2自由度繰返し制御系の一設計法*

山田 功^{*1}, 荒川 徹^{*2}, 菊地 聡子^{*2}
佐藤 圭司^{*3}, 奥山 正^{*4}

A Design Method for 2-Degree-of-Freedom Repetitive Control Systems

Kou YAMADA^{*5}, Tooru ARAKAWA, Satoko KIKUCHI,
Keiji SATOH and Tadashi OKUYAMA^{*5} Department of Mechanical System Engineering, Gunma University,
1-5-1 Tenjincho, Kiryu-shi, Gunma, 376-8515 Japan

In the present paper, we examine a design method for 2-degree-of-freedom repetitive control systems. The 2-degree-of-freedom control has good characteristics, such as the input-output characteristics for the reference input and feedback control characteristics can be independently settled. 2-degree-of-freedom controllers consist of the feed-forward controller and the feedback controller. Design method of feedback controller for the repetitive control systems has been considered sufficiently, but design of feed-forward controllers for the repetitive control system has not been considered yet. In order to design feed-forward controller for the repetitive control system, we must solve the interpolation problem. In addition, the interpolation problem for feed-forward controller for the repetitive control system has many interpolation points. No method has been proposed to solve the interpolation problem for feed-forward controller for the repetitive control system. The purpose of this paper is to give a design method for feed-forward controllers and to propose a design method of 2-degree-of-freedom repetitive control systems.

Key Words: Repetitive Control, 2-Degree-of-Freedom Control, Feed-Forward Control, Periodic Signal

1. は じ め に

本稿では、2自由度繰返し制御系の設計法について検討する。繰返し制御は、周期外乱や不確かさの存在のもとで周期目標入力に定常偏差なく追従する制御系である^{(1)~(11)}。陽子シンクロトロン⁽¹⁾の電磁石電源の高精度制御を目的としてはじめられた研究であり⁽¹⁾、これまで多くの理論とその応用に関する研究が発表されている^{(1)~(11)}。任意の周期目標入力に対し、定常偏差なく追従する繰返し制御系は中立型むだ時間系となり、制御対象を安定化する補償器の設計が難しい⁽⁸⁾。任意の周期目標入力に定常偏差なく追従するためには、制御対象がバイプロパーである必要があることが知られている^{(3)~(8)}。池田、高野は、真にプロパーな制御対象に対して、任意の周期目標入力に定常偏差なく追従するのは、物理的に無理があることを指摘した⁽⁹⁾。さらに参考文献⁽⁹⁾では、制御対象の相対次数が1次の場合には、高周波成分を持たない周期目標入力に対しては、

繰返し制御系が L_2 安定化可能であることを明らかにした。しかし、実際の制御対象は、ほとんどすべて真にプロパーであり、相対次数が1次とは限らない。そのため、任意の相対次数を持つ制御対象に対する繰返し制御系の設計法が検討されている^{(3)~(8)}。これらの研究は、大きく2つに分類される。一つは繰返し補償器内にローパスフィルタを用い遅れ型のむだ時間系にし安定化する方法^{(3)~(7)}、一つは減衰器を用いた方法である⁽⁸⁾。前者は、真にプロパーな制御対象に対しては、実用的な観点から、周期目標入力の低周波成分に対し高精度で追従し、周期目標入力の高周波成分に対する偏差を許容するというアイデアをもとに、ローパスフィルタを繰返し補償器内部に含めて安定化する方法である。後者は、減衰器を用いて、真にプロパーな制御対象に対する繰返し制御系を遅れ型むだ時間系に変換し、さらに部分極配置を用いて安定化をはかる方法である。後者は、周期目標入力の高周波成分に対しても定常偏差を小さくできるが、繰返し補償器内のむだ時間要素の状態を制御に利用しているため設計が難しい。一方、前者は周期目標入力の高周波成分に対する定常偏差は大きなものになるが、構成が簡単であるという特徴がある。そのため、前者の方法は修正繰返し制御系と呼ばれており、さまざまな実システムへ適用されている⁽¹⁰⁾。

* 原稿受付 2003年3月24日。

^{*1} 正員, 群馬大学工学部 (☎ 376-8515 桐生市天神町 1-5-1)。^{*2} 学生員, 群馬大学大学院工学研究科。^{*3} 群馬大学大学院工学研究科。^{*4} 正員, 山形県立産業技術短期大学校庄内校 (☎ 998-0102 酒田市京田 3-57-4)。

E-mail: yamada@me.gunma-u.ac.jp

このようにして、真にプロパーな制御対象に対する繰返し制御系におけるフィードバック補償器の設計法が完備されてきている。しかしながら、これまで発表されてきた繰返し制御系の設計は、すべてフィードバック補償器の設計法を検討しているにすぎない。すなわち、近年きめの細かい制御系を実現するため、フィードバック特性と目標追従特性を独立に指定できる2自由度制御構造⁽¹³⁾を用いた制御系設計が行われているが多いのに対し、繰返し制御系においてはフィードフォワード補償器の設計法が検討されておらず、フィードバック特性と目標追従特性を独立に指定できる2自由度制御構造⁽¹³⁾を持つ繰返し制御系は実現できていないという問題点がある。なお、参考文献⁽¹²⁾では、2自由度繰返し制御系の設計法を提案しているが、参考文献⁽¹²⁾の方法は、目標入力の周波数成分と異なる外乱を低減するためにフィードバック制御系を2自由度制御構造にしているにすぎず、やはりフィードバック特性と目標追従特性を独立には指定できない。

本稿では、これまで発表されていない繰返し制御系に対するフィードフォワード補償器の設計法を提案し、フィードバック特性と目標追従特性を独立に指定できる2自由度繰返し制御系の設計法を与える。まず、2自由度繰返し制御系の構造を与える。つぎに、一入力一出力系に対して、安定な低域通過逆システム⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾と繰返し制御系の特徴を利用した、繰返し制御系に対するフィードフォワード補償器の設計法のアイデアを示す。つぎに、繰返し制御系に対するフィードフォワード補償器の設計手順を与える。つぎに、この結果を拡張し、多入力多出力系に対する繰返し制御系のフィードフォワード補償器の設計法を提案する。最後に数値例を示し、本稿で述べた設計法の有用性を検証する。

本稿で使用する記号を以下にまとめる。

$R(s)$ s の実有理関数の集合

RH_∞ 安定プロパーな実有理関数の集合

H_∞ 安定 causal な関数の集合

2. 2自由度繰返し制御

図1で表される2自由度制御系を考える。ただし、

Fig. 1 2-degree-of-freedom control system

$G(s) \in R(s)$ は可制御、可観測、虚軸上に零点を持たない制御対象、 $C(s) \in R(s)$ はフィードバック補償器、 $\hat{Q}(s) \in R(s)$ 、 $\hat{G}(s) \in R(s)$ と $F(s) \in R(s)$ はフィードフォワード補償器であり

$$G(s)\hat{G}(s) = \hat{Q}(s) \quad (1)$$

を満足するものとし、 y は観測出力、 u は制御入力、 d は外乱、 r は周期 T の周期目標入力であり

$$r(t+T) = r(t) \quad (\forall t \geq 0) \quad (2)$$

を満足するものとする。

さて、図1の制御系の周期目標入力 r から観測出力 y までの伝達関数と外乱 d から観測出力 y までの伝達関数はそれぞれ、

$$\begin{aligned} y &= G(s)\hat{G}(s)F(s)r \\ &= \hat{Q}(s)F(s)r \end{aligned} \quad (3)$$

$$y = \frac{1}{1+G(s)C(s)}d \quad (4)$$

となる。それゆえ、図1の2自由度制御系は、入出力特性とフィードバック特性を独立に設計できるという利点がある。

制御対象 $G(s)$ に周期外乱や不確かさが存在していたとしても、出力 y が周期 T の周期目標入力 r の低周波成分

$$\omega_i = \frac{2\pi}{T}i \quad (i=0, \dots, N) \quad (5)$$

に定常偏差なく追従するためには、フィードバック補償器 $C(s)$ は

$$C(s) = C_r(s)\hat{C}(s) \quad (6)$$

と記述されなければならない⁽⁴⁾。ただし、 N は適当な正の整数であり、 N が大きいならば、広い周波数成分の周期目標入力を考えることを意味する。ここで、 $C_r(s)$ は周期 T の周期目標入力 r に対する内部モデルであり、

$$C_r(s) = \frac{1}{1-q(s)e^{-sT}} \quad (7)$$

と記述されるものとする。ただし、 $q(s)$ は $q(0) = 1$ を満足する漸近安定で真にプロパーなローパスフィルタとし、

$$1 - q(j\omega_i) = 0 \quad (i=0, \dots, N) \quad (8)$$

を満足するものとする。なお、実用上は、 $q(s)$ を

$$q(s) = \frac{1}{(1+s\tau_q)^{\alpha_q}} \quad (9)$$

とし

$$1 - q(j\omega_i) \simeq 0 \quad (i = 0, \dots, N) \quad (10)$$

を満足するように $\tau_q > 0$ を十分小さく選ぶことが多い。 α_q は適当な正の整数である。

また、フィードフォワード補償器 $\hat{G}(s)$, $\hat{Q}(s)$ と $F(s)$ は、

$$\begin{aligned} 1 - G(s)\hat{G}(s)F(s) \Big|_{s=j\omega_i} &= 1 - \hat{Q}(s)F(s) \Big|_{s=j\omega_i} \\ &= 0 \quad (i = 0, \dots, N) \end{aligned} \quad (11)$$

を満足しなければならない。さらに、図1の2自由度制御系の出力 y が(2)式の周期目標入力 r に定常偏差なく追従するためには、図1の制御系が安定であることが必要となる。参考文献⁽¹³⁾によると、図1の制御系が安定となるための必要十分条件は、

1. フィードバック補償器 $C(s)$ が制御対象 $G(s)$ を安定化する
2. フィードフォワード補償器 $\hat{G}(s)$ は安定
3. フィードフォワード補償器 $\hat{Q}(s)$ は安定
4. フィードフォワード補償器 $F(s)$ は安定

を満足することである。以上のことをまとめると、図1の制御系が(2)式の周期目標入力 r の低周波成分(5)式に定常偏差なく追従するためには、フィードバック補償器 $C(s)$ が制御対象 $G(s)$ を安定化し、さらに補償器 $C(s)$ が(6)式と記述され、フィードフォワード補償器 $\hat{G}(s)$, $\hat{Q}(s)$, $F(s)$ は安定で、(1), (11)式を満足するように設計しなければならない。

本稿では、フィードバック補償器 $C(s)$ の設計は参考文献^{(3)~(8)}にゆずり、図1の2自由度繰返し制御系におけるフィードフォワード補償器の設計法を検討する。

フィードフォワード補償器の設計の基本方針として、一入力一出力系に対する設計法がそのまま多入力多出力系に対しても適用できる方法を検討する。一入力一出力系に対する設計法が多入力多出力系に対しても適用できるようにするために、参考文献⁽¹⁵⁾のフィードフォワード補償器の設計法を援用することを考える。なぜなら、参考文献⁽¹⁵⁾のフィードフォワード補償器の設計法には、

1. 出力 y がステップ目標入力 r に定常偏差なく追従する。
2. 制御対象 $G(s)$ が多入力多出力系であったとしても、 r から y までの伝達関数は非干渉化されている。これは、多入力多出力系の入出力特性を指定する補償器の設計問題が、一入力一出力のそれに帰着されることを意味する。

という利点があるからである。それゆえ、出力 y が参考文献⁽¹⁵⁾の利点を維持しながら、(2)式で表される

周期目標入力 r に定常偏差なく追従するフィードフォワード補償器の設計問題を考える。図1の $\hat{G}(s)$ を参考文献⁽¹⁵⁾の方法を用いて設計すると、多入力多出力系に対するフィードフォワード補償器の設計問題が、一入力一出力系のそれに帰着される。 $F(s)$ は、図1の制御系の出力 y が周期目標入力 r に定常偏差なく追従するように設計される。ここで、図1の制御系において、 $F(s)$ が必ずしも因果的でなくても、図1の $\hat{r}$ を計算できれば、図1の制御系が構築できることに注意する。すなわち、繰返し制御系においては、周期目標入力 r が(2)式のように事前に与えられている。この、周期目標入力 r の未来値も事前に得られているという繰返し制御系の特徴を積極的に用いた $F(s)$ の設計法を提案する。

3. フィードフォワード補償器設計のアイディア

ここでは、図1のフィードフォワード補償器設計のアイディアを述べる。

説明を簡単にするために、目標入力 r は次式で表されると仮定する。

$$r = \frac{\bar{\omega}}{s^2 + \bar{\omega}^2} \quad (12)$$

ここで、 $\bar{\omega} > 0$ とする。

まず、図1の $\hat{G}(s)$ を

$$\begin{aligned} G(s)\hat{G}(s) &= \hat{Q}(s) \\ &= Q(s)G_K(s) \end{aligned} \quad (13)$$

満足するように設計する。ここで、 $G_K(s) \in RH_\infty$ はインナー関数で

$$G_K(-s)G_K(s) = 1 \quad (14)$$

$$G_K(0) = 1 \quad (15)$$

を満足するものとする。また、 $Q(s)$ は、

$$Q(s) = \frac{1}{(1+s\tau)^\alpha} \quad (16)$$

であり、 α は $\hat{G}(s)$ をプロパーにする任意の正の整数、 τ は十分小さい正の実数である。

つぎに、(11)式を満足する $F(s)$ の設計法のアイディアを述べる。説明を簡単にするために、 τ は十分小さく選ばれ、

$$Q(j\bar{\omega}) = 1 \quad (17)$$

を満足するものと仮定する。(17)式の仮定と(13)式から

$$\begin{aligned} 1 - G(s)\hat{G}(s)F(s) \Big|_{s=j\bar{\omega}} &= 1 - Q(s)G_K(s)F(s) \Big|_{s=j\bar{\omega}} \\ &= 1 - G_K(s)F(s) \Big|_{s=j\bar{\omega}} \end{aligned} \quad (18)$$

が成り立つ。\$F(s)\$ を

$$F(s) = e^{sW} \quad (19)$$

とおき、\$W\$ を

$$W = -\frac{\angle G_K(j\bar{\omega})}{\bar{\omega}} \quad (20)$$

と選ぶ。

(14) 式の仮定と簡単な計算から、(19) 式の \$F(s)\$ を用いると、

$$1 - G_K(s)F(s)|_{s=j\bar{\omega}} = 0 \quad (21)$$

が成り立ち、(11) 式を満足する \$F(s)\$ が設計できる。

ここで、\$G_K(s)\$ が (14)、(15) 式を満足するインナー関数であることから、\$\angle G_K(j\bar{\omega}) < 0\$ が成り立つ。したがって、(20) 式の \$W\$ は、\$W > 0\$ となる。このことから、(19) 式の \$F(s)\$ は因果的ではない。しかし、\$r\$ があらかじめ定められているという仮定から、\$F\$ は計算可能であり、図 1 の制御系は実現可能であることに注意する。

なお、ここで述べた方法は、(19) 式の \$F(s)\$ が予見器として働くので、提案方法は予見器 \$F(s)\$ を用いたフィードフォワード補償器の設計法であるといえる。

4. フィードフォワード補償器の設計

ここでは、3. で述べたアイデアを用い、出力 \$y\$ が (2) 式の周期目標入力 \$r\$ に定常偏差なく追従する \$F(s)\$ の設計手順を提案する。

3. で述べた方法と同様の方法で、図 1 の \$\hat{G}(s)\$ を設計する。したがって、\$\hat{G}(s)\$ は (13) 式を満足するように設計される。

(13) 式から、(11) 式を満足する \$F(s)\$ の設計問題は、

$$1 - Q(s)G_K(s)F(s)|_{s=j\omega_i} = 0 \quad (i=0, \dots, N) \quad (22)$$

を満足する \$F(s)\$ の問題と等価である。残された問題は、(22) 式を満足する \$F(s)\$ の設計手順を検討することである。まず、\$F(s)\$ を

$$F(s) = \sum_{i=0}^N h_i(s) e^{sW_i} \quad (23)$$

とおく。ここで、\$h_i(s) \in RH_{\infty}\$ (\$i=0, \dots, N\$)、\$W_i \in R\$ (\$i=0, \dots, N\$) である。簡単のため (23) 式を

$$\begin{aligned} F(s) &= \sum_{i=0}^N h_i(s) e^{sW_i} \\ &= \bar{h}_0(s) e^{sW_0} \left(1 + \bar{h}_1(s) e^{sW_1} \right. \\ &\quad \left. \left(1 + \bar{h}_2(s) e^{sW_2} \left(1 + \dots \left(1 + \bar{h}_N(s) e^{sW_N} \right) \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (24)$$

と書き換える。ただし、

$$h_i(s) = \prod_{k=0}^i \bar{h}_k(s) \quad (i=0, \dots, N) \quad (25)$$

$$W_i = \sum_{k=0}^i W_k \quad (i=0, \dots, N) \quad (26)$$

である。

このとき、(22) 式を満足する \$F(s)\$ の設計は、つぎの手順にまとめられる。

設計手順

Step 1. \$i=0\$ とする

(a) \$h_i(s)\$ は、\$|Q(j\omega_i)G_K(j\omega_i)h_i(j\omega_i)| = 1\$ を満足するように設計される。すなわち、\$h_i(s)\$ は

$$h_i(s) = 1 \quad (27)$$

と定められる。

(b) \$W_i\$ の設計

$$\{\angle(Q(s)G_K(s)) + \angle e^{sW_i}\}|_{s=j\omega_i} = 0 \quad (28)$$

を満足するように \$W_i\$ を選ぶ。すなわち、\$W_i\$ を

$$W_i = 0 \quad (29)$$

とする。

(c) \$i\$ に 1 を加え、つぎのステップへ。

Step 2. (24) 式から \$h_i(s)\$ は、

$$h_i(s) = \prod_{k=0}^i \bar{h}_k(s) \quad (30)$$

と記述される。\$\bar{h}_k(s)\$ を

$$\bar{h}_i(s) = l_i \hat{h}_i(s) \quad (31)$$

とする。ただし、\$l_i \in R\$、\$\hat{h}_i(s) \in RH_{\infty}\$ である。

\$i=1\$ のとき \$\hat{h}_i(s)\$ は、\$\hat{h}_i(j\omega_0) = \hat{h}_i(0) = 0\$ を満足するように

$$\hat{h}_i(s) = \frac{s}{b_i(s)} \quad (32)$$

とし、\$i > 1\$ のとき \$\hat{h}_i(j\omega_{i-1}) = 0\$ を満足するように

$$\hat{h}_i(s) = \frac{s^2 + \omega_{i-1}^2}{b_i(s)} \quad (33)$$

とする。ここで、\$b_i(s)\$ は (32)、(33) 式の \$\hat{h}_i(s)\$ をプロパーとする安定な多項式とする。\$l_i\$ を

$$l_i = \frac{\left| 1 - Q(j\omega_i)G_K(j\omega_i) \sum_{k=0}^{i-1} \bar{h}_k(j\omega_i) e^{j\omega_i W_k} \right|}{\left| Q(j\omega_i)G_K(j\omega_i) \hat{h}_i(j\omega_i) \prod_{k=0}^{i-1} \bar{h}_k(j\omega_i) \right|} \quad (34)$$

とする。

つぎに W_i を設計する。 W_i を,
 $Q(j\omega_i)G_K(j\omega_i)h_i(j\omega_i)e^{j\omega_i W_i}$ の位相角が
 $1 - Q(j\omega_i)G_K(j\omega_i)\sum_{k=0}^{i-1} h_k(j\omega_i)e^{j\omega_i W_k}$ の位相角
 と等しくなるように設計する。すなわち、

$$\begin{aligned} & \angle(Q(j\omega_i)G_K(j\omega_i)h_i(j\omega_i)e^{j\omega_i W_i}) \\ &= \angle\left(1 - Q(j\omega_i)G_K(j\omega_i)\sum_{k=0}^{i-1} h_k(j\omega_i)e^{j\omega_i W_k}\right) \end{aligned} \quad (35)$$

が成り立つように W_i を設計する。(35)式を満足する W_i は、

$$\begin{aligned} W_i &= \frac{1}{\omega_i} \left\{ -\angle(Q(j\omega_i)G_K(j\omega_i)h_i(j\omega_i)) \right. \\ &\quad \left. + \angle\left(1 - Q(j\omega_i)G_K(j\omega_i)\sum_{k=0}^{i-1} h_k(j\omega_i)e^{j\omega_i W_k}\right) \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

で与えられる。

Step 3. $i+1 > N$ ならば、終了。そうでない場合には、 i に 1 を加えて前のステップに戻る。

5. 2自由度繰返し制御系の設計手順

ここでは、2自由度繰返し制御系の設計手順を述べる。

4. で述べたフィードフォワード補償器の設計法を用いた2自由度繰返し制御系の設計手順は以下のようにとめられる。

Step 1. 観測出力 y が追従すべき周期 T の周期目標入力 r の周波数成分 (5) 式を決める。すなわち、(5) 式の N を定める。

Step 2. フィードバック補償器の設計

- (a) ローパスフィルタ $q(s)$ を (9) 式で与え、 $1 - q(j\omega_i) \simeq 0 (i = 0, \dots, N)$ を満足するように $\tau_q > 0$, α_q を定め、 $C_r(s)$ を (7) で与える。
- (b) (6) 式の $\hat{C}(s)$ を、

$$\left\| \frac{q(s)}{1 + G(s)\hat{C}(s)} \right\|_{\infty} < 1 \quad (37)$$

を満足するように定める。参考文献⁽¹⁰⁾から、(37)式を満足するように $\hat{C}(s)$ を定めると、(6)式のフィードバック補償器 $C(s)$ が制御対象 $G(s)$ を安定化する。なお、制御対象が一入力一出力であり $\hat{C}(s)$ のゲインを大きくすると (37) 式を満足する傾向にあることから、

(37) 式を満足する $\hat{C}(s)$ を試行錯誤的に求めることがそれほど難しくない。また、(37)式が H_{∞} 制御問題の感度低減化問題であることから、参考文献⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾の方法を用いて、(37)式を満足する $\hat{C}(s)$ をシステマティックにも設計できる。

Step 3. フィードフォワード補償器の設計

- (a) (13) 式を満足するようにフィードフォワード補償器 $\hat{G}(s) \in RH_{\infty}$, $\hat{Q}(s) \in RH_{\infty}$ を設計する。
- (b) 4. で述べた設計手順で $F(s)$ を設計する。

Step 4. 設計された $C(s)$, $\hat{G}(s)$, $\hat{Q}(s)$, $F(s)$ を用いて図 1 の 2 自由度繰返し制御系を設計する。

6. 多入力多出力系に対するフィードフォワード補償器

ここでは、4. の結果を拡張し、多入力多出力系のフィードフォワード補償器の設計法を与える。

図 1 の 2 自由度繰返し制御系を考える。ここで $G(s) \in R^{p \times p}(s)$ は可制御、可観測、虚軸上に零点を持たない制御対象で、

$$\text{rank } G(s) = p \quad (38)$$

を満足すると仮定する。 $C(s) \in R^{p \times p}(s)$ はフィードバック補償器、 $\hat{Q}(s) \in R^{p \times p}(s)$, $\hat{G}(s) \in R^{p \times p}(s)$ と $F(s) \in R^{p \times p}(s)$ はフィードフォワード補償器で (1) 式を満足する。 $y \in R^p$ は観測出力、 $u \in R^p$ は制御入力、 $d \in R^p$ は外乱、 $r \in R^p$ は (2) 式で記述される周期 T の周期目標入力である。

ここで考える問題は、4. と同様の方法で

$$I - G(s)\hat{G}(s)F(s)|_{s=j\omega_i} = 0 \quad (i = 0, \dots, N) \quad (39)$$

を満足する $F(s)$ を設計することである。

図 1 の $\hat{G}(s)$ を、参考文献⁽¹⁵⁾の方法を用いて

$$\begin{aligned} G(s)\hat{G}(s) &= \hat{Q}(s) \\ &= Q(s)G_K(s) \end{aligned} \quad (40)$$

を満足するように定める。ここで $G_K(s) \in RH_{\infty}^{p \times p}$ は対角なインナー関数で

$$G_K(s) = \text{diag} \{G_{K1}(s), \dots, G_{Kp}(s)\} \quad (41)$$

$$G_{Km}(-s)G_{Km}(s) = 1 \quad (m = 1, \dots, p) \quad (42)$$

$$G_K(0) = I \quad (43)$$

を満足する。 $Q(s)$ は

$$Q(s) = \text{diag} \left\{ \frac{1}{(1+s\tau_1)^{\alpha_1}}, \dots, \frac{1}{(1+s\tau_p)^{\alpha_p}} \right\} \\ = \text{diag} \{q_1(s), \dots, q_p(s)\} \quad (44)$$

である。 $\alpha_i (i=1, \dots, p)$ は $\hat{G}(s)$ をプロパーにする任意の正の整数とし、 $\tau_i (i=1, \dots, p)$ は十分小さい正の数である。

(40)式から、(39)式を満足する $F(s)$ の設計問題は

$$I - Q(s)G_K(s)F(s)|_{s=j\omega_i} = 0 \quad (i=0, \dots, N) \quad (45)$$

を満足することと等価である。 $F(s)$ を

$$F(s) = \text{diag} \{F_1(s), \dots, F_p(s)\} \quad (46)$$

とする。(41), (44), (46)式から(39)式は

$$1 - q_m(s)G_{Km}(s)F_m(s)|_{s=j\omega_i} = 0 \quad (47) \\ (i=0, \dots, N : m=1, \dots, p)$$

と書き換えられる。(47)式は、明らかに一入力一出力系に対するフィードフォワード補償器の設計問題である。それゆえ、多入力多出力系に対するフィードフォワード補償器 $F(s)$ は4.と同様の手順を用いて設計できる。

7. 数 値 例

ここでは数値例を示し、本稿で述べた2自由度繰返し制御系の設計法の有用性を検証する。

つぎの不安定で非最小位相な制御対象

$$G(s) = \frac{-s+200}{s^2+13s-140} \quad (48)$$

に対し、周期 $T=1[\text{sec}]$ の周期目標入力 r

$$r = \sin(2\pi t) + \sin(4\pi t) \quad (49)$$

に定常偏差なく追従する図1の2自由度繰返し制御系を設計することを考える。フィードバック補償器 $C(s)$ を(6)式とおく。ただし、 $C_r(s)$ は(7)式、 $q(s)$ を

$$q(s) = \frac{1}{1+0.01s} \quad (50)$$

とする。なお、この数値例では、本稿で提案したフィードフォワード補償器の設計法の効果を明確にするために、フィードバック補償器 $C(s)$ だけをういた場合(図1において $F(s)=1$, $\hat{G}(s)=0$, $\hat{Q}(s)=1$ とした場合)には、偏差が残るように、あえて $q(s)$ を(50)式としていることに注意する。

(48)式の制御対象 $G(s)$ が不安定であるが一入力一出力系であるため、(37)式を満足する(6)式の $\hat{C}(s)$ を

設計することは、それほど難しくない。若干の試行錯誤により(6)式の $\hat{C}(s)$ を

$$\hat{C}(s) = \frac{100s^4 + 5020s^3 + 85680s^2 + 527950s + 129240}{s^4 + 440s^3 + 15260s^2 + 184030s + 49671} \quad (51)$$

と選ぶと、(37)式の安定条件を満足し、(6)式のフィードバック補償器 $C(s)$ が制御対象 $G(s)$ を安定化することが、簡単な計算から確認できる。

つぎにフィードフォワード補償器を設計する。目標入力 r が(49)式であるので $N=2$ とする。制御対象 $G(s)$ のインナー関数 $G_K(s)$ を

$$G_K(s) = \frac{-s+200}{s+200} \quad (52)$$

とし、ローパスフィルタ $Q(s)$ を

$$Q(s) = \frac{1}{1+0.01s} \quad (53)$$

とすると、(13)式からフィードフォワード補償器 $\hat{G}(s)$, $\hat{Q}(s)$ はそれぞれ

$$\hat{G}(s) = \frac{100s^2 + 1300s - 14000}{s^2 + 300s + 20000} \quad (54)$$

$$\hat{Q}(s) = \frac{-100s + 20000}{s^2 + 300s + 20000} \quad (55)$$

と求められる。

4.で述べた設計手順で、フィードフォワード補償器 $F(s)$ を設計すると、(23)式の $h_i(s) (i=0, 1, 2)$, $W_i (i=0, 1, 2)$ はそれぞれ

$$h_0(s) = \bar{h}_0(s) = 1 \quad (56)$$

$$h_1(s) = \prod_{k=0}^1 \bar{h}_k(s) \quad (57)$$

$$h_2(s) = \prod_{k=0}^2 \bar{h}_k(s) \quad (58)$$

$$\bar{h}_1(s) = \frac{0.02s}{0.001s+1} \quad (59)$$

$$\bar{h}_2(s) = \frac{10^{-4}(0.09s^2 + 3.554)}{(0.01s+1)^2} \quad (60)$$

$$W_0 = 0 \quad (61)$$

$$W_1 = 0.0175 \quad (62)$$

$$W_2 = 0.2780$$

(63)

8. お わ り に

と求められる。

つぎに本稿で提案した2自由度繰返し制御系図1の応答とフィードバック補償器 $C(s)$ だけを用いた場合(図1において $F(s)=1$, $\hat{G}(s)=0$, $\hat{Q}(s)=1$ とした場合)の応答の違いを検討する。目標入力 r に対する偏差 $e=r-y$ の応答を図2に示す。ただし、実線が本稿で提案した2自由度繰返し制御系図1を用いたときの偏差 $e=r-y$ を表し、点線がフィードバック補償器 $C(s)$ だけを用いた場合(図1において $F(s)=1$, $\hat{G}(s)=0$, $\hat{Q}(s)=1$ とした場合)の偏差を表す。図2

Fig. 2 Error $e = r - y$ for the reference input $r = \sin(2\pi t) + \sin(4\pi t)$

から、

- (49) 式の目標入力に対する、フィードバック補償器 $C(s)$ だけを用いた場合(図1において $F(s)=1$, $\hat{G}(s)=0$, $\hat{Q}(s)=1$ とした場合)の偏差(図2の点線)は、0にならない
- (49) 式の目標入力に対し、本稿で提案した2自由度繰返し制御系図1の偏差(図2の実線)は、0になっていること

が確認できる。これは、図2の実線(本稿で提案した2自由度繰返し制御系図1の応答)と点線(フィードバック補償器 $C(s)$ だけを用いた場合の応答)はどちらも、フィードバック補償器は同一のものを用いており、本稿で提案したフィードフォワード補償器が目標追従特性を改善していることを意味する。

なお、ここでは一入力一出力系に対する数値例を示したが、多入力多出力系に対するフィードフォワード補償器の設計法は、6.で述べた方法を用いると一入力一出力系の問題に帰着され、ここで述べた数値例と同様にして設計される。

本稿では、これまで発表されていない繰返し制御系に対するフィードフォワード補償器の設計法を提案し、2自由度繰返し制御系の設計法を与えた。一入力一出力系と多入力多出力系に対して、安定な低域通過逆システム⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾と繰返し制御系の特徴を利用した繰返し制御系に対するフィードフォワード補償器の設計手順を与えた。最後に数値例を示し、本稿で述べた設計法の有用性を検証した。繰返し制御系の特徴である目標入力に事前に与えられているという特徴を用いると、目標入力の未来値を用いて繰返し制御系に対するフィードフォワード補償器が簡単に求められるということが興味深い。なお、本研究の結果は、周期目標入力に高精度で追従する必要がある制御対象、たとえば陽子シンクロtron電磁石電源⁽¹⁾、正弦波インバータ⁽¹⁰⁾、モータ、マニピュレータの制御⁽⁷⁾などへ応用できる。

最後に、重要なご指摘をいただきました査読委員に感謝いたします。

文 献

- (1) 井上他, 陽子シンクロtron電磁石電源の繰返し運転における高精度制御, “電気学会論文集”, C100, (1980) pp.234-240
- (2) 井上, 岩井, 中野, プレイバックサーボ系の高精度制御, “電気学会論文集”, C101, (1981) pp.89-96
- (3) 原, 小俣, 中野, 繰返し制御系の安定条件と設計法, “計測自動制御学会論文集”, 22, (1986) pp.36-42
- (4) 山本, 原, 繰返し制御系の内部モデル原理と安定化可能性, “計測自動制御学会論文集”, 22, (1987) pp.830-834
- (5) 原, 山本, 多変数繰返し制御系の安定化-安定条件と安定化補償器のクラス, “計測自動制御学会論文集”, 22, (1986) pp.1256-1261
- (6) Hara S., Yamamoto, Y., Omata, T., Nakano, M., *Repetitive Control System: A New Type Servo System for Periodic Exogenous Signals*, “IEEE Trans. on Automatic Control”, 33, (1988) pp.659-668
- (7) Omata, T., Hara, S., Nakano, M., *Nonlinear Repetitive Control with Application to Trajectory Control of Manipulators*, “J. of Robotic Systems”, 4-5(1987) pp.631-652
- (8) 渡部, 山足, スペクトル分解法による繰返し制御系の安定化, “計測自動制御学会論文集”, 22, (1986) pp.535-541
- (9) 池田, 高野, 入出力直結経路を持たないシステムの繰返し制御, “計測自動制御学会論文集”, 24, (1988) pp.575-582
- (10) 中野, 井上, 山本, 原, 繰返し制御, 計測自動制御学会 (1989)
- (11) 後藤, 松林, 宮崎, 川村, 有本, 繰返し形学習補償器を用いた制御系の外乱抑制特性の考察と多重周期学習補償器の提案, “システムと制御”, 31, (1987) pp.367-374

- (12) 山田, 奥山, 繰返し制御系の外乱抑制特性の改善, “日本機械学会論文集”, 65, (1999), pp.2314–2321
 - (13) Sugie, T., and Yoshikawa, T., *General Solution of Robust Tracking Problem in Two-Degree-of-Freedom Control Systems*, “IEEE Trans” 31, (1986) pp.552–554
 - (14) Yamada, K., Watanabe, K., shu, Z.B *A State Design Method of Stable Filtered Inverse Systems and Its Application to H_2 Suboptimal Internal Model Control*, “International Federation of Automatic Control World Congress”, (1996) pp.379–382
 - (15) 山田, 木下, 状態空間法による安定な低域通過逆システムの新設計法とその応用, “システム制御情報学会論文誌”, Vol.(2003) pp.85–93
 - (16) Iwasaki, T. and Skelton, R.E., *All controllers for the general H_∞ control problem: LMI existence conditions and state space formulas*, “Automatica”, 30, (1994), pp.1307–1317
 - (17) Gahinet, P. and Apkarian, P., *A linear matrix inequality approach to H_∞ control*, “International Journal of Robust and Nonlinear Control”, 4, (1994), pp.421–448
-