構造・音響連成系の実験解析と理論的考察*

(付加ばねマス系を有する弾性パネルと一端で連成する音響管の場合)

清野 裕之^{*1}, 山内 裕司^{*1}, 安田 仁彦^{*2}

Experimental and Theoretical Study of a Structural-Acoustic Coupling System

(Acoustic Tube Coupled at One End with a Flexible Panel with
a Spring-Mass System Attached)

Hiroyuki SEINO^{*3}, Hiroshi YAMAUCHI and Kimihiko YASUDA

^{*3} Vehicle Proving Department, Mitsubishi Motors Corporation,
1 Nakashinkiri, Hashime-cho, Okazaki-shi, Aichi, 444-8501 Japan

In previous papers, to clarify the features of sound field of a structural-acoustic coupling system, a rectangular prism with one or two flexible panels is analyzed by the authors. From a practical point of view, a rectangular prism with flexible panels with some additional masses attached is also important. In this paper, a rectangular prism with a flexible panel attached with a spring-mass system is considered. First, experimental study is conducted. Two noteworthy features are found. One is that the mode that has non-vibrated flexible panel exists. The other is that the fixed state, whose existence is confirmed in the previous papers can be removed. Then, theoretical study is made using a one-dimensional mathematical model. It is found this model can explain the features mentioned above.

Key Words: Vehicle Interior Noise, Booming Noise, Car

1. は じ め に

自動車のこもり音のような構造系と音響系の連成問題に対し、今まで解析手法の提案はいくつかなされている⁽¹⁾⁽²⁾が、本問題の本質をとらえることができるような、理論的な考察は不十分のように思われる。そこで自動車のこもり音の効果的な対策するため、前報⁽³⁾⁽⁴⁾において、構造・音響連成系の基本的な問題として、一面あるいは向かい合う二面が弾性パネルからなる直方体閉空間の音場特性を検討した。この音場の特徴を実験的に求め、簡単な数学モデルを用いて、その特徴が理論的に説明できることを示した。

自動車のこもり音を扱っているとき、弾性パネルに動吸振器を取り付けることによって、こもり音の特性が大きく変わり得ること、したがって、このような動吸振器がこもり音の対策手段として有効であることがわかった。そこでこの報告で、前報に続く構造・音響連成系の基礎的検討を目的として、一つの面が弾性パ

ネルからなり、そこに付加ばねマス系が付けられている場合の直方体閉空間の音場特性を検討する。

まず図1に示す箱形模型を製作し、実験によって音場特性を調べる。そして付加ばねマス系の特性によって、前報で見られなかった特有のモードが存在することや、前報で示した振動数応答関数の不動点を回避できることなどの新しい特徴を示す。次にこれらの特徴を、図2に示すモデルに基づいて、理論的に説明する。

Fig. 1 Test rig

* 原稿受付 2003年3月24日。

*¹ 正員、三菱自動車(株)乗用車開発本部車両実験部(〒444-8501 岡崎市橋目町字中新切1)。*² 正員、フェロー、名古屋大学大学院工学研究科(〒464-8603 名古屋市千種区不老町)。

E-mail: seino-hiroyuki@pde.mitsubishi-motors.co.jp

2. 実験解析

1つの面が付加ばねマス系を有する弾性パネルから成り、これ以外の面は厚さ20[mm]のアルミ製の板(以下剛壁という)である直方体閉空間の構造・音響連成系の音場の特徴を実験によって調べた。実験に用いた模型を図1に示す。この模型は800[mm]×400[mm]×200[mm]の直方体で、図の左手前の面が弾性パネルであり、その面の中央に減衰の小さいコイルスプリングを介して質量が取り付けられている。

この箱型模型をすべて剛壁とした場合の閉空間を以下音響系という。音響系の1次固有振動数 Ω_{f1} は $\Omega_{f1} = 1359$ [rad/s]であった。弾性パネルとしては、防音室内で弾性パネル単体の周囲を固定した場合の1次固有振動数 Ω_s が $\Omega_s = 1455$ [rad/s]のものをを用いた。付加ばねマス系としては、固有振動数 Ω_a が表1の Ω_a の欄に示す値のものをを用いた。以下 Ω_a がこれらの値を持つ場合についてそれぞれ実験を行ったので、各実験を区別するため、 Ω_a が低い値を持つものからID.1,2,3,4とする。

弾性パネルに付加ばねマス系を取り付けたものを以下構造系という。構造系の固有振動数は、ばねマス系の付加によって、弾性パネル単体の固有振動数とは異なったものとなる。ばねマス系が付加されたときの、構造系の固有振動数のうち、1次固有振動数 Ω_s 付近に存在するものを $\Omega_{s1}, \Omega_{s2} (\Omega_{s1} < \Omega_{s2})$ とおく。各IDの場合の構造系の固有振動数 Ω_{s1}, Ω_{s2} の値は表1の Ω_{s1}, Ω_{s2} の欄に示すようになった。

構造系と音響系を組み合わせたものを以下連成系という。上述のようにここでは Ω_s と Ω_{f1} の値は近いものを対象としている。以下この場合の連成系の音場特性を実験的に解析した。

2.1 固有モードに関する解析 実験を実験モード解析によって行った。実験によって得られた音響特性の特徴を $\Omega_s > \Omega_{f1}$ の場合について述べる。

Fig. 2 Acoustic tube model with two spring-mass systems at the one end

付加ばねマス系があるので、問題としている振動数付近で、3つの固有モードが得られる。固有振動数の低いものから、これを第1,2,3モードとし、その固有振動数を $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ とする。

実験によって得られた固有振動数 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ は表2のようになった。また、音圧と弾性パネルおよび付加ばねマス系変位との定性的な位相関係を表した音圧モードシェイプは図3のようになった。この図において、(+)は音圧が正、(-)は負であることを表す。

表1, 2および図3より、第1および第3モードでは、各IDの場合とも、 Ω_a と Ω_{f1} の大小に関係なく、連成系の固有振動数と音響系・構造系固有振動数の大小関係および音圧と構造系変位の位相関係は、定性的に同じであることがわかる(図3-左)。つまり、第1モードにおいて、 ω_1 は常に Ω_{s1} もしくは Ω_{f1} より小さな値をとり、音圧モードシェイプは弾性パネル側の音圧が正の時、弾性パネルと付加ばねマス系は外側へ変位する。第3モードにおいて、 ω_3 は常に Ω_{s3} もしくは Ω_{f1} より大きな値をとり、音圧モードシェイプは弾性パネル側の音圧が正の時、弾性パネルは内側、付加ばねマス系は外側へ変位する。

これに対し第2モードでは、 Ω_a と Ω_{f1} の大小関係により、音圧モードシェイプは大きく異なる(図3-右)。第2モードの固有振動数 ω_2 は常に Ω_a と Ω_{f1} の間の値である。音圧モードシェイプは音場中央付近で1つ節が存在し、弾性パネル側の音圧が正の時、付加ばねマス系は内側へ変位する。このとき弾性パネルは、ID.1のような $\Omega_a < \Omega_{f1}$ の場合は外側へ、ID.3,4のような $\Omega_a > \Omega_{f1}$ の場合は内側へ変位する。特にID.2のような $\Omega_a = \Omega_{f1}$ の場合、 ω_2 は $\omega_2 = \Omega_a = \Omega_{f1}$ の関係と

Table 1 Eigen frequency of structural-acoustic noncoupling system [rad/s]

ID	Ω_a	Ω_{f1}	Ω_s	Ω_{s1}	Ω_{s2}
1	1264	1359	1455	1218	1495
2	1359			1291	1517
3	1428			1333	1544
4	1580			1389	1639

Table 2 Eigen frequency of structural-acoustic coupling system [rad/s]

ID	ω_1	ω_2	ω_3
1	1218	1348	1522
2	1279	1359	1536
3	1307	1376	1557
4	1325	1423	1640

なり、音圧モードシェイプは音場中央で1つ節が存在し、弾性パネル側の音圧が正の時、付加ばねマス系は内側へ変位し、弾性パネルは変位しない。最後に述べた弾性パネルが変位しないモードは、一端および両端が弾性パネルからなる直方体閉空間では存在しなかった⁽³⁾⁽⁴⁾。なお、 $\Omega_s < \Omega_{f1}$ の場合についても同じような結果が得られることを確認した。

以上のことから、本連成系における特徴的な第2モードについて、弾性パネル側音圧と構造系の変位に関する特徴を以下のように整理することができる。

特徴 1:

- $\Omega_a < \Omega_{f1}$ の場合: 固有振動数は $\Omega_a < \omega_2 < \Omega_{f1}$ となる。弾性パネル側音圧が正 (負) のとき、弾性パネルが外側 (内側)、付加ばねマス系は内側 (外側) へ変位する。
- $\Omega_a > \Omega_{f1}$ の場合: 固有振動数は $\Omega_a > \omega_2 > \Omega_{f1}$ となる。弾性パネル側音圧が正 (負) のとき、弾性パネルが内側 (外側)、付加ばねマス系は内側 (外側) へ変位する。
- $\Omega_a = \Omega_{f1}$ の場合: 固有振動数は $\Omega_a = \omega_2 = \Omega_{f1}$ となり、弾性パネル側音圧が正 (負) のとき、弾性パネルは変位せず、付加ばねマス系は内側 (外側) へ変位する。

2.2 振動数応答関数に関する解析 付加ばねマス系が音圧の振動数応答関数に及ぼす影響について検討した。得られた結果の例として、弾性パネル中央から図1に示した音圧計測点までの振動数応答関数を、各IDの場合について示すと図4のようになる。

この図より、 $\Omega_a \neq \Omega_{f1}$ である ID.1,3,4 の場合、振

Fig. 3 Experimental mode shapes

動数応答関数が図に○で示す振動数 $\omega = \Omega_{f1}$ の点を必ず通り、前報で不動点と定義した点が存在することがわかる。この場合には弾性パネルの特性を変更しても、この付近で応答の大きさを低減することはできない (この特徴は前報⁽³⁾と同じである)。

これに対して $\Omega_a = \Omega_{f1}$ となる ID.2 の場合、第2モードの固有振動数 ω_2 は $\omega_2 = \Omega_a = \Omega_{f1}$ となり、 ω_2 の振動数応答関数の値は不動点の値よりも低いことがわかる。

以上のことをまとめると次のようになる。

特徴 2: $\Omega_a = \Omega_{f1}$ の場合、弾性パネルから音圧計測点までの振動数応答関数は第2モードの固有振動数 ω_2 で共鳴ピークを持たず、その値は不動点の値よりも低い。

この特徴は、前報で示した不動点を、付加ばねマス系により回避できることを意味する。例えば、自動車のこもり音問題において、不動点が存在する周辺の振動数で車内音を低減したい場合、主要な音源となっている弾性パネルの固有振動数ではなく不動点の振動数で固有振動数を持つ付加ばねマス系を、その弾性パネルに加えることにより実現できる。

3. 理論考察

上述した特徴を理論的に考察するために、箱型音響系を、図2に示す音響管でモデル化した。このモデルは1次元音響管で、一端が剛体で閉じられ、他端が弾性パネルに相当するばねマス系と補器類に相当するばねマス系から成る2自由度ばねマス系で閉じられている。音響管の長さを L 、断面積を S とする。音響管内の媒質の密度を ρ 、音速を c とする。また弾性パネルに相当するばねマス系の質量を m_1 、ばね定数を k_1 とする。これに付加されたばねマス系の質量を m_a 、ば

Fig. 4 Frequency response function

ね定数を k_a とする。座標系は図 2 のように、音響管の音場の左端を原点として x 軸を定める。なお実験解析では、音響系の 1 次の固有振動数付近に構造系の固有振動数がある場合の音場特性を求めたが、ここでは一般に音響系の n 次の固有振動数付近に 2 自由度ばねマス系の固有振動数がある場合の音場特性を論ずる。

3.1 固有モードの導出 音場を定める速度ポテンシャルを ϕ と置く。 ϕ は座標 x と時間 t の関数である。ばねマス系、付加ばねマス系の変位をそれぞれ w_1, w_a とする。これらは時間 t の関数である。

音響系の支配方程式は、速度ポテンシャル ϕ を用いて、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

となる。音圧 p と粒子速度 v は ϕ を用いて、

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}, v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2)$$

で与えられる。また音響系の両端の境界条件は、

$$v|_{x=0} = 0, v|_{x=L} = \dot{w}_1 \quad (3)$$

である。

2 自由度ばねマス系の運動方程式は、

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{w}_1 + (k_1 + k_a) w_1 - k_a w_a &= S p|_{x=L} \\ m_a \ddot{w}_a + k_a w_a - k_a w_1 &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

以上より、図 2 のモデルの音場特性を求めるには、境界条件 (3) を満足するように、式 (1), (4) で表される連立した偏微分方程式と常微分方程式を解けばよい。

求める解 ϕ, w_1, w_a を

$$\begin{aligned} \phi &= A \cos \frac{\omega x}{c} e^{j\omega t}, \\ w_1 &= D_1 e^{j\omega t}, w_a = D_a e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (5)$$

と置き、それらを式 (1), (4) に代入して整理すると、未知数 A, D_1, D_a を定める方程式として

$$\Gamma \begin{pmatrix} A \\ D_1 \\ D_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

を得る。ここに

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \frac{\omega}{c} \sin \frac{\omega L}{c} & -j\omega & 0 \\ -j\omega \rho S \cos \frac{\omega L}{c} & -\omega^2 m_1 + k_1 + k_a & -k_a \\ 0 & -k_a & -\omega^2 m_a + k_a \end{pmatrix} \quad (7)$$

である。

式 (6) より振動数方程式を導くと

$$\Delta(\omega) = \omega \rho c S \Lambda_2 \cos \frac{\omega L}{c} + \Lambda_1 \sin \frac{\omega L}{c} = 0 \quad (8)$$

となる。ここに

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \omega^4 m_1 m_a - \omega^2 (m_a k_1 + m_a k_a + m_1 k_a) + k_1 k_a \\ \Lambda_2 &= -\omega^2 m_a + k_a \end{aligned} \quad (9)$$

であり、 Λ_1 および Λ_2 は 2 自由度ばねマス系の振動数方程式、付加ばねマス系の振動数方程式である。

式 (8) を満足する ω が、連成系の固有振動数 ω_r ($r = 1, 2, 3, \dots$) である。なお、 $\Lambda_1 = 0$ を満足する ω が構造系の振動数 Ω_{s1}, Ω_{s2} であり、 $\Lambda_2 = 0$ を満足する ω が付加ばねマス系の固有振動数 Ω_a である。

各々の固有振動数に対する固有ベクトルは式 (6) より、

$$\begin{pmatrix} A_r \\ D_{1r} \\ D_{ar} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j c \Lambda_{2r} \\ \Lambda_{2r} \sin \frac{\omega_r L}{c} \\ k_a \sin \frac{\omega_r L}{c} \end{pmatrix} \quad (r = 1, 2, 3, \dots) \quad (10)$$

となる。添え字の r は連成系のモードの次数を示す。

3.2 固有振動数に関する考察 ここでは次項の考察が必要である。式 (8) で得られる連成系の固有振動数と非連成系の固有振動数などとの大小関係について整理する。

式 (8) を

$$\tan^{-1} \frac{\omega \rho c S \Lambda_2}{\Lambda_1} = -\frac{\omega L}{c} + n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (11)$$

と変形する。この式から、固有振動数は 2 つの関数

$$y = \tan^{-1} \frac{\omega \rho c S \Lambda_2}{\Lambda_1} \quad (12)$$

$$y = -\frac{\omega L}{c} + n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (13)$$

の曲線の交点であることがわかる。但し $-\pi/2 < y < \pi/2$ である。ここで式 (12) の曲線は付加ばねマス系の固有振動数 Ω_a

$$\Omega_a = \sqrt{\frac{k_a}{m_a}} \quad (14)$$

で横軸 $y = 0$ と交わり、2 自由度ばねマス系の固有振動数で発散する。

また、式 (13) の直線は、音響系の固有振動数

$$\Omega_{fn} = n\pi \frac{c}{L} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (15)$$

で横軸 $y = 0$ と交わる。

数値例によって検討するため、実験の場合に対応させて、音響系の 1 次の固有振動数付近を取り上げる。パ

ラメータの値を、弾性パネルに対応するばねマス系の固有振動数を $\Omega_s = 1455$ [rad/s]、音響系の1次固有振動数を $\Omega_{f1} = 1359$ [rad/s] とし、 Ω_{f1} の近傍に付加ばねマス系の固有振動数 Ω_a がある場合を考える。前報までにおいて連成系の固有振動数とモードシェイプの考察のために用いてきた固有特性線図 (Eigen-characteristics graph)⁽³⁾⁽⁴⁾ に式 (12), (13) の曲線を示すと、付加ばねマス系の固有振動数が $\Omega_a < \Omega_{f1}$ となる $\Omega_a = 1264$ [rad/s] の場合は図 5, $\Omega_a > \Omega_{f1}$ となる $\Omega_a = 1428$ [rad/s] の場合は図 6, $\Omega_a = \Omega_{f1}$ となる $\Omega_a = 1359$ [rad/s] の場合は図 7 となる (左軸座標と黒色実線)。

Fig. 5 Eigen-characteristics graph when $\Omega_a < \Omega_{f1}$

Fig. 6 Eigen-characteristics graph when $\Omega_a > \Omega_{f1}$

Fig. 7 Eigen-characteristics graph when $\Omega_a = \Omega_{f1}$

これら図において、各曲線の交点○印の横軸座標が連成系の固有振動数 ω_r ($r=1,2,3,\dots$) である。

最初に2自由度ばねマス系固有モードが音響系固有モードの連成の効果を受ける周波数範囲について考える。いずれの図も関数 $y = -\omega L/c + \pi$ 上に3つの交点があることがわかる。これは2自由度ばねマス系の固有モードは音響系の1次固有モードの連成による影響が大きいということを表す。つまり2自由度ばねマス系の固有振動数が $c\pi/(2L)$ から $3c\pi/(2L)$ の範囲にあれば音響系の1次固有モードの影響が明らかに見られる。2自由度ばねマス系の固有振動数 Ω_{s1}, Ω_{s2} をまとめて $(\Omega_{s1}, \Omega_{s2})$ と表すと、一般に $(\Omega_{s1}, \Omega_{s2})$ が

$$\frac{2n-1}{2L}c\pi < (\Omega_{s1}, \Omega_{s2}) < \frac{2n+1}{2L}c\pi \quad (n=0,1,2,\dots) \quad (16)$$

の時、2自由度ばねマス系の固有モードは音響系の n 次固有モードの連成による影響が大きいと言える。

次に非連成系の固有振動数 $\Omega_{s1}, \Omega_{s2}, \Omega_{f1}, \Omega_a$ と連成系の固有振動数 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ の大小関係について考える。式 (12) の値は $\omega < \Omega_{s1}$, $\Omega_a < \omega < \Omega_{s2}$ で正, $\Omega_{s1} < \Omega_a$, $\Omega_{s2} < \omega$ で負となる。また同様に式 (13) の値は $(2n-1)c\pi/(2L) < \omega < \Omega_{fn}$ で正, $\Omega_{fn} < \omega < (2n+1)c\pi/(2L)$ で負となる。したがって図5のような $\Omega_a < \Omega_{f1}$ の時は、 $\omega < \Omega_{s1}$ で1つ, $\Omega_a < \omega < (\Omega_{f1}, \Omega_{s2})$ で1つ, $(\Omega_{f1}, \Omega_{s2}) < \omega$ で1つ交点ができることがわかる。このことから、非連成系と連成系の固有振動数の大小関係は、図5のような $\Omega_a < \Omega_{f1}$ の時、

$$\omega_1 < \Omega_{s1} < \Omega_a < \omega_2 < (\Omega_{f1}, \Omega_{s2}) < \omega_3 \quad (17)$$

となる。図6のような $\Omega_a > \Omega_{f1}$ の時は、同様に

$$\omega_1 < (\Omega_{f1}, \Omega_{s1}) < \omega_2 < \Omega_a < \Omega_{s2} < \omega_3 \quad (18)$$

となる。

特に図7のような $\Omega_a = \Omega_{f1}$ の時は、 $\omega < \Omega_{s1}$ で1つ, $\omega = \Omega_a = \Omega_{f1}$ で1つ, $\Omega_{s2} < \omega$ で1つ交点が存在することがわかる。よって

$$\omega_1 < \Omega_{s1} < \omega_2 = \Omega_a = \Omega_{f1} < \Omega_{s2} < \omega_3 \quad (19)$$

となる。つまり、付加ばねマス系の特性次第では、図2のような連成系の固有振動数のうち、音響系の固有振動数と同じものが存在する。このような関係は高次の音響系固有モードと2自由度構造系固有モードが連成する場合でも一般的に同じことが言える。また、2自由度構造系固有モードが複数の音響系固有モードと連成した場合でも、連成する音響系との間で一般的にこのような関係は同じである。

3.3 モードシェイプに関する考察 ここでふたたび音響系の n 次の固有振動数付近に 2 自由度ばねマス系の固有振動数がある場合に戻り、モードシェイプについて考察する。最初の考察として、2 自由度ばねマス系の変位 w_1, w_a とばねマス系の位置の音圧 p の位相関係を検討する。

式 (5), (10) より, $\omega = \omega_r$ のときの w_1, w_a と p に関するモードシェイプは、次に述べる特別な場合を除いて、一般に

$$\begin{pmatrix} p_r \\ w_{1r} \\ w_{ar} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_r \rho c \Lambda_{2r} \cos \frac{\omega_r x}{c} \\ \Lambda_{2r} \sin \frac{\omega_r L}{c} \\ k_a \sin \frac{\omega_r L}{c} \end{pmatrix} \quad (r = 1, 2, 3, \dots) \quad (20)$$

で与えられる。

特に $\Omega_a = \Omega_{fn} (n = 1, 2, 3, \dots)$ となる場合には、式 (19) を得たと同じように $\omega = \omega_{(n+1)} = \Omega_a = \Omega_{fn} (n = 1, 2, 3, \dots)$ が連成系の固有振動数となり、このとき固有ベクトルは式 (10) からは不定となる。式 (6), (15) に戻って、この場合の固有ベクトルを求めると

$$\begin{pmatrix} A_{(n+1)} \\ D_{1(n+1)} \\ D_{a(n+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{jL}{n\pi} \\ 0 \\ \frac{(-1)^n \rho c S}{k_a} \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (21)$$

となる。したがって、 $\Omega_a = \Omega_{fn}$ となる場合、 $\omega = \omega_{(n+1)}$ に対するモードシェイプは

$$\begin{pmatrix} p_{(n+1)} \\ w_{1(n+1)} \\ w_{a(n+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho c \cos \frac{\omega_{(n+1)} x}{c} \\ 0 \\ \frac{(-1)^n \rho c S}{k_a} \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (22)$$

となる。

以上に述べた音響系の n 次固有振動数付近の式を用いて、特に音響系の 1 次固有振動数付近の 2 自由度ばねマス系の変位と $x = L$ における音圧の位相関係を考察する。このため、

$$z = \sin \frac{\omega L}{c} \quad (23)$$

$$z = \cos \frac{\omega L}{c} \quad (24)$$

を固有特性線図 5, 6, 7 に併記する (右軸座標と灰色実線)。この図において、各固有振動数 (図中の○) における $\sin(\omega_r L/c)$ の値を■, $\cos(\omega_r L/c)$ の値を●で示している。なお、それら位相関係を考察する際、付加ばねマス系の変位は $\Lambda_2(\omega) = 0$ の振動数、つまり、

付加ばねマス系の固有振動数 Ω_a で正負が逆転することに注意する。

前述したように第 1 モードでは $\omega_1 < (\Omega_{f1}, \Omega_a)$ であるから、 $\sin(\omega_1 L/c) > 0$, $\cos(\omega_1 L/c) < 0$, $\Lambda_2(\omega_1) > 0$ となり、第 3 モードでは $\omega_3 > (\Omega_{f1}, \Omega_a)$ であるから、 $\sin(\omega_3 L/c) < 0$, $\cos(\omega_3 L/c) < 0$, $\Lambda_2(\omega_3) < 0$ となる。以上のことから、2 自由度ばねマス系固有モードが音響系 1 次固有モードと連成する場合の音圧モードシェイプの位相関係は、ばねマス系側の音圧の正 (負) に応じて、第 1 モードでは、ばねマス系は外側 (内側)、付加ばねマス系は外側 (内側) へ変位し、第 3 モードでは、ばねマス系は内側 (外側)、付加ばねマス系は外側 (内側) へ変位する。

一方、第 2 モードでは式 (17), (18), (19) の関係から、 Ω_a, Ω_{f1} の大小により、 $\sin(\omega_2 L/c)$, $\cos(\omega_2 L/c)$, $\Lambda_2(\omega_2)$ の正負が以下ようになる。

- $\Omega_a < \Omega_{f1}$ の場合, $\sin(\omega_2 L/c) > 0$, $\cos(\omega_2 L/c) < 0$, $\Lambda_2(\omega_2) < 0$
- $\Omega_a > \Omega_{f1}$ の場合, $\sin(\omega_2 L/c) < 0$, $\cos(\omega_2 L/c) < 0$, $\Lambda_2(\omega_2) > 0$
- $\Omega_a = \Omega_{f1}$ の場合, $\cos(\omega_2 L/c) < 0$

したがって、第 2 モードの音圧モードシェイプの位相関係は Ω_a, Ω_{f1} の大小関係により異なり、ばねマス系側の音圧の正 (負) に応じて、

- $\Omega_a < \Omega_{f1}$ の場合, ばねマス系は外側 (内側), 付加ばねマス系は内側 (外側) へ変位する。
- $\Omega_a > \Omega_{f1}$ の場合, ばねマス系は内側 (外側), 付加ばねマス系は内側 (外側) へ変位する。
- $\Omega_a = \Omega_{f1}$ の場合, ばねマス系は変位せず, 付加ばねマス系は内側 (外側) へ変位する。

となることがわかる。

モードシェイプに関する第 2 の考察として、音響系の n 次固有振動数付近における音圧モードシェイプの節の位置を検討する。式 (20) により音圧の節位置は、一般に

$$x = \frac{c\pi(2n-1)}{2\omega_r} \quad (n = 1, 2, 3, \dots, r = 1, 2, 3, \dots) \quad (25)$$

で与えられる。

この結果を音響系の 1 次の固有振動数付近に当てはめると、次の結果が得られる。固有振動数は式 (16) より

$$\frac{\pi c}{2L} < \omega_1, \omega_2, \omega_3 < \frac{3\pi c}{2L} \quad (26)$$

の関係がある。この関係と、 $n = 1$ の場合の式 (25) から

$$\frac{1}{3} < \frac{x}{L} < 1 \quad (27)$$

が得られ、各固有モードの音圧モードシェイプの節は、 x 座標が $L/3 \sim L$ の間で音圧の節が1つ存在することがわかる。また、 $\Omega_a = \Omega_{f1}$ の時、第2モードの音圧のモードシェイプ節位置は、式(22)より音響管の中央に存在することがわかる。よって、付加ばねマス系の特性次第で、一端で2自由度ばねマス系と連成する音響管は、音響系の固有モードと同じ振動数、同じ音圧モードシェイプで共鳴することがわかる。これらの様子を模式的に図8に示す。これは**特徴1**と一致する。

3.4 振動数応答関数に関する考察 弾性パネルに対応するばねマス系に、大きさ F 、振動数 ω の調和強制外力 $Fe^{j\omega t}$ が加わる時、連成系の支配方程式は、2自由度ばねマス系の運動方程式が

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{w}_1 + (k_1 + k_a)w_1 - k_a w_a &= Sp|_{x=L} + Fe^{j\omega t} \\ m_a \ddot{w}_a + k_a w_a - k_a w_1 &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

で置き換えられ、それ以外は前と同じ式(1), (2), (3)となる。

入力 F に対する音圧の振動数応答関数 $P(x, \omega)$ を、未知量を式(5)と同じ形において求めると

$$P(x, \omega) = -\frac{\omega \rho c \Lambda_2 F}{\Delta(\omega)} \cos \frac{\omega x}{c} \quad (29)$$

となる。ここで $\Delta(\omega)$ は式(8)で与えられる振動数 ω の関数である。

音響系の n 次モードと2自由度ばねマス系のモードが連成する場合、式(29)より以下のことがわかる。

$\Omega_a \neq \Omega_{fn}$ の場合：

- 外力の振動数 ω が音響系の固有振動数 Ω_{fn} に一致するときの振動数応答関数の値は、 $\sin(\Omega_{fn}L/c) = 0$ ($n=1, 2, 3, \dots$) であることから、式(29)は

$$P(x, \Omega_{fn}) = -\frac{F}{S} \cos \frac{\Omega_{fn}x}{c} \quad (30)$$

Fig. 8 Mode shape when coupling with 1st acoustic mode

となり、前報と同様に加振するばねマス系および付加ばねマス系の特性に依存せず、ある一定の値をとり、前報で示した不動点が存在する。

- 音響管内の位置に関わらず、振動数応答関数は付加ばねマス系の固有振動数 Ω_a で、 $\Lambda_2(\Omega_a) = 0$ となることから反共振となる。

$\Omega_a = \Omega_{fn}$ の場合：

- 外力の振動数 ω が Ω_{fn} に一致するときの振動数応答関数は $P(\Omega_{fn}) = 0/0$ ($n=1, 2, 3, \dots$) の不定形となる。 $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x/x) = 1$ であることを利用して、この値を求めると

$$P(x, \Omega_{fn}) = \frac{2\rho c F}{2\rho c S + (Lk_a/c)} \cos \frac{\Omega_{fn}x}{c} \quad (31)$$

となる。よって特に音響系の1次の固有振動数付近を考えると、外力の振動数 ω が第2モード固有振動数 $\omega_2 = \Omega_a = \Omega_{f1}$ に等しいとき、音圧の振動数応答関数は有限の値を持つ。

- Ω_{fn} における音圧の振動数応答関数の値と前報で示した不動点の値の比は式(30), (31)より

$$\frac{2\rho c S}{2\rho c S + (Lk_a/c)} < 1 \quad (32)$$

となる。よって特に音響系の1次の固有振動数付近を考えると、 ω_2 における音圧の振動数応答関数の値は不動点の値よりも低い。

これらのことは**特徴2**と一致する。なお、付加ばねマス系の剛性 k_a が大きいほど、式(32)で示される音圧の振動数応答関数の比は小さくなり、その比は計測点の位置に依存しない。

4. ま と め

自動車のこもり音のような構造系と音響系が連成する問題の基礎的な検討を目的とし、一面が付加ばねマス系を有する弾性パネルで作られている場合の音場特性を解析した。まず実験を行い、付加ばねマス系の特性が $\Omega_a = \Omega_{fn}$ のとき

- 弾性パネルが動かなくなるモードが存在する。
- 音圧の振動数応答関数に、前報と異なって不動点なくなり、その付近での振動数応答関数の値が前報で示した不動点の値より低くなる。

などを明らかにすることができた。

次に箱形閉空間を、一端が2自由度ばねマス系からなる音響管でモデル化して理論的考察を行い、実験解析で得られた特徴を理論的に説明した。

これらの結果から、不動点が存在する周辺の振動数で車内音を低減したい場合、不動点の振動数の固有振動数を持つ付加ばねマス系を、主要な音源となってい

る弾性パネルに加えることにより実現できるという知見を得た。

文 献

- (1) 萩原一郎, 馬 正東, 構造-音場連成系の固有モード及び振動数応答感度解析手法の開発, 機械学会論文集 (C), 57 巻, 534 号, (1991), pp.420-425
 - (2) 南 秀樹, ヤニック ディモンド, 鉄道車両における車体構造系と車室内音響系の連成振動に関する理論的考察, 日本音響学会誌, 56 巻, 4 号, (2000), pp.225-231
 - (3) 山内 裕司, 清野 裕之, 安田 仁彦, 構造・音響連成系の実験解析と理論考察 (一端で弾性パネルと連成する音響管の場合), 機械学会論文集 (C), 69 巻, 685 号, (2003), pp.2256-2261
 - (4) 山内 裕司, 清野 裕之, 安田 仁彦, 構造・音響連成系の実験解析と理論考察 (両端で弾性パネルと連成する音響管の場合), 機械学会論文集 (C), 69 巻, 686 号, (2003), pp.2533-2540
-