旋回クレーンの簡易ロバスト制御*

高木章二^{*1}, 内山直樹^{*1}

Simple Robust Control of Rotary Cranes

Shoji TAKAGI and Naoki UCHIYAMA^{*2}^{*2}Department of Mechanical Engineering, Toyohashi University of Technology,
1-1 Hibarigaoka, Tempaku-cho, Toyohashi-shi, Aichi, 441-8580 Japan

This paper deals with a control method of rotary cranes with rotating and boom-hoisting operations. The control systems should have robustness with respect to rope length, mass of load and frictional disturbances, which are variant parameters in the rotating and the boom-hoisting motions. Firstly we derive a simple linear model of the crane dynamics by using a disturbance observer. The model has robustness with respect to the mass of load and the frictional disturbances. Although dynamics of the rotary crane are described by a double-input quadruple-output nonlinear system, the derived linear dynamics are two single-input double-output systems, so that we can easily design the robust control system with respect to the rope length. In the control system, by using nominal natural frequencies of rope-load vibration system, desired closed-loop poles are easily assigned without trial and error. We further propose a method of adding an integrator to the controller for reducing positional errors of the crane. The effectiveness of the proposed method is experimentally confirmed by comparisons with conventional controllers.

Key Words: Motion Control, Vibration Control, Mechatronics and Robotics, Rotary Crane, Pole Placement Control

1. はじめに

旋回クレーンは建設現場やトラックの荷台等において広く利用されており、またその操作には熟練を要するため、荷振れの振動制御に関する研究がこれまでに多く行なわれている^{(1)~(9)}。旋回クレーンの基本動作はつぎのとおりである。

(a1) ロープ長を変化させることによる吊り荷の上昇、下降。

(a2) ブームの起伏と旋回動作。

動作(a1)は荷振れの原因となる動作ではないため、作業者によって容易に行なうことができると考えられる。動作(a2)の荷振れ制御系を構成したとき、考慮されるべき変動パラメータとして、ロープ長、吊り荷の質量、各関節駆動部の摩擦が挙げられ、制御系はこれらに関してロバスト性を有することがのぞましい。特にロープ長に関してロバスト性を有するように制御系を構築することができれば、動作(a1)は作業者によって容易に行なうことができることから、ロープ長を計測するセンサを必要とすることなくクレーンを制御できる

ことになる。ロープ長は荷振れ特性であるロープー吊り荷系の固有周波数を定めることから、この制御系は固有周波数に関してロバスト性を有することになる。

動作(a2)の制御に関する既存の研究はオンラインで荷振れ角あるいはそれに準ずる情報を利用する方法⁽²⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁸⁾とそうでないもの⁽¹⁾⁽³⁾⁽⁷⁾⁽⁹⁾に大別できる。オンラインで荷振れ角を利用しない方法では屋外作業において風などの外乱により所望の制御性能が得られない可能性がある。荷振れ角あるいはそれに準ずる情報を利用する方法としては、目標状態近傍まではオープンループ制御を行い、目標状態近傍においてフィードバック制御に切り替える方法⁽²⁾、直接最適制御による方法⁽⁴⁾、ファジィ制御による方法⁽⁵⁾、タワークレーンを対象としタワー部と吊り荷の振動の連成を利用する方法⁽⁶⁾、ロバスト性を有する適応制御による方法⁽⁸⁾等があるが、いずれの研究においてもロープ長に関するロバスト性を解析的に検討したものはない。

本研究ではブームがその目標状態近傍まで既存の適当な方法によって制御されることを前提とし、目標状態近傍において吊り荷の残留振動抑制とブームの最終的な位置決めを行なうロープ長、吊り荷の質量、関節駆動部の摩擦等に関してロバストなフィードバック制御則の提案を目的とする。この際、クレーンの目標状

* 原稿受付 2003年4月7日。

^{*1} 正員、豊橋技術科学大学機械システム工学系(〒441-8580 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。

E-mail: uchiyama@mech.tut.ac.jp

態近傍における線形化モデルに基づいて制御系を構築することとする。

まずはじめに文献(1)で示されているブームの旋回動作のみを考慮した動特性モデルを基に、ブームの起伏動作を考慮した簡単な線形化モデルを導出する。この線形化モデルは外乱オブザーバ⁽¹⁰⁾を利用することにより、吊り荷の質量、関節駆動部の摩擦等に関してロバスト性を有する。つぎに線形化モデルに基づきロープ長に関してロバストな制御系を構成する。制御則としては極配置法を用いているが、ロープ吊り荷の固有周波数の公称値を利用した極配置を行うことによりロープ長に関してロバスト安定な制御系が構築できることを示す。さらにブームの位置決め誤差を低減するために積分器を付加したロバスト性能を有する制御系の設計法も提案する。最後に実験結果との比較により本方法の有効性を検証する。

2. 旋回クレーンの動特性モデリング

旋回クレーンの動特性は複雑な非線形性を有し多くの数式モデルが提案されているが⁽¹⁾⁽²⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾、制御系設計のためには簡潔なモデルがのぞましいことから本研究では文献(1)のモデルを参考にした。ただし文献(1)では、吊り荷の残留振動が生じないように旋回動作を行なうオープンループ制御系の設計を目的としているため、起伏動作の動特性は含まれておらず、これを考慮する必要がある。文献(1)(3)(7)(9)ではロープ張力のブームへの影響を陽に考慮せずにモデル化が行なわれているが、起伏動作に対するロープ張力の影響は大きいことも多い。ロープ張力は吊り荷の質量に大きく依存するが、一般に吊り荷の質量は未知であり、これに対処する必要がある。また数式モデルを線形化したときに起伏と旋回動作に関する動特性が非干渉化されるように、文献(1)とは異なる座標系により荷振れを表現する。

図1に旋回クレーンの概略図とその状態を記述するためのパラメータを示す。記号の意味はつぎのとおりである。 x, y, z :吊り荷の3次元位置、 θ :ブーム先端を通る鉛直軸からの荷振れ角、 θ_1, θ_2 :ブームに沿う方向ならびにその垂直方向の荷振れ角、 θ_3, θ_4 :ブームの起伏角度ならびに旋回角度、 m :吊り荷の質量、 l :ロープ長、 l_b :ブーム長、 f :ロープ張力。

本研究のモデリングにおいては過去の多くの研究と同様に以下を仮定する。

- (b1) ロープの張力による伸びと質量は無視できる。
- (b2) 吊り荷は質点とみなし、ロープのねじれは無視できる。

Fig. 1 Schematic model of rotary crane

Fig. 2 Control system with disturbance observer

- (b3) 吊り荷-ロープ系の振動は1次モードのみを考慮する。
- (b4) 荷振れは十分小さく図1において $\sin \theta_i \simeq \theta_i$, $\cos \theta_i \simeq 1$ ($i = 1, 2$) $\sin \theta \simeq \theta$, $\cos \theta \simeq 1$ が成り立つ。

ブームの起伏と旋回に関する動特性はつぎのように表現できる。

$$J_{i+2}\ddot{\theta}_{i+2} + d_{i+2} = \tau_i, \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

ここで J_{i+2} は慣性公称値、 τ_i はブームの起伏および旋回関節を駆動するトルク入力であり、 d_{i+2} は J_{i+2} に含まれない慣性、遠心力、コリオリ力、重力、摩擦力等の影響をまとめたものである。式(1)を対象に図2の外乱オブザーバ⁽¹⁰⁾に基づく制御系を構成する。ただし s, u_i, ω はそれぞれ微分演算子、新たな制御入力、ローパスフィルタのカットオフ角周波数である。これにより低周波数域において近似的に以下の動特性が得られる。

$$\ddot{\theta}_{i+2} = u_i, \quad i = 1, 2. \quad (2)$$

仮定(b4)より吊り荷の運動に関するつぎの式を得る。

$$m\ddot{x} = -f(\theta_1 \cos \theta_4 - \theta_2 \sin \theta_4), \quad (3)$$

$$m\ddot{y} = -f(\theta_1 \sin \theta_4 + \theta_2 \cos \theta_4), \quad (4)$$

$$m\ddot{z} = -mg + f. \quad (5)$$

一方、吊り荷の位置はつぎのように表される。

$$x = l_b \sin \theta_3 \cos \theta_4 + l(\theta_1 \cos \theta_4 - \theta_2 \sin \theta_4), (6)$$

$$y = l_b \sin \theta_3 \sin \theta_4 + l(\theta_1 \sin \theta_4 + \theta_2 \cos \theta_4), (7)$$

$$z = l_b \cos \theta_3 - l. (8)$$

式(3)~(8)よりつぎの運動方程式を得る。

$$\ddot{x} = -\frac{g + \ddot{z}}{l}(x - l_b \sin \theta_3 \cos \theta_4), (9)$$

$$\ddot{y} = -\frac{g + \ddot{z}}{l}(y - l_b \sin \theta_3 \sin \theta_4). (10)$$

つぎにクレーンの目標状態近傍における線形化モデルを導出する。まずつぎのようにクレーンの状態量とその微分値および制御入力を、目標状態における値とそこからの偏差量に置き換える。

$$\begin{aligned} \theta_j &= \theta_{jf} + x_j, \quad \dot{\theta}_j = \dot{\theta}_{jf} + \dot{x}_{j+4}, \\ \ddot{\theta}_j &= \ddot{\theta}_{jf} + \ddot{x}_{j+4}, \quad j = 1, \dots, 4, \\ u_i &= u_{if} + w_i, \quad i = 1, 2. \end{aligned} (11)$$

ただし、 θ_{jf} , $\dot{\theta}_{jf}$, $\ddot{\theta}_{jf}$, u_{if} は目標状態における値(定数)であり、 x_j , $\dot{x}_j$, w_i は偏差量である。式(6),(7),(8)を時間に関して2階微分したものを式(9),(10)に代入し、クレーンの目標状態 θ_{3f} ; θ_{4f} ; $\theta_{jf} = 0$; $\dot{\theta}_{jf} = 0$; $\ddot{\theta}_{jf} = 0$; $u_{if} = 0$ ($i = 1, 2, j = 1, \dots, 4$) の近傍で $x_j, \dot{x}_j$ ($j = 1, \dots, 8$) が微小であると仮定して線形化するとつぎの非干渉な2つの状態方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_i &= \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{b}_i w_i, \quad i = 1, 2, \\ \mathbf{x}_i &= \begin{bmatrix} x_i & x_{i+2} & x_{i+4} & x_{i+6} \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ -\xi & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_i & 1 \end{bmatrix}^T, \\ \xi &= \frac{g}{l}, \quad \alpha_1 = -\frac{l_b \cos \theta_{3f}}{l}, \quad \alpha_2 = -\frac{l_b \sin \theta_{3f}}{l}. \end{aligned} (12)$$

ただし、 $\mathbf{O}_{2 \times 2}$, $\mathbf{I}_{2 \times 2}$ はそれぞれ2行2列の零行列、単位行列を意味する。式(12)に対する可制御性行列を構成すると、可制御となるのは、 $\sin \theta_{3f} \neq 0$, $\cos \theta_{3f} \neq 0$ のときに限ることがわかる。よって、以下では $\theta_{3f} \neq n\pi/2$, ($n = 0, 1, 2, \dots$) を仮定する。

式(12)より、 θ_1 と θ_3 を w_1 により、 θ_2 と θ_4 を w_2 により、それぞれ独立に制御できることがわかる。また、式(12)の2つの状態方程式は同じ形を有しているので、それぞれの制御系を統一的に設計できる。

3. 制御方法

3.1 制御系設計に関する仮定 制御系の構築に際してつぎの事項を仮定する。

- (c1) 状態量 θ_i ($i = 1, \dots, 4$), $\dot{\theta}_3$, $\dot{\theta}_4$ が計測できる。
- (c2) 何らかの方法によりブームは目標状態近傍へ移動されている。

第1章で述べた動作(a2)の制御系において変動するパラメータのうち、吊り荷の質量と関節駆動部の摩擦の影響については図2の外乱オブザーバにより補償されるため、ここでは吊り荷の残留振動抑制とブームの位置決めを目的としたロープ長に関してロバスト性を有する制御系の構築について述べる。

3.2 ロープ長に関するロバスト安定化 式(12)の線形系につぎの状態フィードバック制御を応用する。

$$w_i = -\mathbf{k}_i^T \mathbf{x}_i, \quad \mathbf{k}_i^T = [k_{i0} \dots k_{i3}], \quad i = 1, 2. (13)$$

この制御では $\mathbf{x}_i \rightarrow \mathbf{0}$ を目的としており、この目的が達成されたとき θ_3, θ_4 は目標角度に収束し、かつ吊り荷の振動は抑制される。式(13)では荷振れ角速度 $\dot{\theta}_i$ ($i = 1, 2$) が利用されているが、これは後述する方法により不要となる。

式(12)を可制御正準形式に変換する変換行列

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha_i & 0 \\ \xi & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_i \\ 0 & \xi & 0 & 1 \end{bmatrix} (14)$$

を用いて、可制御正準形式に対するフィードバック係数ベクトル

$$\mathbf{k}_{ti}^T = [k_{ti0} \dots k_{ti3}] = \mathbf{k}_i^T \mathbf{T}_i (15)$$

を定義すると、制御系の特性多項式 $P_i(s)$ はつぎのように与えられる。

$$P_i(s) = \left| s\mathbf{I}_{4 \times 4} - \mathbf{A}_i + \mathbf{b}_i \mathbf{k}_{ti}^T \right| = s^4 + k_{ti3}s^3 + (k_{ti2} + \xi)s^2 + k_{ti1}s + k_{ti0}. (16)$$

一方、制御系の望ましい特性多項式 $P_d(s)$ をつぎのように指定する。

$$P_d(s) = \prod_{j=1}^2 (s^2 + c_{2j-1}s + c_{2j}). (17)$$

ただし、 c_j ($j = 1, \dots, 4$) は適当な係数であり、これらが全て正であるときに限り、式(17)は安定多項式となる。以下では、 $c_j > 0$ を仮定する。

式(16)と式(17)の各係数を比較し、式(15)を考慮すると、望ましい特性多項式を実現するためのフィー

ドバック係数行列がつぎのように得られる。ただし、 ξ , α_i に含まれる l の値は未知と仮定しているため、代わりにその公称値 $\hat{l}$ を用いた $\hat{\xi}$, $\hat{\alpha}$ を利用する。また $\hat{\xi} > 0$ を仮定する。

$$k_{i3} = \frac{c_1 c_4 + c_2 c_3}{\hat{\xi}}, \quad (18)$$

$$k_{i2} = \frac{c_1 + c_3 - k_{i3}}{\hat{\alpha}_i}, \quad (19)$$

$$k_{i1} = \frac{c_2 c_4}{\hat{\xi}}, \quad (20)$$

$$k_{i0} = \frac{c_1 c_3 + c_2 + c_4 - \hat{\xi} - k_{i1}}{\hat{\alpha}_i}. \quad (21)$$

式 (15), (16), (18)~(21) より, パラメータ見積り誤差を考慮した閉ループ系の特性多項式はつぎのように表される。

$$\begin{aligned} P(s) &= s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0, \quad (22) \\ a_0 &= c_2 c_4 \frac{\xi}{\hat{\xi}}, \quad a_1 = (c_1 c_4 + c_2 c_3) \frac{\xi}{\hat{\xi}}, \\ a_2 &= (c_1 c_3 + c_2 + c_4) \frac{\xi}{\hat{\xi}} + \frac{c_2 c_4}{\hat{\xi}} \left(1 - \frac{\xi}{\hat{\xi}}\right), \\ a_3 &= (c_1 + c_3) \frac{\xi}{\hat{\xi}} + \frac{(c_1 c_4 + c_2 c_3)}{\hat{\xi}} \left(1 - \frac{\xi}{\hat{\xi}}\right). \end{aligned}$$

式 (12) における $i = 1, 2$ の両制御対象に対して制御系の特性多項式は同じ形になるため, 起伏, 旋回動作共に同一の制御則によって制御目的を達成することができる。また式 (22) は式 (12) のブーム長さ l_b および起伏角度の最終目標値 θ_{3f} に依存しないので, 安定性はロープー吊り荷系の固有振動数とその公称値および望ましい特性多項式の係数のみによって決定される。

Lienard と Chipart の安定判別法⁽¹²⁾ によれば, 式 (22) が安定多項式であるための必要十分条件は, つぎのとおりである。

$$a_i > 0, \quad i = 0, \dots, 3, \quad (23)$$

$$a_1(a_2 a_3 - a_1) - a_0 a_3^2 > 0. \quad (24)$$

本研究では $\hat{\xi} > 0$ を仮定していることから, つぎのように c_2, c_4 を指定することを提案する。

$$c_2 = c_4 = \hat{\xi}. \quad (25)$$

式 (25) により, 式 (23) が満たされることが容易にわかる。また式 (18), (19), (25) より $k_2 = 0$ となり荷振れ角速度 $\dot{\theta}_i$ ($i = 1, 2$) は不必要となる。

式 (24) の左辺は式 (25) を考慮することによりつぎのように変形できる。

$$a_1(a_2 a_3 - a_1) - a_0 a_3^2 = (c_1 + c_3)^2 c_1 c_3 \xi \frac{\hat{l}}{\hat{\xi}} > 0. \quad (26)$$

すなわち式 (24) が成立することが示された。

すなわち, 式 (25) のようにロープー吊り荷系の固有振動数の公称値を利用して制御系の望ましい特性多項式の一部の係数を指定することにより, ロープ長の変化に対する制御系のロバスト安定性が保証される。

3.3 ロバスト制御性能 定置制御においては, 代表極 (虚軸に最も近い極) が図 3(a) の斜線部分に存在することが望ましいといわれている⁽¹³⁾。ただし極の配置は実軸に関して対象のため虚部が負の領域は省略している。

本研究では式 (17) の残りの係数 c_1, c_3 について,

$$c_1 = c_3 = 2\sqrt{\hat{\xi}} \quad (27)$$

と指定することにより, $\xi = \hat{\xi}$ となったときの制御系の極を実軸上に配置することを提案する。このことにより ξ の見積り誤差がある場合にも制御系の極が図 3(a) の斜線部分にある可能性が高くなる。

この方法の妥当性を検証するために, ξ の見積り誤差があるときの極 (式 (22) の特性多項式の零点) の位置を調べた。図 3(b) は

$$\xi = \hat{\xi}(1 + \delta) \text{ or } \hat{l} = l(1 + \delta), \quad \delta > -1 \quad (28)$$

とおき, $\hat{l} = 0.1[\text{m}]$ として見積り誤差 δ を $-0.7 \sim 11.1$ の範囲で変化させたときの根軌跡である。図中の $\delta+$, $\delta-$ はそれぞれ δ の大きさを正方向, 負方向に増加させたときの軌跡である。 $\delta = -0.8$ あるいは $\delta = 11.2$ のとき, 極の位置は図 3(a) の斜線部分の外側となった。このことから l が $\hat{l}$ よりも大きいとき, より小さい見積り誤差 $|\delta|$ によって制御性能が劣化することがわかる。

図 3(c) は $\hat{l} = 10.1[\text{m}]$ としたときの, 図 3(b) と同様の δ の範囲に対する根軌跡である。各軸のスケールは図 3(b) と異なっており, 根軌跡は図 3(b) のものを縮小した形となっている。この場合も図 3(b) の場合と同じく $\delta = -0.8$ あるいは $\delta = 11.2$ のとき, 極の位置は図 3(a) の斜線部分の外側となった。

図 3(d) は $\hat{l}$ を $0.1[\text{m}] \sim 10.1[\text{m}]$ の範囲で $0.5[\text{m}]$ ずつ変化させ, その各々の $\hat{l}$ に対して δ を $-0.7 \sim 11.1$ の範囲で変化させたときの全ての極の位置である。全ての極は図 3(a) の斜線部分に存在している。図中の $\hat{l}+$ は $\hat{l}$ を増加させたときの軌跡の変化する方向を意味しており, $\hat{l}$ が大きくなるにつれて軌跡は縮小している。

以上の結果から式 (25), (27) の指定方法に基づく制御系は, 現実的なロープ長と見積り誤差の範囲に対してロバスト性能を有していると結論できる。また, 実

Fig. 3 Poles of the proposed control system (without integrator)

Fig. 4 Block diagram of control system

際のロープ長が公称値よりも小さくなる場合にはロバスト性能を有する見積み誤差の領域が大きくなる。したがって実際の設計においてはロープ長の公称値を大きくしておくことがのぞましい。

3.4 積分器の導入 実際の装置では静止摩擦、クーロン摩擦の影響が大きいため、 θ_3, θ_4 の位置決め誤差が無視できない可能性がある。本節では、位置決め誤差を低減するために、前節で述べたロバスト制御系に積分器を挿入する方法について述べる。

図 4 のような θ_3, θ_4 の目標位置からの偏差を出力とし、積分器を有する制御系を考える。図 4 においては、制御対象の出力方程式を、

$$y_i = h_i^T x_i, \quad h_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (29)$$

としている。内部ループの状態フィードバックゲイン k_i は前節と同様にループの特性多項式が式 (17) となるように決定されるものとする。以下では積分ゲイン k_{Ii} の決定方法について述べる。図 4 の制御系の特性多項式 $Q(s)$ はつぎのように表される。式 (12) における $i = 1, 2$ の両制御対象に対してつぎの同じ形の特性多項式が得られる。

$$Q(s) = s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0, \quad (30)$$

$$b_0 = \xi k_{Ii}, \quad b_1 = c_2 c_4 \frac{\xi}{\xi},$$

$$b_2 = (c_1 c_4 + c_2 c_3) \frac{\xi}{\xi} + k_{Ii},$$

$$b_3 = (c_1 c_3 + c_2 + c_4) \frac{\xi}{\xi} + c_2 c_4 \frac{1}{\xi} \left(1 - \frac{\xi}{\xi}\right),$$

$$b_4 = (c_1 + c_3) \frac{\xi}{\xi} + (c_1 c_4 + c_2 c_3) \frac{1}{\xi} \left(1 - \frac{\xi}{\xi}\right).$$

Lienard と Chipart の安定判別法⁽¹²⁾によれば、式 (30) が安定となるための必要十分条件はつぎのとおりである。

$$b_i > 0, \quad i = 0, \dots, 4, \quad (31)$$

$$b_3 b_4 - b_2 > 0, \quad (32)$$

$$2b_0 b_1 b_4 + b_0 b_2 b_3 + b_1 b_2 b_3 b_4 - b_0^2 - b_0 b_3^2 b_4 - b_1 b_2^2 - b_1^2 b_4^2 > 0. \quad (33)$$

まず、式 (33) を満足させる方法について検討する。前節と同様にロープ吊り荷系の固有振動数の公称値を用いて式 (25), (27) のように内部ループ系の望ましい特性多項式の係数を決定する。さらにロープ長の見積み誤差を式 (28) により定義すると、式 (33) をつぎのように変形することができる

$$k_{Ii}^2 - 5k_{Ii} \sqrt{\xi \hat{\xi}} + 16\hat{\xi}^3(1 + \delta) - 20k_{Ii} \sqrt{\xi \hat{\xi}}(1 + \delta) > 0. \quad (34)$$

本研究では式 (34) を簡単化するために、

$$k_{Ii} = \beta \sqrt{\xi \hat{\xi}} \quad (35)$$

と設定することを提案する。ただし β は適当な正の定数である。式 (35) により、式 (34) は、

$$\beta^2 + 16(1 + \delta) - \beta(25 + 20\delta) > 0 \quad (36)$$

となる。式 (36) を満たすための十分条件として、その左辺第 1 項を無視して変形した

$$\beta < \frac{16(1 + \delta)}{25 + 20\delta} \quad (37)$$

が考えられる。式 (37) では δ の範囲に応じて許容される β が異なる。式 (37) の右辺は $\delta (> -1)$ に関して単調増加であるが、 $\delta \rightarrow \infty$ としたとき式 (37) の右辺は 0.8 となるので、 β の値は 0.8 を超えないことがわかる。例えば

$$\beta < 0.133 \quad \text{for } \delta \geq -0.95 \quad (38)$$

$$\beta < 0.533 \quad \text{for } \delta \geq -0.5 \quad (39)$$

$$\beta < 0.64 \quad \text{for } \delta \geq 0.0 \quad (40)$$

Fig. 5 Poles of the proposed control system

などとなる。

式 (25), (27), (35), (37) より式 (31), (32) が満たされることが容易にわかる。よって本節で提案した積分ゲインの決定方法は、ある範囲のロープ長見張り誤差に対して制御系のロバスト安定性を保証する。

3.5 積分器を有する制御系のロバスト制御性能
 前節で述べた方法により制御系のロバスト安定性は補償されるが、制御性能を犠牲にしている可能性がある。本節では 3.3 節と同様に根軌跡を描くことによりロバスト性能の検討を行なう。

図 5(a) は積分ゲインのパラメータを式 (38) が満たされるように $\beta = 0.1$ 、ロープ長の公称値を $\hat{l} = 0.1$ [m] とし、式 (28) の推定誤差 δ を $-0.5 \sim 11.1$ まで変化させたときの極 (式 (30) の特性多項式の零点) の位置を示している。図中の δ_+ , δ_- の意味は図 3 と同様である。この場合には積分器のないときに比べ極が図 3(a) の斜線部分に存在する δ の範囲が狭まり、 $\delta = -0.6$ のときに図 3(a) の斜線部分の外側に極が存在した。積分器の無いときと同様、 l が $\hat{l}$ よりも大きいときロバスト性能を有する δ の範囲は小さいので、制御系設計時には $\hat{l}$ を大きくしておくことがのぞましい。

図 5(b) は δ の範囲を変えずに $\hat{l} = 10.1$ [m] とした結果である。図 5(a) を縮小した軌跡が得られている。図 3(a) の斜線部分に極が存在する δ の範囲は図 5(a) の場合と同じであった。

図 5(c) は δ の範囲を変えずに $\hat{l}$ を $-0.5 \sim 10.1$ の範囲で 0.48 ずつ変化させた場合の結果である。全ての極は図 5(a) の斜線部分に存在し、現実的なロープ長と推定誤差の範囲で本方法はロバスト性能を有していると結論できる。図中の $\hat{l}_+$ の意味は図 3(d) のものと同じであり、 $\hat{l}$ が大きくなるにつれて軌跡は縮小する。

4. 実験結果

4.1 実験装置 図 6 に示すような実験装置を用いて提案法の有効性を検証した。ブームおよびその土台は電流フィードバックが施された減速器付の DC

モータによって駆動される。二つのモータは同一のものを使用した。表 1 に実験装置の諸元を示す。表中記号の意味はつぎのとおりである。 J_m : モータの慣性モーメント, K_m : モータのトルク定数と電流フィードバック回路の電圧電流変換係数の積, N : モータ減速器の減速比, J_1 : モータ 1 の回転軸まわりのブームの慣性モーメント, J_2 : モータ 2 の回転軸まわりのブーム土台の慣性モーメント。

図 2 の外乱オブザーバに用いる慣性公称値には以下の値を用いた。

$$J_{i+2} = J_i + \frac{J_m}{N^2}, \quad i = 1, 2. \quad (41)$$

またトルク τ_i と計算機からの指令電圧 v_i の関係は以下の式で表される。

$$\tau_i = \frac{K_m}{N} v_i, \quad i = 1, 2. \quad (42)$$

角度 θ_3 , θ_4 はモータに取り付けられたエンコーダによって計測される。角度の計測分解能は 1.8×10^{-3} [°] である。

角度 θ_1 , θ_2 は図 7 に示す計測器により測定した。図 7 においてポテンシオメータ 1 はブームに固定されている。ポテンシオメータ 2 は部品 1 に固定されており、ポテンシオメータ 1 の回転軸まわりに回転する。部品 2 はロッドと共にポテンシオメータ 2 の回転軸まわりに回転する。部品 3 はロッドに対して、部品 4 は部品 3 に対してそれぞれ回転する。また部品 4 は貫通穴を介してロープに沿ってガタなく滑らかにスライドする。なお、計測器の部品はすべてアルミ製とし、荷振れが無い状態においてブームとロッドの中心軸が同一鉛直面内に存在するように設置した。角度の計測分解能は 6.4×10^{-2} [°] である。ポテンシオメータ 1, 2 より出力される電圧値をそれぞれ θ_1 , θ_2 に換算している。

4.2 制御結果 まず図 2 の外乱オブザーバの効果を確認するために、以下の 2 つを対象として θ_3 , θ_4 に関する制御性能の比較を行なった。

Fig. 6 Experimental system

Fig. 7 Sensor system for measuring load sway

Table 1 Parameter values of the robot

J_m	$2.08 \times 10^{-4} [\text{kgm}^2]$	N	0.02
K_m	$3.72 \times 10^{-2} [\text{Nm/V}]$	l_b	0.65 [m]
J_1	0.13 [kgm ²]	J_2	0.23 [kgm ²]

(d1) 外乱オブザーバを用いて近似的に式(2)としたもの。

(d2) 図1のロープ張力 f のブームに対する影響を無視して、慣性、遠心力、コリオリ力、重力の影響を逆動力学法（トルク計算法）⁽¹¹⁾により補償したもの。

上の2つの対象に以下のPD制御を応用する。

$$u_i = k_{pi}e_{i+2} + k_{vi}\dot{e}_{i+2}, \quad (43)$$

$$e_{i+2} = r_{i+2} - \theta_{i+2}, \quad i = 1, 2.$$

ただし k_{pi} , k_{vi} はそれぞれ u_i を生成するためのゲインであり、 r_{i+2} は θ_{i+2} の目標値である。ゲインは $k_{pi} = 50[1/\text{sec}^2]$, $k_{vi} = 10[1/\text{sec}]$ ($i = 1, 2$) とした。目標軌道には始点と終点において速度、加速度が0となるつぎのサイクロイド曲線を用いた。

$$r_i = (\theta_{if} - \theta_{i0}) \left[\frac{t}{t_f} - \frac{1}{2\pi} \sin \left(2\pi \frac{t}{t_f} \right) \right] + \theta_{i0}, \quad (44)$$

$$i = 3, 4.$$

ただし θ_{i0} は θ_i の初期値、 t, t_f はそれぞれ現在時刻、 θ_i が最終目標位置に到達するまでに要する時間である。ロープ長を $l = 0.5[\text{m}]$ とし、吊り荷の質量を $m = 0.1, 1.0, 5.0[\text{kg}]$ と変化させてシミュレーションを行なった。また装置の都合上 $m = 0.1[\text{kg}]$ のときのみ実験を行なった。角度 θ_3, θ_4 はロータリエンコーダによって計測した。角速度は角度の時間差分値を1次のローパスフィルタに通過させたものを利用した。フィルタのカットオフ周波数は図2の外乱オブザーバのものとともに $10[\text{Hz}]$ である。サンプリング時間は $10[\text{msec}]$ とした。結果を図8に示す。図8(a)は外乱オブザーバを用いたもの、(b)はそうでないものである。図8(a)(b)いずれの場合も、 $m = 0.1[\text{kg}]$ のときのシミュレーション結果と実験結果はほぼ一致している。図8(b)において追従誤差が大きいのは摩擦の影響による。吊り荷の質量の変化に対して図8(a)はロバスト性を有しているが、図8(b)は特に起伏動作の性能劣化が顕著である。以上から外乱オブザーバの効果が確認された。つぎに吊り荷の残留振動抑制に関する実験について述べる。上述の実験の途中で以下の条件を満たしたとき、本論文で提案する振動制御を開始するものとした。

$$|r_{if} - \theta_i| < 1^\circ, \quad i = 3, 4.$$

図9に振動制御と積分器の効果を検証した実験結果を示す。図9と図10において図中に示す点線は目標値、実線は実測値を表す。

図9(a)は吊り荷の振動抑制を行なわず式(43)のみによって制御を行なった結果である。吊り荷の残留振動が顕著であることが知れる。

図9(b)は式(43)による搬送の後、積分器を含まずに式(25)(27)の指定方法のみによって制振と位置決め制御を行なった結果である。ロープ長は制御系設計に用いた値、実際の値とともに $\hat{l} = l = 0.5[\text{m}]$ とした。制御系の極は $-4.429[1/\text{sec}]$ の重極となる。吊り荷の振動は抑制されているが、 θ_3, θ_4 の位置決め誤差が確認できる。

図9(c)は設計に用いたロープ長の値、実際の値ともに $\hat{l} = l = 0.5[\text{m}]$ とし積分器を挿入した結果である。式(35)の β の値は3.5節でロバスト性能を検討した $\beta = 0.1$ とした。制御系の極は $-4.706 \pm j2.368, -0.813 \pm j0.508, -6.676[1/\text{sec}]$ となる。ただし j は虚数単位である。角度 θ_3 の位置決め誤差が低減していることがわかる。以上より、振動制御と積分器の効果が確認された。

比較の対象として、ロープ長が $l = 0.5[\text{m}]$ のときに制御系の特性多項式がつぎの式となるように、図4の

Fig. 8 Verification of the effectiveness of disturbance observer

Fig. 9 Experimental results : Verification of the effectiveness of vibration control and integrator

フィードバックゲイン k_i と積分ゲイン k_{Ii} を指定して実験を行なった結果を図 9(d) に示す。

$$Q_d(s) = (s + p + jp)(s + p - jp)(s + 6p)^3. \quad (45)$$

ただし p は適当な正の定数である。これにより制御系は 2 つの最適減衰係数を持つ代表極 $-p \pm jp$ とその実部の 6 倍の大きさを持つ 3 つの実極 $-6p$ を有する。この方法は高次系の応答を望ましい 2 次系の応答に近似させる通常の方法である。図 9(d) は実際のロープ長の値を設計値と同じ $l = 0.5[\text{m}]$ とし、 $p = 1.3[1/\text{sec}]$ とした結果である。この場合はロープ長見残り誤差が存在しないため、図 9(c) と同様に良好な制御性能が得られている。

なお本方法における制御入力の大さは、制御系の代表極として最適減衰係数を与えた従来の方法に比較して大きく変わらないことが実験結果より確認できる。

図 10 は本方法のロープ長に関するロバスト性の検証を行なった実験結果である。図 9(c) の実験において設計された制御器を、実際のロープ長が $l = 0.25[\text{m}]$ の場合に応用した結果を図 10(a) に示す。実際の制御系の極は $-4.839 \pm j7.384$, $-0.554 \pm j0.371$, $-1.740[1/\text{sec}]$ となる。吊り荷の残留振動、ブームの位置決め誤差共に低減されており、良好な制御性能が得られている。図 10(b) は実際のロープ長を $l = 0.75[\text{m}]$ とした結果である。実際の制御系の極は $-2.379 \pm j3.037$, $-1.029 \pm j0.594$, $-14.875[1/\text{sec}]$ となる。図 10(a) と同様に良好な制御結果が得られている。

図 10(c) は式 (45) を用いて設計した図 9(d) と同じ制御系ゲインを用い、実際のロープ長を $l = 0.25[\text{m}]$ とした場合の結果である。なお根軌跡を描くことにより $l < 0.258[\text{m}]$ のとき制御系が不安定になることを理論的に確認している。実験を行なった結果、図のように制御系が不安定となった。同じ制御系ゲインを用い

Fig. 10 Experimental results : Verification of robust stability

$l = 0.75[\text{m}]$ とした場合の結果を図 10(d) に示す. 実験結果は図 10(b) と同程度の性能が得られている.

なお図 10 の (b) と (d) の制御入力について, 本方法を用いた場合のその大きさは, 従来の方法と比較して大きく変わらないことが確認できる.

以上の結果から本研究で提案する方法は, 式 (45) による一般的な特性多項式の指定方法に比較してロバスト性能を有する範囲が広く, 実用上有効であるといえる.

5. 結 論

本論文では旋回クレーンの残留振動を抑制する一ロバスト制御法を提案し, その妥当性を実験により検証した. 結果を要約すれば以下のである.

- 1) ロープ長に関するロバスト安定性が保証される.
- 2) 現実的な範囲のロープ長見積り誤差に対してロバスト性能を有する.
- 3) 制御系設計に複雑な繰返し計算を必要とせず, 設計が容易である.
- 4) 制御則のアルゴリズムがロバスト制御の一つである適応制御と比較して簡単である.
- 5) 荷振れ角速度情報を必要としない.
- 6) 吊り荷の質量, 関節駆動部の摩擦等に関してもロ

バスト性を有する.

なお, 本研究の結果はトロリが並進運動するタイプのクレーンにも応用可能と考える.

文 献

- (1) 土屋, 伊藤, 計測と制御, **13-10**, (1974), 797.
- (2) 坂和, 中住, 計測自動制御学会論文集, **21-3**, (1985), 298.
- (3) 大音, 安信, 計測自動制御学会論文集, **33-9**, (1997), 923.
- (4) 日野ほか, 機論, **65-632**, C(1999), 1426.
- (5) 多田ほか, 機論, **65-634**, C(1999), 2352.
- (6) 高木, 西村, 機論, **65-640**, C(1999), 4692.
- (7) 近藤ほか, 機論, **68-665**, C(2002), 68.
- (8) 川崎ほか, 機論, **68-676**, C(2002), 3597.
- (9) 矢野ほか, 機論, **68-676**, C(2002), 3603.
- (10) 大西, 日本ロボット学会誌, **11-4**, (1993), 486.
- (11) J.J.Craig, (三浦, 下山訳), ロボティクス, 共立出版, (1991), 275
- (12) 高木, メカトロニクスのための制御工学, (1993), 115, コロナ社.
- (13) 文献 (12) の 156.