画像処理を用いたはりのパラメータ同定* (第5報, 直交関数系を用いた同定手法の提案)

川 合 忠 雄^{*1}, 内 藤 悠 介^{*2}

Parameter Identification of Beam Using Image Processing (5th Report, Parameter Identification Using Orthogonal Functions)

Tadao KAWAI^{*3} and Yusuke NAITO

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 464-8603 Japan

In this paper, we proposed new parameter identification technique using orthogonal functions to identify the density and the modulus of elasticity of each segment of the beam. Using orthogonal functions, we could consider the parameter distribution in identification and identified the distribution of the density and the modulus of elasticity with a few parameters. We applied the Haar series for the cracked beam and the Fourier series and Legendre series for the uniform and the combined beam. We checked the applicability of our technique for the parameter identification by the simulation and found the considerable reduction of the calculation time and good regularization ability.

Key Words: Beam, Parameter Identification, Damage Detection, Inverse Problem Orthogonal Functions, Regularization Technique, Parameter Distribution, Image Processing

1 結 論

橋や建物のような構造物を長期間にわたって高い信頼性で使用するためには、これらが受ける損傷を精度よく把握することが重要である。これまでに、損傷による固有振動数やモード形状の変化等を評価することによって損傷を同定する研究^{(1) (2) (3) (4) (5)}やクラックの開閉の特性を考慮した検知に関する研究⁽⁶⁾、クラックの進展を考慮した検知に関する研究⁽⁷⁾等多くの研究が行われてきた。一般に、クラックの位置とその大きさを同時に精度よく同定するためには、対象の状態を多くのセンサーによって測定する必要があるが、実際のシステムに取り付け可能なセンサーの数は限られているので、損傷の位置と大きさを精度よく求めることは困難であった。

著者らは、これまでの研究^{(8) (9) (10) (11)}で、はりの画像データから求めたたわみとたわみ角を用いて、はりの微少要素の密度と縦弾性係数を求めた。このときに、計測誤差の影響を低減して精度よく同定を行うために、以下の適切化手法を用いた。

(1) はりのたわみとたわみ角を精度よく求めるために、

節点を最適に配置したスプライン近似を用いた。

(2) 均一はりと接合はりの場合には、重み付きのチホノフの適切化法を、欠陥をもつはりの場合には適用範囲限定SA法を提案し、精度よくパラメータを同定することができた。

これらの手法によって精度のよい同定が可能になったが、以下の問題が残されていた。

(a) チホノフの適切化法は平滑なパラメータ分布を求める手法であるために、実際のパラメータの分布形状を考慮しているとはいえない。

(b) 微少欠陥を同定するためには、有限要素法の分割要素数が大きくなるために、SA法による計算時間が非常に長くなる。

本論文では、上記の問題点を改善するために、直交関数系⁽¹²⁾を用いた同定手法を提案した。この手法では、パラメータの分布を数個の直交関数で近似し、各要素のパラメータの値そのものを求める代わりに、直交関数系の係数を求める。

本手法を用いたときのメリットとして、(i) パラメータの分布に関する情報があるときには、それに適した関数系を用いることにより同定精度の向上がはかれる、(ii) 少ない関数でパラメータの分布を近似することが可能となるので、パラメータそのものを同定するよりも計算に用いるマトリックスのサイ

* 原稿受付 2002年12月20日。

^{*1} 正員、名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。

^{*2} 日本IBM(株)(〒460-0003 名古屋市中区錦3-1-1)。

E-mail: kawai@mech.nagoya-u.ac.jp

ズを小さくすることができる, (iii)密度と縦弾性係数の分布が異なる場合にはそれぞれに異なる関数系を適用可能である。

2 モデル化

本報では,これまでと同じく,片持ちはりを対象として,各要素の有限要素パラメータ(縦弾性係数 E_n , 密度 ρ_n)を同定した。図1には,はりの有限要素モデルを示す。

はりの運動方程式は,質量行列 $\mathbf{M}$, 剛性行列 $\mathbf{K}$, 変位ベクトル $\mathbf{u}$ (たわみ, たわみ角)および外力 $\mathbf{F}$ を用いて式1のように表せる。式1を既知データ(測定データ等)からなる係数行列 $\mathbf{B}$ と未知パラメータ(有限要素パラメータ)からなるベクトル $\mathbf{x}$ に分解すると式2となる。

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad \dots \dots (1)$$

$$\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{F} \quad \dots \dots (2)$$

ただし,

$$\mathbf{u} = \{y_0, h\theta_0, y_1, h\theta_1, \dots, y_N, h\theta_N\}^T$$

$$\mathbf{x} = \{\rho_1 E_1, \rho_2 E_2, \dots, \rho_N E_N\}^T$$

$$l_n = h, n=1, \dots, N$$

本論文では,ベクトル $\mathbf{x}$ を求めるために,その値を直接求める代わりに,値の分布形状を直交関数系を用いて式3のように表し,その係数ベクトル $\mathbf{c}$ を求めた。

$$\left. \begin{aligned} E &= c_{E1}\psi_1 + c_{E2}\psi_2 + \dots + c_{EN}\psi_N \\ \rho &= c_{\rho1}\varphi_1 + c_{\rho2}\varphi_2 + \dots + c_{\rho M}\varphi_M \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots (3)$$

$$\mathbf{c} = \{c_{E1}, c_{E2}, \dots, c_{EM}, c_{\rho1}, c_{\rho2}, \dots, c_{\rho N}\}^T \quad \dots \dots (4)$$

式3, 4を用いて式2を式5に変換した後に,重み付最小二乗法を適用すると式6が得られる。

$$\mathbf{G}\mathbf{c} = \mathbf{F} \quad \dots \dots (5)$$

Fig.1 FEM model of a beam

$$\mathbf{c} = (\mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{W} \mathbf{F} \quad \dots \dots (6)$$

ここで $\mathbf{W}$ は重みを表す。

本論文では,ハール関数系を欠陥のあるはりに,フーリエおよびルジャンドル関数系を接合はりおよび

Fig.2 Legendre series

Fig.3 Fourier series

Fig.4 Haar series

均一はりに適用した。図2, 3, 4はこれらの関数系を示す。重み $\mathbf{W}$ の決定方法は後に述べる。

3 重みの最適化

著者らは論文⁸⁾において、画像計測によってはりのたわみとたわみ角を求める手法を提案し、たわみとたわみ角の精度の差を補償する重み $\mathbf{W}_m$ を用いた最小二乗法によって密度と縦弾性係数を同定した。また、同時に同定精度に及ぼす計測誤差の影響も評価した。

$$\mathbf{W}_m = \text{diag}(q_y, q_q, \dots) \quad \dots \dots (7)$$

$$\text{ここで, } q_y = p_y^2/12, \quad q_q = p_y^2/(6p_x^2)$$

p_x, p_y はそれぞれ, x, y 方向の画素の大きさである。

本論文でも4章に示すように重み $\mathbf{W}_m$ を最初用いたが、要素の分割数が増すにしたがって、精度の低下が見られた。精度低下の原因が、はりのたわみの大きさに関係なく一定の重みを用いていることであると分かったので、4章では、はりのたわみの大きさに従って式7の重みの大きさを変更した。

4 シミュレーション

4.1 シミュレーション条件

表1, 2に示す条件で、均一はり、接合はり、クラックを持つはりについて計算時間と同定精度を評価基準にして、提案した手法の有効性を確認した。同定精度 σ_ρ, σ_E は、以下のように求めた。

$$\sigma_E = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N \{(E_{id})_n / (E_{th})_n - 1\}^2}{N-1}}$$

Fig.5 Dependency of error on weight

Table 1 Beam and image specifications

Length of Beam	L (mm)	300
Width of beam	b (mm)	30
Thickness of beam	h (mm)	0.4
Exciting frequency	f (Hz)	2.9, 23.0, 64.6
Exciting force	F (N)	Tuned for beam to vibrate at max 10mm
Size of image	(pixel)	512(H)x512(V)
Size of pixel (mm)	$p_x \times p_y$	1.0(H)x0.4(V)

Table 2 Beam specific parameters

	Uniform beam	Combined beam	Cracked beam
Density of beam ρ (kg/m ³)	7700	7700-9000	7700
Modulus of elasticity E (Pa)	2.06×10^{11}	$2.06 - 1.01 \times 10^{11}$	2.06×10^{11} 1.85×10^{11} (crack)
Orthogonal function	Legendre Fourier	Legendre	Haar

... (8)

4.2 同定結果 (均一はり)

図5は重みが一定の場合と振幅に応じて重みを変えた場合について得られた重み付最小二乗法の結果を示す。振幅に応じた重みを用いることによって、分割数が500の場合でも精度の低下がほとんどないことが分かる。

図6は分割数による計算時間の変化を示す。提案の手法によってチホノフの適切化法に比べても計算時間を大幅に低減することができた。また、その効果は分割数が多いほど顕著であることも分かる。

Fig.6 Dependency of calculation time on the number of terms

図7 (a) (b)は, 5, 9, 13項のフーリエ級数によって同定した場合の結果を示す。それぞれの項数に対する同定精度は, $\sigma_\rho = 0.017, 0.027, 0.26$, $\sigma_E = 0.015, 0.029, 0.025$ である。項数が13の場合を除けばよい精度で同定できていることが分かる。

Fig.7 Identification by Fourier series

Fig.8 Identification by Legendre series

Fig.9 Comparison between Tikhonov regularization and proposed technique

図8 (a) (b)は, 4, 8, 12項のルジャンドル級数によって同定した場合の結果を示す。それぞれの項数に対する同定精度は, $\sigma_\rho = 0.021, 0.29, 3.85$, $\sigma_E = 0.007, 0.016, 0.059$ である。この場合には境界におけるずれが目立つが, それ以外の個所ではよい精度で同定できていることが分かる。

なお, 図7, 8において項数が多い場合には, 同定結果がばらついたり境界での偏差が大きくなる傾向が見られる。一般に, 逆問題 (本論文の場合には, はりを加振したときの振動形状から密度, 縦弾性係数を求める) では解の安定性 (収束性) と解像度 (微小欠陥の検知) が相反するために, 両方を同時に達成することは困難である。特に, 境界部分は一様の特異点となるので, 境界近傍のパラメータを同定することは特に困難である。今後, 境界近傍のパラメータを同定するときには, (1)何らかの制約条件を課すことにより解のばらつきを抑える手法, (2)繰り返し最適化手法を適用し境界でのパラメータ変動を抑える手法等を検討して

Fig.10 Identification by Legendre series

Fig.11 Comparison between Tikhonov regularization and proposed technique

いきたい。

図9(a)(b)では、重み付チホノフの適切化法を用いた場合と本論文で提案した手法による比較を行った。それぞれの場合に対する同定精度は、 $\sigma_p = 0.034$, 0.016 , $\sigma_E = 0.008$, 0.015 となり、本手法を用いても精度の低下がほとんどないことが分かる。

4.3 同定結果 (接合はり)

接合はりの場合には、はりの両端におけるパラメータの値が異なるために、はりの全長を1周期とするフーリエ級数は適用できない。このため、ここではルジャンドル級数を用いた。

図10(a)(b)は、4, 8, 12項のルジャンドル級数によって同定した場合の結果を示す。それぞれの場合に対する同定精度は、 $\sigma_p = 0.21$, 0.19 , 2.94 , $\sigma_E = 0.16$, 0.082 , 0.028 である。境界に近い部分を除けば、接合はりの場合には項数が多いほど同定精度がよくなった。なお、接合はりの場合にも均一はりのときと同じように逆問題特有の課題(安定性と解像度のトレードオフ、境界の特異性)が存在するので、特に境界での同定精度が良くない。これに対しても4.2で述べた制約条件を付加する手法や繰り返し手法等を適用して解の改善を図っていきたい。

図11(a)(b)では、重み付チホノフの適切化法を用いた場合と本論文で提案した手法による比較を行った。それぞれの場合に対する同定精度は、 $\sigma_p = 0.034$, 0.056 , $\sigma_E = 0.015$, 0.022 となり、本手法を用いても精度の低下がほとんどないことが分かる。

4.4 同定結果 (欠陥のあるはり)

著者らはこれまでに、適用範囲限定SA法を提案し、均一はり内に存在する欠陥の大きさとその位置を精度よく同定した⁽¹⁰⁾。しかし、この手法は非常に時間がかかるという問題点があった。

本論文では、直交関数系を用いた手法によって欠陥の位置と大きさを同定した。欠陥は一種の不連続と考えられるので、本論文ではハール関数系を用いて縦弾性係数の分布を求めた。なお、はりの密度変化は滑らかであると考えられるので、フーリエ級数を用いた。

図12(a)(b)、図13(a)(b)および図14(a)(b)はそれぞれ、はりの固定端近く、中央、自由端近くに欠陥がある場合の同定結果を示す。これらの同定結果は、適用範囲限定SA法(図中ではLSAと表記)に比べて若干の精度低下が見られるが、欠陥の位置と大きさを十分な精度で同定できていることが分かる。計算時間は図

6に示した値をとるので、適用範囲限定SA法に比べると無視できるほど短い計算時間となる。

なお、欠陥のあるはりの同定においても逆問題特有

Fig.12 Crack Identification by Haar series
(near the fixed support)

Fig.13 Crack Identification by Haar series
(middle of the beam)

Fig.14 Crack Identification by Haar series
(near the free-end)

の課題(安定性と解像度のトレードオフ,境界の特異性)によって,同定精度の良くない部分が存在する.欠陥の位置を事前に把握することはできないので,本論文において欠陥の同定が一番困難な課題である.今後,計測したはり形状と同定したパラメータを用いて推定されるはり形状とのずれを評価基準とした繰り返し最適化手法等を適用することにより精度の向上を図っていきたい.

5 結 論

本研究では,直交関数系を用いた密度および縦弾性係数の同定手法について検討し,以下の結論を得た.

(1)提案の手法を用いることにより,同定に要する計算時間を著しく低減することができた.特に,同定すべき要素数が大きくなるほど低減効果が著しい.

(2)提案の手法による適切化の効果は,チホノフの適切化法とほぼ同等であった.

(3)同定に用いる直交関数系の項数と関数系の種類を選ぶことによって,提案の手法を均一はり,接合はりおよび欠陥を持つはりに対して精度よく適用することができた.

参考文献

- (1) P.F.Rozos and N.Aspragathos, "Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes", J.Sound and Vibration, 138(3), (1990), p.381.
- (2) Y.Narkis, "Identification of crack location in vibrating simply supported beams", J.Sound and Vibration, 172(4), (1994), p.549.
- (3) M.Tanaka and A.N.Bercin, "Determination of crack location from changes in natural frequencies", Inverse Problems in Engineering Mechanics, (1998), Elsevier
- (4) 中野・芳田・大住, "雑音の影響を受けた振動データに基づく片持ちはりの物理パラメータの同定", 機論C編, 67巻653号(2001), p.43.
- (5) 林川・須志田・小幡・佐藤, "GAを用いた木造アーチ形式歩道橋の構造同定に関する研究", 構造工学論文集A, 44巻3号(1998), p.1211.
- (6) F.Leonard, J.Lanteigne, S.Lalonde and Y.Turcotte, "Free-vibration behaviour of a cracked cantilever beam and crack detection", Mechanical System and Signal Processing, 14(3), (2001), p.529.
- (7) J.E.Cooper and K.Worden, "On-line physical parameter estimation with adaptive forgetting factors", Mechanical System and Signal Processing, 14(5), (2000), p.705.
- (8) 太田・川合ら, "画像処理を用いたはりのパラメータ同定(第1報)", 機論C編, 62巻603号(1996-11), p.4218.
- (9) 川合・太田ら, "画像処理を用いたはりのパラメータ同定(第2報)", 機論C編, 62巻623号(1998-7), p.2492.
- (10) 伊藤・川合ら, "画像処理を用いたはりのパラメータ同定(第3報)", 機論C編, 64巻626号(1998-10), p.3721.
- (11) 川合・伊藤ら, "画像処理を用いたはりのパラメータ同定(第4報)", 機論C編, 67巻658号(2001-6), p.1743.
- (12) 伏見・赤井, "直交関数系", 共立出版(1981)