_n \beta_3) (\alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12} \alpha_{21}) \quad (55)$$

Table 1 Design parameters of a beam

Total length	Thickness	Width
1.105 m	1.5 mm	4.5 cm
Young's modulus	Density	Material
7.4×10^{10} N/m ²	2770 kg/m ³	Duralumin

3. 波動制御系の数値解析

本章では、表1に示されているはりの諸元を用いて波動制御系の数値解析を行う。なお、本数値解析においては、モード周波数におけるオーバーフローを避けるため、損失係数 0.001 を与えて計算を行う。

3-1 最適制御則と制御効果

境界条件が固定・固定の場合の、コロケーション成立時と非成立時の反射波吸収制御則の周波数特性が図3に、透過波除去制御則の周波数特性が図4に示されている。まず、反射波吸収制御、透過波除去制御ともに、コロケーションが成立している場合 (図3(a), (b) および図4(a), (b)) について考える。その制御則は周波数に関係なく、位相差 -90° で、利得は周波数に対して 30dB/decade の勾配で増加している。また、その制御則が制御点によって変化しないことは注目すべき点である。すなわち、従来の変位情報を基調としたフィードバック型波動制御系は、制御点によってその制御則が変化するが、当該手法は波動フィルタによって得られた波動振幅を基調としているため、制御点によって制御則は変化しない。

次に、制御対象となる波動の上流方向に対して観測点を 0.2m ずらした場合 (図3(c) および図4(c)) について考える。図より明らかなように、コロケーション成立時と同様に、反射波吸収制御と透過波除去制御の制御則は一致している。また、利得特性がコロケーション成立時と変わらないのに対し、位相特性は周波数の増加に対し位相遅れが発生している。この現象は以下

Fig. 3 Frequency characteristics of reflected wave absorbing control: (a) $x_c=0.1$, $x_s=0.1$ (collocated), (b) $x_c=0.3$, $x_s=0.3$ (collocated), (c) $x_c=0.3$, $x_s=0.1$ (non-collocated)

のように説明できる。

観測点が制御対象となる波動の上流方向に l m 移動した場合、観測点においてセンシングされた波動が制御点に到達する時間 τ は次のように表される。

$$\tau = l / v_B \quad (56)$$

ただし、 v_B は曲げ波の位相速度であり、次のように表される。

$$v_B = (EI / \rho A)^{1/4} \sqrt{\omega} \quad (57)$$

次に、正弦波の伝播において時間差 τ と位相差 θ の関係は次のように表される。

$$\theta = \omega \tau \quad (58)$$

式 (56), (57) を式 (58) に代入すると、角振動数と位相差の関係式が次のように求まる。

$$\theta = l(\rho A / EI)^{1/4} \sqrt{\omega} \quad (59)$$

式 (59) で示された位相差 θ に $l=0.2$ を代入し、コロケーション成立時の制御則の位相特性 -90° を加えた結果が図5に示されている。図より明らかなように、図3(c) および図4(c)の位相特性と一致しているのがわかる。

Fig. 4 Frequency characteristics of transmitted wave eliminating control: (a) $x_c=0.9$, $x_s=0.9$ (collocated), (b) $x_c=0.7$, $x_s=0.7$ (collocated), (c) $x_c=0.7$, $x_s=0.9$ (non-collocated)

Fig. 5 Phase characteristics of reflected wave absorbing control law given by Eq. (59)

したがって、フィードバック信号に波動振幅を用いる場合、コロケーション非成立時の制御則の位相特性は、コロケーション成立時の位相特性 -90° に、式 (59) で計算される位相差を加えることで導出される。また、利得特性に関しては、同じ要素内を伝播する波動の振幅をフィードバック信号に用いているので、その信号は観測点によらず一定である。したがって、コロケーションが成立するか否かにかかわらず、制御則の利得特性は変化しない。

これまでに明らかとなった制御則の周波数特性を考えると、反射波吸収制御則と透過波除去制御則の相違点は、センシングする波動振幅の伝播方向のみである。したがって、例えば、図1に示されるモデルを基に反射波吸収制御系を構築しても、外乱が観測点より左側に作用した場合は透過波制御系となる。従来のフィードバック型波動制御系では、変位情報を基調としているため、このようなことはありえない。さらに、本数値解析は固定・固定はりを対象としてきたが、他の境界条件を有するはりにおいても制御則が変わらないことが、図6に示す数値解析結果より明らかにされている。この現象は、制御点に流れ込む波動を直接センシングし、それを制御するというプロセスの中に、はりの両端に存在する境界条件は関与しないことに起因している。これらの特性は波動フィルタを基調とした場合の波動制御系の大きな特徴である。

次に、波動制御系の制御効果について考える。外乱

Fig. 6 Frequency characteristics of reflected wave absorbing controller for a beam which has arbitrary boundary conditions with collocation: (a) Clamped-clamped, (b) Clamped-free, (c) Clamped-simple

を0.01Nの加振力ではりの左端から1mの位置に作用させた場合の駆動点コンプライアンスが、図7(a)に示されている。図より明らかなように、100Hzまでの周波数帯域において5個の振動モードが存在している。次に、反射波吸収制御において、制御点をはりの左端から0.3mの位置に設置し、観測点をコロケートさせた場合の駆動点コンプライアンスが図7(b)に、観測点をはりの左端から0.1mの位置に設置した場合の駆動点コンプライアンスが図7(c)に示されている。反射波吸収制御を講じた場合、非制御時において交互に現れていたピークとノッチが消滅し、利得特性がほぼフラットになっている。これは、制御点において反射波が吸収され、その結果、振動モードにダンピングが付与されるのではなく、振動モードが不活性化されていることを示している。また、これらの図で特筆すべきは、コロケーションが成立するか否かにかかわらず、同一の制御効果を呈することである。

図8には、透過波除去制御系を構成した場合の、はりの左端から0.1mの位置におけるコンプライアンスが示されている。図より明らかなように、反射波吸収制御の場合と同様に、コロケーションが成立するか否かにかかわらず、同一の制御効果を呈している。また、制御時の利得特性において、ピークが一個存在しているのがわかる。これは、制御領域におけるニア・フィールドが、非制御領域(要素2, 3)において励起された振動モードの影響を受けて発現したものであり、制御

Fig. 7 Driving point compliance of a clamped-clamped beam without and with reflected wave absorbing control: (a) without control, (b) with control $x_c=0.3$, $x_s=0.3$ (collocated), (c) with control $x_c=0.3$, $x_s=0.1$ (non-collocated)

領域におけるモード励振によるものではない点に留意されたい。理解を容易にするために、透過波除去制御点をはりの中央に置いた場合の駆動点コンプライアンス、およびはりの左端から0.1mの位置における動的コンプライアンスの利得特性を図9に示す。この場合、制御点は偶数次モードの節と一致するため、偶数次のモード周波数で加振された際に、非制御領域においてモード励振が発生する。実際、駆動点コンプライアンス

Fig. 8 Dynamic compliance of a clamped-clamped beam at $x=0.1$ without and with transmitted wave eliminating control: (a) without control, (b) with control $x_c=0.7$, $x_s=0.7$ (collocated), (c) with control $x_c=0.7$, $x_s=0.9$ (non-collocated)

Fig. 9 Comparison between dynamic compliance at driving point and $x=0.1$ without (—) and with (---) transmitted wave eliminating control applied at $x=1.105/2$

ス（非制御領域）においては、奇数次モードのピークは消滅しているが、偶数次モードにおいては全く抑制されていない。しかし、はりの左端から0.1mの位置（制御領域）におけるコンプライアンスに注目すると、制御時においてピークは存在するものの、非制御時と比較して2次のモード周波数で25dB、4次のモード周波数で50dBの制御効果が得られている。さらに、駆動点コンプライアンスとは対照的に、周波数の増加に伴い、利得特性が急激に減衰している。これは、当該領域における変位は、ニア・フィールドにのみ依存していることを示している。

次に、波動制御系の制御効果を3次の振動モードにおける変位波動包絡線として示すと図10になる。非制御状態（図10(a)）では振動モードが励起され、2個の節が定在している。この時の最大変位は7.46mmとなっている。次に、制御点をはりの左端から0.3mの位置に設置し、反射波吸収制御を講じた場合（図10(b)）について注目する。図より明らかなように、制御点から外乱点へ伝播する波動は吸収され、振動モードが不活性化されているのがわかる。この場合、当該領域には進行波ならびにニア・フィールドによる変位のみが存在し、その最大変位は4.1 μ mで、非制御時の0.05%にまで抑制されている。次に、制御点をはりの左端から0.7mの位置に設置し、透過波除去制御を講じた場合（図10(c)）について考察する。この場合、最大変位は非制御領域において現れ、その値は36 μ mとなっており、非制御時

Fig. 10 Envelope of displacement distribution of a clamped-clamped beam at the 3rd modal frequency without and with control

の0.48%にまで抑制されている。しかし、ここで注目すべきは、制御領域（要素1）において無振動状態といえる領域が生成されている点である。これは、加振源のない要素へ伝播する波動を除去した結果、反射波も消滅することになり、制御点より $-x$ 方向に減衰するニア・フィールドによる変位のみが存在していることを示している。

3・2 波動制御系の安定性

フィードバック法をベースとする波動制御法は、フィードフォワード法を適用する場合とは異なり、系の安定問題は避けて通れない。そこで、本節ではナイキストの安定判別法により波動制御系の安定性をチェックする。式(33)、式(50)に示されるフィードバック型波動制御系の特性方程式を $1+G_cH$ の形式に当てはめ、それより一巡伝達特性を求めるとそれぞれ次のようになる。

$$G_{c1}H = G_{c1}(\alpha_{11}\beta_1 + \alpha_{21}\beta_2)/\Delta \quad (60)$$

$$G_{c2}H = G_{c1}(-\Delta\epsilon_4 + \alpha_{11}\beta_3 + \alpha_{21}\beta_4)/\Delta \quad (61)$$

上式に示される一巡伝達特性を複素平面にプロットすることにより、ナイキスト線図を得ることができる。

Fig. 11 Nyquist diagram of active wave control system with collocation

Fig. 12 Nyquist diagram of active wave control system without collocation

コロケーション成立時におけるナイキスト線図が図11に示されている。図より明らかなように、 $(-1, 0)$ 点を囲むことはなく系は安定となっている。また、反射波吸収制御系と透過波吸収制御系のナイキスト線図が同一である点に注意されたい。これは、それぞれの制御点から上流方向にある境界までの距離が等しいことに起因している。すなわち、前節において説明したとおり、波動振幅をフィードバック信号に用いた波動制御系は、外乱点の位置によって、反射波吸収制御系ないしは透過波除去制御系のいずれかが決定される。したがって、波動制御系の一巡伝達特性は、制御対象となる波動の伝播方向から見て上流に位置する境界と制御点の位置関係によってのみ決定される。

次に、コロケーションが成立しない場合の波動制御系の安定性について考察する。観測点を制御点から上流方向に0.2mずらした場合のナイキスト線図を図12に示す。図より明らかなように、コロケーション成立時とコロケーション非成立時のナイキスト線図が一致しているのがわかる。ここで、注目すべき点が2つある。その第一点は、コロケーション問題が系の安定性に全く関与しない点である。これは、在来法の代表であるDVFB法に対する大きな利点である。第二点は、コロケーションが成立するか否かによらず一巡伝達特性が不変である点である。これに対して、これまでに報告されたフィードバック型波動制御法においては、振動変位情報を基調としているため、観測点が制御点からずれることによって一巡伝達特性は変化する^{(8)~(10)}。したがって、この特性は波動振幅を基調とした場合の波動制御系の大きな特徴である。

4. 結言

本論文は、柔軟はりを対象として、波動フィルタによる波動振幅信号を基調としたフィードバック型波動制御法を提案し、その基本特性を明らかにした。本論文で得られた成果を要約すると次のようになる。

1. 任意の境界条件を有するオイラー・ベルヌーイはりを対象として、波動フィルタによる波動振幅信号を基調とするフィードバック制御法を提案するとともに、数値解析の立場から、フィードバック型波動制御系の基本特性を明らかにした。
2. コロケーションが成立しない場合、各制御則の位相特性は、コロケーション成立時の位相特性に観測点から制御点までの距離によって決定される位相差を加えることで得ることができる。
3. 反射波吸収制御法と透過波除去制御法の相違点は、

波動フィルタによってセンシングされる波動の伝播方向のみである。したがって、外乱点の位置によって反射吸収制御系、透過波除去制御系のいずれかが決定される。

4. 制御点に流れ込む波動を直接センシングし、それを制御するという当該手法のプロセスの中に、はりの両端に存在する境界条件は関与しない。したがって、はりの境界条件によらず、波動制御則は不変である。

5. コロケーションが成立するか否かによらず、波動制御法特有の制御効果が現れることを示した。すなわち、反射波吸収制御系を構成することにより、振動モードを不活性化できる。また、透過波除去制御系を構成することにより、制御領域において無振動状態が生成される。

6. ナイキストの安定判別法により、コロケーションが成立するか否かによらず、波動制御系は安定であり、その一巡伝達特性は、観測点によって変化しないことを示した。

文 献

- (1) Meirovitch, I., and Baruh, H., "The Implementation of Modal Filters for Control of Structure", *J.Guidance*, 8-6(1985), 706.
- (2) Kosut, R.L., "Robust Control of Flexible Spacecraft", *J.Guidance*, 6-2(1983), 104.
- (3) Balas, M.J., "Direct Velocity Feedback Control of large space structure", *J.Guidance*, 6-5(1983), 351.
- (4) Procopio, G.M., and Hubbard, J.E., "Active Damping of a Bernoulli-Euler Beam via End Point Impedance Control Using Distributed Parameter Techniques", *1987 ASME Design Technology Conference*, (1987), 35.
- (5) von Flotow, A.H., and Shafer, B.E., "Wave Absorbing Controllers for a Flexible Beam", *J.Guidance*, 9-6, (1986), 673.
- (6) 田中信雄・菊島義弘, "柔軟はりの曲げ波制御に関する研究 (アクティブ・シンク法の提案)", 機論, 56-522, C(1990), 351.
- (7) 田中信雄・菊島義弘, "柔軟はりの曲げ波制御に関する研究 (アクティブ・シンク系の基本的性質とその検証)", 機論, 56-530, C(1990), 2575.
- (8) 田中信雄・ほか2名, "柔軟はりの曲げ波制御に関する研究 (最適フィードバック制御について)", 機論, 58-546, C(1992), 360.
- (9) Tanaka, N., and Kikushima, Y., "Optimal Vibration Feedback Control of an Euler-Bernoulli Beam: Toward Realization of the Active Sink Method", *Trans. ASME, J. Vib. Acoust.*, 121 April, (1999), 174.
- (10) McKinnell, R. J., "Active Vibration Isolation by Cancelling Bending Waves", *Proc. R. Soc. Lond.* 421, A(1989), 357.
- (11) 岩本宏之・田中信雄, "柔軟はりにおける波動フィルタリング法に関する研究 (ポイントセンサ群による波動フィルタの設計)", 機論, 68-675, C(2002), 3246.
- (12) 岩本宏之・田中信雄, "ポイントセンサ群による波動フィルタを用いた柔軟はりのフィードフォワード型波動制御に関する研究", 機論, 69-685, C(2003), 2233.
- (13) Snowdon, J.C., *Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems*, (1986), 201, John Wiley & Sons.