離散化構造要素を用いたトポロジー最適化*

竹澤晃弘^{*1}, 西脇眞二^{*2}, 泉井一浩^{*2}
吉村允孝^{*3}, 西垣英一^{*4}, 鶴見康昭^{*4}

Topology Optimization Using Structural Discrete Elements

Akihiro TAKEZAWA, Shinji NISHIWAKI^{*5}, Kazuhiro IZUI,
Masataka YOSHIMURA, Hidekazu NISHIGAKI and Yasuaki TSURUMI^{*5} Department of Precision Engineering, Kyoto University,
Yoshida-honmachi, Sakyo-ku, Kyoto, 606-8501 Japan

Computer Aided Engineering (CAE) has been successfully utilized in mechanical industries, but few CAE tools that include structural optimization can be utilized at the conceptual design phase, since the development of such tools has been based on continuum mechanics that limit the provision of useful design suggestions at this phase. In order to mitigate this problem, a new type of CAE based on classical structural mechanics, First Order Analysis (FOA), is proposed. In this paper, we present a topology optimization method that corresponds to FOA concepts. This optimization method is constructed, based on discrete and function-oriented elements such as frame, panel and spring elements, and sequential convex programming. In addition, examples are provided to show the utility of the methodology presented here for mechanical design engineers.

Key Words: Design Engineering, Optimum Design, Structural Analysis, Framed Structure, Sensitivity Analysis, Computer Aided Engineering

1. 緒言

近年の機械製品の開発において、CAE^①は必要不可欠なものになっている。コンピュータ技術の飛躍的な発展に伴い、CAEは、試作品を作成すること無しに機械製品の性能を定量的に評価可能とし、必要な場合には最適設計技術に基づき性能改善を行うことも可能となっている。しかし、このようなCAEは、試作・実験的評価の数値的代替手法にとどまり、製品の構想設計段階において、製品の基本的な性能に起因する形態・形状を明確化したり、抜本的な性能向上を狙った構造形態を創出するために利用することは難しい。

他方、構想設計段階において、製品の機能と形態を論理立てて分析することにより、基本構想を評価する方法として、QFD法^②などの種々の方法が提案されている。しかしこれらの方法は、性能の極めて定性的な評価にと

どまり、力学的観点に基づき機械構造の性能評価をすることは難しい。

このような問題を解決する方法として、First Order Analysis^③(以下FOAと略す)が提案されている。FOAは、設計者に設計要因と性能を力学的に筋道を立てて理解可能な物理量を提供し、構想設計段階における意思決定を支援することを目的としている。そして、このようなFOAを実現するためには、フレーム要素やパネル要素のように要素の機能が力学的に明確で、最適構造に内在する構造的意味や設計指針が得やすい離散化構造要素に基づいたトポロジー最適設計法の開発が必要となる。

ところで、従来までの離散化要素を用いた最適化手法としては、主にトラス要素を用いた多くの方法^{④, ⑤}が提案されている。しかし、トラス要素は極めて単純化された要素であり、これらの方法を実際の機械設計に適用することは難しい。これに対して、西脇^⑥や藤井^⑦は、実用的な要素である骨組み要素に基づいた方法を提案しているが、より一般的な構造設計においては、性能を骨組み要素だけで評価することには限界がある。

そこで、本研究では、自動車のボデー・サスペンションのようなフレーム構造とパネル構造で構成される機械構造への適用を目指し、より一般的な離散化要素に基づ

* 原稿受付 2003年8月5日。

^{*1} 京都大学大学院工学研究科(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)。^{*2} 正員, 京都大学大学院工学研究科。^{*3} 正員, フェロー, 京都大学大学院工学研究科。^{*4} 正員, (株)豊田中央研究所(〒480-1192 愛知県愛知郡長久手町)。

E-mail: shinji@prec.kyoto-u.ac.jp

いた最適設計法を構築する。すなわち、フレーム要素、パネル要素と、機械設計に必要な不可欠な結合部を評価するためのばね要素に基づいたトポロジー最適化法を開発することにより、上述の機械製品の構想設計への適用を検討する。

以下、2章では、構想設計段階で最も一般的な最適化問題である剛性最大化問題について、目標関数の定式化を行う。次に、離散化要素における設計変数の設定とその要素の定式化を行い、マルチローディング^⑧の考え方を基に、最適化問題を定式化する。そして、この定式化に基づき、逐次凸関数近似法を用いたトポロジー最適化アルゴリズムを構築する。最後に、3章では簡単な数値例により、本報で提唱する方法論の妥当性を検証する。

2. 定式化

2.1 剛性の定式化 図1に示すように、節点間を離散化弾性要素で連結した構造物の静的な変形問題について考える。構造物の各節点は並進方向に x, y, z の3自由度、回転方向に $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ の3自由度を持つものとする。そして、図1に示した弾性構造物の境界 Γ_d を完全固定し、構造物内の節点 Q_i に荷重ベクトル f を作用させたときの構造物の変形ベクトルを u であるとする。ここで f, u は次式で表される。

$$f = \{0, 0, 0, \dots, f_{x_i}, f_{y_i}, f_{z_i}, f_{\theta_{x_i}}, f_{\theta_{y_i}}, f_{\theta_{z_i}}, \dots, 0, 0, 0\}^T \quad (1)$$

$$u = \{u_{x_1}, u_{y_1}, u_{z_1}, u_{\theta_{x_1}}, u_{\theta_{y_1}}, u_{\theta_{z_1}}, \dots, u_{x_n}, u_{y_n}, u_{z_n}, u_{\theta_{x_n}}, u_{\theta_{y_n}}, u_{\theta_{z_n}}\}^T \quad (2)$$

なお、ここでは簡略化のため構造物の1節点に荷重をかけた場合を考えているが、複数の荷重を複数の節点に同時に作用させてもよいものとする。

この時、次式に示す荷重ベクトル f と変形ベクトル u の積である平均コンプライアンス^⑨が、節点 Q_i に荷重ベクトル f を作用させた場合の剛性の尺度となる。

Fig.1 An elastic structure subjected to a force.

$$l = f \cdot u = f^T u \quad (3)$$

すなわち、この l を最小化することにより、剛性を最大化することができる。

2.2 トポロジー最適化の考え方 トポロジー最適化の基本的な考え方は固定設計領域^⑩の設定と次式に示す特性関数 χ_Ω の導入にある。すなわち、最適構造となるべき本来の設計領域 Ω_d を包括する固定設計領域 D を最初に設け、その固定設計領域と特性関数 χ_Ω を用いて、最適化問題を材料分布問題、あるいは要素配置問題に置き換えることにある。

$$\chi_\Omega(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in \Omega_d \\ 0 & \text{if } x \in D \setminus \Omega_d \end{cases} \quad (4)$$

上式の χ_Ω を用いれば固定設計領域 D 内の座標 x にある点が Ω_d 内にあるかの判断をすることにより、最適構造を決定することができる。この特性関数を離散化要素に適用する場合、要素が存在するかどうかの有限個の不連続性が存在するという問題が生じる。そこで、ここでは密度法^⑪的な考え方に基づいた次式により、特性関数を連続関数に置き換える設計空間の緩和を行う。

$$\rho_v \approx \chi_\Omega(x) \quad (5)$$

ここで、 ρ_v は正規化された設計変数で、

$$0 \leq \rho_v \leq 1 \quad (6)$$

なる値をとる。また P は ρ_v にペナルティを与えるパラメータで、これにより、計算上の体積密度の相違は、実際の相違よりも強調することができる。式(5)を用いれば、最適設計問題を固定設計領域 D 内における構造要素の連続的な分布問題に置き換えることができる。

2.3 設計要素の定式化 前述のように、本研究では設計要素としてフレーム要素、パネル要素、ばね要素を想定している。以下その詳細について説明する。

2.3.1 フレーム要素の定式化 フレーム要素は軸力、曲げ、ねじりに対する6自由度の剛性を持つ。本研究では、最も単純な場合を想定し、断面は中実円と仮定して、次式の正規化された断面積 ρ_A を設計変数とする。

$$A = \rho_A^P A_{\max} \quad (0 \leq \rho_A \leq 1) \quad (7)$$

ここで P_A はペナライゼーションパラメータ、 A は断面積、 $A_{\max}$ は最大時の断面積である。また、フレーム要素の剛性マトリクスを作成する際に必要な各物理量は以下のよう求められる。フレームの直径を d とすれば、

$$\rho_A^3 A_{\max} = \frac{\pi}{4} d^4 \quad (8)$$

なる関係が成り立つので、断面二次モーメント I_y と I_z は、

$$I_y = I_z = \frac{\pi}{64} d^4 = \frac{\pi}{64} \left(\frac{4\rho_A^p A_{\max}}{\pi} \right)^2 = \frac{(\rho_A^p)^2 A_{\max}^2}{4\pi} \dots\dots (9)$$

断面二次極モーメント J_x は,

$$J_x = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{32} \left(\frac{4\rho_A^p A_{\max}}{\pi} \right)^2 = \frac{(\rho_A^p)^2 A_{\max}^2}{2\pi} \dots\dots\dots (10)$$

となる。上式の関係を用いて要素剛性マトリクスを作成する。

2. 3. 2 パネル要素の定式化 機械構造を構

成する薄板パネルでは、面内方向の釣合いが支配的で、パネルに求められる剛性は主に面内方向である。これに対して、面外方向の剛性は低く、機械構造の性能としてこの剛性が要求される場合は少ないので、面外方向の剛性は構想設計時の評価においては、無視できると考えられる。そこで、本研究ではパネル要素の定式化においては、面内方向の釣り合いのみを考慮する。

パネル要素における設計変数は、次式の正規化されたパネルの厚さ ρ_i とする。

$$t = \rho_i^p t_{\max} \quad (0 \leq \rho_i \leq 1) \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 P_i はペナライゼーションパラメータ、 $t_{\max}$ は最大時の板厚である。

次に応力仮定⁽¹⁾に基づいて要素剛性マトリクスの定式化を行う。応力仮定では、面内曲げが支配的な場合について、比較的精度の良い結果が得られるうえ、応力 s の補間関数と変位 u の補間関数を独立に定義できるので、パネルの支配的な応力をあらかじめ仮定できる特徴を持つ。最初に、局所座標系と全体座標系の対応を定式化すれば、次式となる。

$$x_i = \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (X_i - X_c) \cdot e_x \\ (X_i - X_c) \cdot e_y \\ (X_i - X_c) \cdot e_z \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 X_c は要素中心ベクトルであり、 e_x, e_y, e_z は局所座標系の単位ベクトルである。上式の局所座標に基づき、要素中の応力分布を以下の二つの仮定により定式化する。まず最初の場合は、真応力とせん断応力を次式で補間する場合である。

$$s = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c_{11} + c_{12}y \\ c_{21} + c_{22}x \\ c_{31} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{21} \\ c_{22} \\ c_{23} \end{Bmatrix} = N_s c \dots\dots\dots (13)$$

この場合は一般のパネルと同様に真応力とせん断応力を支持することができる。また、二番目の場合はせん断応力のみを次式で補間する場合である。

$$s = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_{31} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{21} \\ c_{22} \\ c_{23} \end{Bmatrix} = N_s c$$

\dots\dots\dots (14)

なお、ここで二つのパネル要素を定式化した理由は、これら二つの要素を用いて得られた最適解を比較することにより、構造の力学的メカニズムが明確になるからである。すなわち、両者から得た最適構造を力学的見地から比較すれば、その構造の支配的な応力を判断することができ、その構造の成り立ち、あるいはしくみを理解できるからである。以後、通常パネルと記述したら式(13)で定式化したパネルを示し、せん断パネルと記したら式(14)で定式化したパネルを示す。

また、変位 u は一般的な双一次の補間関数 N を用いて次式で表す。

$$u_e = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = Nd \dots\dots\dots (15)$$

d は、4つの節点の変位ベクトルで、これを用いれば微小ひずみ e は変位ベクトル u を用いて次のように表される。

$$e = \partial u = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} u = \partial Nd = Bd \dots\dots\dots (16)$$

他方、応力-ひずみ関係式は次のように得られる。

$$D^{-1}s - e = D^{-1}s - \partial u = 0 \dots\dots\dots (17)$$

しかし、この要素では応力と変位を独立に仮定しているため、式(16)から得られるひずみと、式(17)から得られるひずみは一致しない。ここでは、

$$\min_{\frac{1}{2} \int_{\Omega_e} (D^{-1}s - \partial u) D (D^{-1}s - \partial u) d\Omega_e, \dots (18)$$

となるように、すなわち、式(17)をエネルギー残差が最小になるように緩和することによって、エネルギーの釣り合いを確保する。ここで、 D は弾性マトリクス、 Ω_e は要素の領域である。よって式(16)、式(18)より、次式が得られる。

$$\int_{\Omega} \delta s^T (D^{-1}s - \partial u) d\Omega = \delta c \int_{\Omega} N_s^T D^T (N_s c - B d) d\Omega \\ = \delta c (M_s c - M_B d) = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(19)を式(17)に代入して、

$$e = D^{-1}s = D^{-1}N_s c = D^{-1}N_s M_s^{-1} M_B d = \bar{B} d \quad \dots\dots\dots (20)$$

が得られるので、要素剛性マトリクスは次式となる。

$$K_e = \int_{\Omega_e} e^T D e d\Omega = \int_{\Omega_e} \bar{B}^T D \bar{B} d\Omega = M_B^T M_s^{-1} M_B \\ \dots\dots\dots (21)$$

なお詳細は文献⁽¹¹⁾を参照されたい。

2. 3. 3 ばね要素の定式化 ばね要素における設計変数は、正規化されたばね定数 ρ_k とする。但し、最適な溶接の強さを求めるのではなく、得られた結果をもとに最適な溶接位置を探索する事を目的とする。この時、並進に対するばね定数 k_t と回転に対するばね定数 k_r を次式で示す。

$$k_t = \rho_k^{\beta} k_{t, \max}, \quad k_r = \rho_k^{\beta} k_{r, \max} \quad (0 \leq \rho_k \leq 1) \quad \dots\dots (22)$$

P_k はペナライゼーションパラメータ、 $k_{t, \max}$ 、 $k_{r, \max}$ はそれぞれ、並進、回転に対する最大時のばね定数である。なお、 $k_{t, \max}$ 、 $k_{r, \max}$ の設定の仕方により、種々の溶接法を表現することができる。

2. 4 最適化問題の定式化 n_f 本のフレーム要素と、 n_p 枚のパネル要素と、 n_k 個のばね要素で構成される設計領域 D に、荷重を別々に作用させるようなマルチローディングの問題が m 通りある場合について、剛性最大化を行う。すなわち、荷重ベクトル f^j ($j=1, \dots, m$) で表される荷重が作用する時に、後述する制約条件のもとで剛性の最大化をはかる。なお、境界 Γ_0 を完全固定して、荷重を作用させた時の変位を u^j ($j=1, \dots, m$) とし、平均コンプライアンスを l^j ($j=1, \dots, m$) とする。また、最適化の制約条件としては、フレーム、パネル要素については総体積とし、ばね要素に関しては設計変数 $\rho_{k,i}$ に比例するコストの総和とする。このとき、最適化問題は以下のよう定式化される。

$$\text{minimize } l = \{l^1, \dots, l^j, \dots, l^m\}^T \quad \dots\dots\dots (23)$$

$\rho_{A,i_A}, \rho_{t,i_t}, \rho_{k,i_k}$

制約条件

$$V_B = \sum_{i_A=1}^{n_A} \rho_{A,i_A} A_{\max} L_{i_A} \leq V_B^U, \quad V_P = \sum_{i_t=1}^{n_t} \rho_{t,i_t} t_{\max} A_{i_t} \leq V_P^U \\ \dots\dots\dots (24)$$

又は

$$V = V_B + V_P = \sum_{i_A=1}^{n_A} \rho_{A,i_A} A_{\max} L_{i_A} + \sum_{i_t=1}^{n_t} \rho_{t,i_t} t_{\max} A_{i_t} \leq V^U \\ \dots\dots\dots (25)$$

$$TC = \sum_{i_k=1}^p \rho_{k,i_k} C_{\max} \leq TC^U \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$0 \leq \rho_{A,i_A} \leq 1 \quad \text{for } i_A = 1, \dots, n_A \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$0 \leq \rho_{t,i_t} \leq 1 \quad \text{for } i_t = 1, \dots, n_t \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$0 \leq \rho_{k,i_k} \leq 1 \quad \text{for } i_k = 1, \dots, n_k \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$Ku^j = f^j \quad \text{for } j = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここで ρ_{A,i_A} は i_A 番目のフレーム要素の設計変数、 ρ_{t,i_t} は i_t 番目のパネル要素の設計変数、 ρ_{k,i_k} は i_k 番目のばね要素の設計変数、 L_{i_A} は i_A 番目フレーム要素の長さ、 V_B はフレーム要素の体積の総和、 V_P^U はフレーム要素の体積制約の上限値、 A_{i_t} は i_t 番目のパネル要素の面積、 V_P はパネル要素の体積の総和、 V_P^U はパネル要素の体積制約の上限値、 V^U はフレーム要素、パネル要素の体積の総和を制限する体積制約の上限値、 $C_{\max}$ はばね要素一つあたりのコストの最大値、 TC はばね要素のコストの合計、 TC^U はばね要素のコスト制約の上限値、 K は設計領域全体の剛性マトリクスである。

上式の多目的問題を解く方法として、本研究では Suzuki と Kikuchi⁽⁸⁾ の方法に基づき、次式の目的関数 f を用いる。

$$f = \max_{j=1, \dots, m} l^j \quad \dots\dots\dots (31)$$

上式を用いれば、平均コンプライアンスが最大のものを最小化することになるので、剛性がいちばん低い場合について、剛性が向上されることになる。したがって、結果的にすべての場合について平均的な剛性を持つ最適構造が得られることになる。

図2に最適化のフローチャートを示す。最初に剛性マトリクス K を求め、次に、釣り合い方程式を解いて、変位ベクトル u を求める。その値を用いて平均コンプライアンスを求める。この時、体積制約及びばね要素のコスト制約を計算し、収束判定を行う。目的関数が収束していれば、最適化を終了し、収束していなければ、平均コンプライアンス l と制約条件の、設計変数 ρ_{A,i_A} 、 ρ_{t,i_t} 、 ρ_{k,i_k} に関する感度を計算し、それを用いて設計変数 ρ_{A,i_A} 、 ρ_{t,i_t} 、 ρ_{k,i_k} を更新する。その後、剛性マトリクス K を再作成し、同様の計算を繰り返す。

設計変数の更新の際の最適化手法には、逐次凸関数近似法である CONLIN (Convex Linearization)⁽¹²⁾ を使用する。CONLIN は、剛性問題に対して、発見的手法無しで高い収束性が得られる特徴を持つ。CONLIN の基本的な考え方は、目標関数あるいは制約条件である関数 h を、

Fig.2 Flowchart of optimization procedure

$$\eta_i = \begin{cases} d_i & \text{if } \partial h / \partial d_i > 0 \\ 1/d_i & \text{if } \partial h / \partial d_i < 0 \end{cases} \quad \text{for } i=1, \dots, n$$

..... (32)

なる媒介変数を用いて近似する事にある。ここで用いる目標関数については、ひずみエネルギーと同じ次元を持ち、その感度は負となるので、上式の二番目の近似が適用される。他方、ひずみエネルギーは、荷重規定の問題では各要素の剛性の値、すなわち本定式化では変数 ρ_{u_i} , ρ_{h_i} , ρ_{k_i} に対して反比例することになる。これは、上式が本来の目標関数に近い形態で近似していることを示し、高い収束性が期待できる。

3. 数値例

いくつかの数値例により、本研究で提唱する方法論の妥当性を検証する。なお、構造物の材料にはいずれの場合にも鋼を想定し、ヤング率を209GPa、ポアソン比を0.3とした。また、各設計要素のパナルティを与えるパラメータ P_A , P_l , P_k は、設計変数と体積あるいはコストとの関係に物理的な整合性をとるためにそれぞれ1とした。

3. 1 パネル要素の定式化の相違と最適解の関係 最初に、2次元のモデルを用いて、式(13)と式(14)により定式化される異なるパネル要素と、最適解の関係を検討する。図3に設計領域を示す。設計領域をx方向、y方向にそれぞれ4分割し、分割された各領域にはパネル要素を配置する。また、配置された各パネル要素の周上にはフレーム要素を配置する。さら

Fig.3 Design domain for 2D model

(a) Normal panel used

(b) Shear panel used

Fig.4 Optimal panel configurations of 2D model

に、固定設計領域 D の左側を完全固定し、右側の境界中心の節点に

つ方向に荷重10.0Nを作用させた場合の最適解を得る。

なお、ここではパネル要素のみを設計要素とし、フレーム要素は非設計要素とし、フレーム要素の影響を十分小さいものとし、すべてのフレーム要素の断面積を $1.26 \times 10^5 \text{ mm}^2$ とした。また、最大時のパネルの厚さ $t_{\max}$ は3.0mm、体積制約 V_p^U は全設計領域の30%と設定した。

図4に最適構造を示す。図中(a)の場合は式(13)の通常パネルを用いた場合で、(b)の場合は式(14)のせん断パネルを用いた場合で、正規化された板厚 ρ_i の分布を示している。なお、図中のカラーバーは各最適構造の板厚の差異を明確にするため、 ρ_i の最大値と最小値の間で割り当てた。

図中(a)では、設計領域の左側の上部及び下部の板厚が高いことがわかる。これは本荷重設定において生じる、x方向における真応力が高いために生じた結果と考えられる。これに対して図中(b)では、設計領域の中段部分のパネルの板厚が高い。これは、せん断パネルはせん断応力しか支持できず、結果として、せん断応力が支配的な中央部分に板が配置されたと考えられる。

3. 2 制約条件の相違と最適解の関係 次に、フレーム要素とパネル要素を同時に設計要素とし、2つの式(24)と式(25)に示す二つの体積制約の設定法と最適解の関係を検討する。なお、最適化のモデルとしては図3の2次元のモデルを使用し、パネル要素は通常パネルを用いた。また、最大時のフレームの断面積は $1.13 \times 10^6 \text{ mm}^2$ 、パネルの最大厚さは3.0mm、体積制約はいずれの場合においても全設計領域の30%として、最適化した。

Fig.5 Optimal configurations of 2D model constrained by different volume constraints

図5に最適構造を示す。図中(a)は、式(24)のパネル要素とフレーム要素に別々の体積制約を設定した場合の結果で、図中(b)は式(25)の両要素に共通の体積制約を設定した場合の結果である。両結果を比較すると共通の体積制約を設けた場合の方が、パネルの総体積が多くなっているのがわかる。これはこの荷重条件では、より多くの余剰体積をパネルに負担させた方が、より高い剛性が得られるということを示している。

3. 3 設計要素の機能と最適解の関係 次に、3次元のモデルを用いて設計要素の機能の相違と最適解の関係を検討する。図6に示したように2次元の5つの設計領域を用意し、それにより直方体の各面が設計領域と

Fig.6 Design domain for 3D model

Fig.7 Optimal configurations of 3D model (panel elements defined by eq.(13) used)

Fig.8 Optimal configurations of 3D model (panel elements defined by eq.(14) used)

なるように設定する。なお各面の設計領域の設定は図3の場合と同一にしている。固定設計領域Dの左側を完全固定し、右側の境界面の中心にx軸周りにトルク10.0N・mを作用させた場合の最適解を得る。なお、フレームの最大時の断面積は $2.83 \times 10 \text{ mm}^2$ 、パネルの最大時の厚さは3.0mmとし、体積制約は式(25)のもと全設計領域の50%とした。

図7、8に最適構造を示す。図7は通常パネルを用いた場合の結果で、図8はせん断パネルを用いた場合の結果である。どちらのパネルについても荷重点近傍にのみフレームが生じ、側面はパネルで占められていることがわかる。側面において、パネルの種類の違いによらず同じ形状が得られているのは、せん断が支配的であるため

Fig.9 Design domain of 2D Model including spring elements

の結果であると考えられる。なお、図8で荷重点近傍にパネルが生じていないのは、この条件では荷重点の周囲は剛体回転を生じ、せん断が生じないためであると考えられる。

3. 4 ばね要素を用いた場合の最適解の導出

次に、フレーム要素、パネル要素に加え、ばね要素も設計要素として用いた場合の最適解を検討する。図9に設計領域を示す。図に示したように、二次元モデルで使用した図3の中央に上から5箇所ばね要素を配置する。ばね要素の制約条件は $C_{\max} = 1.0$, $\pi^U = 0.40$ と設定した。 $C_{\max}$ はばね要素一つあたりのコストの最大値、 π^U はばね要素のコスト制約の上限値である。つまり5箇所のうち2箇所の溶接が許可されるものとして、最適な溶接位置を探るのが目的である。ばね定数の最大値は

Table.1 Optimal values of normalized spring stiffness ρ_k

No.	ρ_k
1	0.999
2	0.543×10^{-3}
3	0.111×10^{-4}
4	0.543×10^{-3}
5	0.999

Fig. 10 Optimal configurations of 2D Model including spring elements

$k_{t,\max} = 10.0 \text{ N/m}$, $k_{r,\max} = 10.0 \text{ N}\cdot\text{m}$ と設定する。また、同時にフレーム要素とパネル要素も設計要素とし、各設定条件は3. 2の場合と同一とした。

結果を表1及び図10に示す。表1において ρ_k の値は、上から図9の1～5に対応する。最上部と最下部で ρ_k の値が大きくなっており、この場合は上下端を溶接するのが適切であるということを示している。この結果は力学的にも合致したものである。

3. 5 T字型接合部の最適補強形状

続いて、パネル要素を用いて、自動車ボデーのT字型接合部の最適な補強形状を導出する。設計領域は図11-(a)に示す。フレームと外部のパネルを非設計要素とし、内部の補強パネルを設計要素とする。荷重条件は、図11-(b)の位置にマルチローディングでねじり $1.0 \text{ N}\cdot\text{m}$ と垂直荷重 10 N を加える。

結果を図12に示す。図中(a)は通常パネルを用いた結果で、図中(b)はせん断パネルを用いた結果である。両者の形状に大きな相違が見られないのは、この問題はせん断応力が支配的であるからであると考えられる。中央部

(a) Design and non-design domains
(b) Loading and boundary conditions
Fig.11 Initial optimization settings for panel reinforcements in T-shaped body part

Fig. 12 Optimal configurations of reinforcements in T-shaped body part

Fig. 13 Optimal normal panel reinforcements for T-shaped body part

に厚いパネルが生じているのは、Case1の荷重及びCase2, Case3のねじりを受けるためのものと考えられる。この検討により考えられる理想的な補強形状を図13に示す。このようにして、本手法により有効な補強方法が得られることがわかった。

4. 結言

本研究では、機械製品開発における構想設計段階での設計支援を目的とした、フレーム要素、パネル要素、ばね要素を用いたトポロジー最適化法を開発するとともに、簡単な数値例により、本研究で提案する方法の妥当性を検証した。結果を以下に示す。

(1) 構想設計段階で最も一般的な最適化問題である剛性最大化問題について、目標関数の定式化を行うとともに、フレーム要素、パネル要素、ばね要素の各離散化要素における設計変数を設定し、その設定に基づき各要素の定式化を行った。

(2) マルチローディングの考え方を基に、最適化問題を定式化し、逐次凸関数近似法を用いたトポロジー最適化アルゴリズムを構築した。

(3) 真応力とせん断応力を支持できる通常のパネルと、せん断応力のみを支持するせん断パネルから得られる最適構造を比較することにより、構造の力学的メカニズムを明確化できることを、簡単な数値例を用いて検証した。

(4) フレーム要素とパネル要素を同時に設計要素として最適化することにより、体積制約の相違と最適解の関係、並びに設計要素の機能と最適解の関係を明確化した。さらに、ばね要素を設計要素に加えることで、最適なばね要素の配置と最適構造が同時に得られることがわかった。

(5) 自動車ボデーのT字型接合部を模した設計モデルにより、最適な補強形状が得られることが確認できた。

文献

(1) Lemon, J. R., Tolani, S. K. and Klosterman, A. L.,

Integration and Implementation of Computer Aided Engineering and Related Manufacturing Capabilities into Mechanical Product Development Process, (1980), Gi-Jahrestagung.

(2) Clausen, D. *Quality Function Deployment*, Cambridge: MIT Press, (1994).

(3) Nishigaki, H., Nishiwaki, S., Amago, T., and Kikuchi, N., *First Order Analysis for Automotive Body Structure Design*, ASME DETC 2000/DAC-14533, (2000).

(4) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., *Topology Optimization*, (1994), 221-259, Springer.

(5) Kirsh, U., *Optimal Topologies of Structures*, *Applied Mechanics Reviews*, **42**(1989), 223-238.

(6) 西脇眞二・西垣英一・鶴見康昭・小島芳生・菊地昇, 機論, 65-662, C(2001), 3069-3077.

(7) 藤井大地, パソコンで解く構造デザイン, (2002), 26-90, 丸善.

(8) Suzuki, K. and Kikuchi, N., *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **93**(1991), 291-318.

(9) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **71**(1988), 197-224.

(10) Yang, R. J. and Chahande, A. I., *Struct. Opt.*, **9**(1995), 245-249.

(11) 関口美奈子・菊池昇, 日本計算工学会講演会論文集, 4(1999-5), 131-134.

(12) Fleury, C. and Braibant, V., *Int. J. Num. Methods Engrg.*, **23**(1986), 409-428.