伸展する宇宙構造物のゲインスケジューリング制御*

李 光 焰^{*1}, 長 塩 知 之^{*2}, 木 田 隆^{*2}

Gain-Scheduling Control for Extending Space Structures

Kouen LI^{*3} and Tomoyuki NAGASIO and Takashi KIDA^{*3} University of Electro-Communications,
1-5-1 Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo, 182-8585 Japan

This paper studies a control of the extending space structures in orbit under gravity-gradient environment. To this end, it first introduces an equation of motion of the satellite that extends on the orbit and shows that it is a linear time-varying system. Then it is represented as a linear parameter varying system and gain-scheduling control method is applied to control it. In order to design the non-conservative controller, the analytical method of constructing the smallest number of scheduling parameters is proposed based on a typical cylinder model. Finally, even when the generalized plant has the model error, it is shown to be applicable by adding the robust property with the constant matrix scaling. The availability of the proposed methods is proved through numerical simulations.

Key Words: Gain-Scheduling, Liner Parameter Varying System, Extending Space Structures

1. 緒 言

近年の宇宙開発は目的が多様化, 高度化してきており, その要求を満たすため宇宙構造物は大型化してきている. このような大型宇宙構造物は宇宙ステーションのように低軌道上に建設されるものが多いが, ロケットで一度に運搬できる重量および容量に制約があるため, 実際に運用される軌道上で複数のモジュールを組み立て, 伸展させることが必要となる. この時, 伸展中であっても構造物の姿勢運動は安定であることが望まれる. 低軌道上では重力傾度トルクが支配的な外乱トルクとなる. この重力傾度トルクは伸展しない衛星では各軸の慣性モーメントが特定の条件を満たせば, 姿勢運動を安定化するトルクとして作用する特徴を持つことが知られており, そのための安定性の条件が求められている⁽¹⁾. しかし, 衛星が伸展する場合は伸展しない場合とは運動方程式が異なり時変システムとなるため, このような重力傾度安定化は実現できない. そのため伸展が姿勢運動に及ぼす影響を考慮し, 伸展中での姿勢運動の安定性を保証することが必要である. また安定化だけでなく, 十分な外乱抑制性能を持つ制御系を設計することが重要である.

これまでも時変システムに関する安定性については多くの研究がなされている. しかし, 既存の安定定理は保守的で伸展衛星の制御系設計には適していない. このため, 時変係数を持つ線形 2 階行列微分方程式に関する安定定理をリアプノフ関数を用いて導出し, 伸展衛星の問題に適用し漸近安定性を保証する研究も行われている⁽²⁾. しかし, この方法は安定性は保証できるが, より高い制御性能を達成するには限界があるであろうし, そのための系統的な設計法はない. そこで, 本論文ではゲインスケジューリング制御理論を用いて, 伸展衛星の制御問題に適用する. これは, 伸展衛星の長さや伸展速度をオンラインで計測し, それらの値を用いた可変な制御器を設計することにより, システムの安定性と制御性能を保証する方法である. この制御法を用いて保守性を低減させるには, スケジューリングパラメータの設定の方法が重要になる. しかしながら, 伸展衛星のモデルでは, その長さや伸展速度の乗除算によって慣性モーメントなどの物理パラメータが決まるために, それらの値を直接的に独立した設計パラメータとすることが難しく, スケジューリングパラメータの個数が膨大なものとなる. このため, 保守性を低減させることは容易ではない. そこで, 本稿では, モデルの運動方程式を具体的に解析することによって, 長さや伸展速度からなる関数を新たに構築し, それを

* 原稿受付 2003 年 6 月 18 日.

^{*1} 電気通信大学大学院電気通信学研究科機械制御工学専攻(〒182-8585 調布市調布ヶ丘 1-5-1).^{*2} 正員, 電気通信大学知能機械工学科.

E-mail: lgy@ctr.mce.uec.ac.jp

スケジューリングパラメータとすることで、この問題の回避をはかることにする。さらに、本稿では、観測される伸展衛星の長さで伸展速度に誤差が存在する場合においても、システムのロバスト安定性とロバスト性能が保証できるように、このゲインスケジューリング制御に、 H_∞ 定数スケジューリング制御を合わせて用いることを検討する。そして、これらの制御法の有効性を検証するために、円柱モデルを用いた数値シミュレーションを行う。

2. 伸展する剛体衛星のモデル

2.1 座標系

ここでは剛体の衛星が円軌道上を運動する場合を考える。まず地球に固定した慣性座標系 $\{e\}$ を定義する。そして軌道座標系 $\{o\}$ を、衛星の質量中心から地球中心方向を o_3 軸、軌道面法線方向を o_2 軸、軌道の接線方向を o_1 軸とする。また衛星の姿勢を表す機体座標系 $\{b\}$ は、この軌道座標系から 3-2-1 系のオイラー角を用いて、3 軸回りに ϕ_3 、2 軸回りに ϕ_2 、1 軸回りに ϕ_1 回転して得られるものとする。衛星の姿勢は、ロール角 ϕ_1 、ピッチ角 ϕ_2 、ヨー角 ϕ_3 で表現される。こうして得られる機体座標系 $\{b\}$ のうち、 b_1 軸をロール軸（進行方向）、 b_2 軸をピッチ軸（軌道面法線方向）、そして b_3 軸をヨー軸（地球中心方向）とする。

2.2 運動方程式

上述した機体座標系 $\{b\}$ で表すと、重力傾度トルクを考慮した伸展衛星の姿勢運動はダイナミクス方程式

$$J\dot{\omega} + \dot{J}\omega + \omega \times J\omega = T^c + T^G \quad (1)$$

とキネマティクス方程式

$$\dot{\phi} = \pi^{-1}(\phi)\omega \quad (2)$$

で表現できる⁽³⁾。ここで $J \in R^{3 \times 3}$ は慣性モーメント行列、 $\omega \in R^3$ は角速度ベクトル、 $\phi = [\phi_1, \phi_2, \phi_3]^T$ はオイラー角を用いた姿勢角度ベクトルである。また $T^c \in R^3$ は外部からの入力ベクトル、 $T^G \in R^3$ は重力傾度トルクを表すベクトルであり

$$T^G = -\frac{3\mu}{R^3} \begin{bmatrix} (J_2 - J_3) & 0 & 0 \\ 0 & (J_1 - J_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

で与えられる。式 (3) において、 μ は引力定数、 R は地球中心から衛星の質量中心までの距離である。式 (2) において、 π は衛星の姿勢角度 ϕ と角速度 ω の関係を表す ϕ の関数である⁽³⁾。宇宙構造物の姿勢安定化は平衡点近傍で扱うので、その角度および角速度が微小

と考えて

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &\approx \omega \\ \omega \times J\omega &\approx 0 \end{aligned} \quad (4)$$

と近似すると、式 (1)、(2) および (3) は

$$M(J)\ddot{\phi} + D(J)\dot{\phi} + K(J)\phi = T^c \quad (5)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned} M &= \text{diag}\{J_1, J_2, J_3\} \\ D &= \text{diag}\{\dot{J}_1, \dot{J}_2, \dot{J}_3\} \\ K &= \frac{3\mu}{R^3} \text{diag}\{(J_2 - J_3), (J_1 - J_3), 0\} \end{aligned} \quad (6)$$

であり、慣性モーメントの時間微分項を含む線形時変システムとなる。

2.3 円柱モデルの慣性モーメント

以上に示した運動方程式に対して、ここでは簡単のために伸展衛星モデルとして図 1 のような剛体円柱を考える。

Fig 1 Cylinder Model

そして円柱は質量一定のままで質量中心 o に対して x 軸方向に対称に伸展するものと仮定する。物理的なパラメータをそれぞれ、質量： m 、円柱半径： a 、円柱の初期長さ： l_0 、伸展速度： l_v とすると、円柱の軸に関する慣性モーメント J_x と直交する 2 つの軸に関する慣性モーメント J_y, J_z は

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{1}{2}ma^2, & J_y &= J_z = \frac{1}{4}m(a^2 + \frac{1}{3}l^2) \\ \dot{J}_x &= 0, & \dot{J}_y &= \dot{J}_z = \frac{1}{6}mll_v \end{aligned} \quad (7)$$

となる。そのため、 J_x は定数となるが、 J_y, J_z は l と l_v が時間と共に変化するため時変となる。

伸展しない衛星の姿勢運動は重力傾度トルクの影響で、各軸の慣性モーメントが先述した座標系において $J_2 \geq J_1 > J_3$ となれば安定であることがよく知られている⁽¹⁾。しかし伸展衛星の運動方程式は時変系となるため、この重力傾度安定条件は適用できない。

3. 伸展衛星のゲインスケジューリング制御

3.1 ゲインスケジューリング制御

以上に述べたように、伸展衛星の運動方程式は時変系となっている。従来、時変のパラメータ変動を持つシステムの制御の一つとして H_∞ 制御設計法などが使われてきた。これは時変パラメータの影響を、有界なモデル誤差として表現し、ノミナルモデルに対するロバスト安定性を保証する時不変の制御則を設計する方法である⁽⁴⁾。しかし、モデル誤差の変動が大きい場合にはロバスト安定性を保証することが困難になることが予想され、また、たとえ設計できたとしても時不変の制御器では、性能に対する保守性を低減することが難しい。そこでここでは、このような問題に対して、ゲインスケジューリング制御設計法⁽⁵⁾を適用する。

この設計法は LPV (Linear Parameter Varying) モデルとなる制御対象を、アフィンパラメータベクトル $p(t) = [p_1 \cdots p_n]^T$ に依存する一般化プラント

$$P(p) : \begin{cases} \dot{x} = A(p)x + B_1(p)w + B_2u \\ z = C_1(p)x + D_{11}(p)w + D_{12}u \\ y = C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{cases} \quad (8)$$

として表現し

$$p(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \Pi_i, \quad \alpha_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad (9)$$

となる関係を用いた凸分解

$$P(p) = \sum_{i=1}^n \alpha_i P(\Pi_i) \quad (10)$$

の各端点における LTI (Linear Time Invariant) プラント $P(\Pi_i)$ に対して、 H_∞ 制御理論における有界実補題を用いて LTI 制御器 $K(\Pi_i)$ を設計し、これを凸結合することによって、パラメータ $p(t)$ に依存する LPV 制御器

$$K(p) : \begin{cases} \dot{x}_k = A_k(p)x_k + B_k(p)y \\ u = C_k(p)x_k + D_k(p)y \end{cases} \quad (11)$$

を設計する手法である。この設計法では、LPV モデルのパラメータ変動をモデル誤差として扱うのではなく、直接的にスケジューリングパラメータとして用いる。そのため、パラメータベクトルに、時変となる動特性を持つ値を設定することが可能であり、その変化が有界な範囲に収まる場合には、優れた能力を持つ LPV 制御器の実現が期待できる。

3.2 制御系設計

ゲインスケジューリング制御系を設計するために、

制御入力を u 、外乱を w として、 $T^c = u + w$ とおけば、式 (5) は

$$M(J)\ddot{\phi} + D(J)\dot{\phi} + K(J)\phi = u + w \quad (12)$$

となる。このモデルに対し、ここでは図 2 に示すような一般化プラントを考える。ここで観測量 y は姿勢角度であり、制御量 z_1 は観測量を、また z_2 は制御入力をそれぞれ評価し、外乱抑制性能の向上と制御入力の低減を図ることとする。

Fig 2 Block Diagram

この時、パラメータ依存となる一般化プラントは

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K - M^{-1}D \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} u \\ &= A(J, \dot{J})x + B_1(J, \dot{J})w + B_2(J, \dot{J})u \\ z &= \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_2 I \end{bmatrix} u \\ &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} x \\ &= C_2 x \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ただし

$$x = \begin{bmatrix} \phi^T & \dot{\phi}^T \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

である。

この一般化プラントに対し、設計する制御器 $K(J, \dot{J})$ は次のような条件を満足しなければならない。

- 閉ループ系は全ての許容されるパラメータ軌道 $J(t), \dot{J}(t)$ に対して安定である。
- 外乱 w から制御量 z までの閉ループゲインはある正の値 γ を超えない ($\|G_{zw}(J, \dot{J})\|_\infty \leq \gamma$)。

この設計問題は、一般的に LMI (Linear Matrix Inequality: 線形行列不等式) に帰着できることが知られている⁽⁵⁾。しかし、式 (13) においては、 B_2 行列が時変パラメータに依存するため、LMI 可解条件が満たされない^{(5),(6)}。そこで、ここでは式 (15) のようなローパスフィルタを制御入力端に加えることを考える。

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= A_\zeta \zeta + B_\zeta \tau \\ u &= C_\zeta \zeta \end{aligned} \quad (15)$$

また伸展中で予測できない地磁気、太陽輻射圧などの低周波数成分を持つ宇宙環境外乱が考えられ、これを抑制し、制御性能を向上させるために、式(16)のようなローパスフィルタを加えることにする。

$$\begin{aligned}\dot{\rho} &= A_\rho \rho + B_\rho w \\ d &= C_\rho \rho\end{aligned}\quad (16)$$

これにより、拡張された一般化プラントは式(17)で表される。

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} A & B_1 C_\zeta & B_1 C_\rho \\ 0 & A_\zeta & 0 \\ 0 & 0 & A_\rho \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_\rho \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} 0 \\ B_\zeta \\ 0 \end{bmatrix} \tau \\ &= A_e(J, \dot{J})x + B_{1e}w + B_{2e}\tau \\ z &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_\zeta & 0 \end{bmatrix} x \\ &= C_{1e}x \\ y &= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \\ &= C_{2e}x\end{aligned}\quad (17)$$

ここで

$$x = \begin{bmatrix} \phi^T & \dot{\phi}^T & \zeta^T & \rho^T \end{bmatrix}^T \quad (18)$$

である。

この一般化プラントに対して、ゲインスケジューリング制御器を設計するためには、式(17)の一般化プラントをパラメータベクトル $p(t)$ に依存するアフィン関数として表現する必要があるが、式(17)は慣性モーメント J とその時間微分 $\dot{J}$ に依存し、その値をオンラインで測定することは難しい。しかしながら、慣性モーメントは構造物の質量、寸法等で表現できるため、衛星の伸展長さ l と伸展速度 l_v が測定できれば、 J と $\dot{J}$ が算出できる。そのため、伸展長さ l と伸展速度 l_v をそれぞれ独立したスケジューリングパラメータに設定すれば、 J と $\dot{J}$ をパラメータとする場合に比べ、より直接的なパラメータ変動を扱うことができ、実用的である。しかし、本稿のモデルでは、式(7)からわかるように、 l と l_v をアフィン関数の独立したスケジューリングパラメータに設定することができない。そこで、ここではパラメータ p を以下のような l と l_v の関数にすることを考える。

$$\begin{aligned}p &= \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_n \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} f_1(l, l_v) & f_2(l, l_v) & \cdots & f_n(l, l_v) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (19)$$

これにより、ある動作点の測定値 l と l_v がわかれば、その時の構造化されたパラメータ p を算出することが

できる。したがって、式(17)の $A_e(J, \dot{J})$ 行列は

$$A_e(p) = A_0 + p_1 A_1 + p_2 A_2 + \cdots + p_n A_n \quad (20)$$

となり、構造化されたパラメータ p のアフィン関数で表現できる。円柱モデルを用いた衛星が b_1 軸に伸展する場合について、この関係を考える。この時 b_1 軸は図1の x 軸と一致するので

$$\begin{aligned}J_1 &= \frac{1}{2}ma^2 & \dot{J}_1 &= 0 \\ J_2 &= J_3 = \frac{1}{4}m(a^2 + \frac{1}{3}l^2) & \dot{J}_2 &= \dot{J}_3 = \frac{1}{6}ml l_v\end{aligned}\quad (21)$$

となる。したがって、行列 $A_e(p)$ は

$$A_e(p) = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ \hat{A}_1 & \hat{A}_2 & \hat{A}_3 & \hat{A}_4 \\ 0 & 0 & A_\zeta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_\rho \end{bmatrix} \quad (22)$$

となる。ここで

$$\begin{aligned}\hat{A}_1 &= \text{diag}\{0, -\frac{3\mu}{R^3} \frac{3a^2 - l^2}{3a^2 + l^2}, 0\} \\ \hat{A}_2 &= \text{diag}\{0, \frac{2ml l_v}{3a^2 + l^2}, \frac{2ml l_v}{3a^2 + l^2}\} \\ \hat{A}_3 &= \text{diag}\{\frac{2}{ma^2}, \frac{12}{m(3a^2 + l^2)}, \frac{12}{m(3a^2 + l^2)}\} C_\zeta \\ \hat{A}_4 &= \text{diag}\{\frac{2}{ma^2}, \frac{12}{m(3a^2 + l^2)}, \frac{12}{m(3a^2 + l^2)}\} C_\rho\end{aligned}\quad (23)$$

である。したがって

$$\begin{aligned}p &= \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{3a^2 + l^2} & \frac{l l_v}{3a^2 + l^2} & \frac{l^2}{3a^2 + l^2} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (24)$$

のように構造化すれば

$$\begin{aligned}A_e(p) &= \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{A}_{01} & \bar{A}_{02} \\ 0 & 0 & A_\zeta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_\rho \end{bmatrix} + p_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{A}_{11} & 0 & \bar{A}_{12} & \bar{A}_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad + p_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{A}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + p_3 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{A}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= A_0 + p_1 A_1 + p_2 A_2 + p_3 A_3\end{aligned}\quad (25)$$

として、行列 $A_e(p)$ は p のアフィン関数で表現できる。

Fig 5 Simulation results extension in the direction of b_1 axis

Fig 7 Simulation results extension in the direction of b_1 axis with the model error

Fig 6 Simulation results extension in the direction of b_1 axis

Fig 8 Simulation results extension in the direction of b_1 axis with the model error

ミュレーションを行う。観測された伸展長さ l の時間履歴を式 (37) と同じように設定し、観測誤差を

$$|\Delta l| \leq 0.1l, \quad |\Delta l_v| \leq 0.1l_v \quad (40)$$

と仮定する。伸展方向及び初期値をさきほどと同じように設計した場合、モデル誤差を考慮していない3.2節の方法では図7が、モデル誤差を考慮して定数スケジューリングにより最適化した3.3節の方法では図8の結果がそれぞれ得られた。

この結果より、図7では伸展長さ l と伸展速度 l_v の観測誤差を含むスケジューリングパラメータ p を用いて、凸結合された制御器では、図6に比べて、収束時

間が長くなり、制御性能が低下していることがわかる。この数値例では安定な応答を示しているが、原理的には安定性も保証されていない。他方、本稿が提案した定数スケジューリング H_∞ 制御とゲインスケジューリング制御を併用した図8の方は p の誤差をモデル誤差として扱っているため、例えば観測誤差があった場合でも、ロバスト安定性が保証され、図7に比べて、収束時間が短く、ロバスト性能も保証されていることがわかる。

5. 結 言

軌道上で伸展する衛星の運動方程式は伸展しない衛星の運動方程式とは異なり、慣性モーメントの時間変化の項が新たに現われる。この運動方程式は時変システムとなり、伸展しない場合の重力傾度安定化条件は成り立たない。そこで新たなパラメータを構造化することによって、そのシステムを LPV システムに変換し、ゲインスケジューリング制御法を用いて、安定に衛星を伸展できることをシミュレーションによって示した。また、衛星にモデル誤差がある場合には定数スケーリング行列を用いたロバストゲインスケジューリング制御系を設計できることを示した。本論文では宇宙構造物を簡単な円柱モデルとしたが、円盤や長方形など、その慣性モーメントが解析的に求められる場合あるいはそのような理想的な形状に近似できる場合には同様の設計法が適用できる。実際には、宇宙構造物は伸展によって柔軟構造物となる。弾性振動を考慮した制御系の設計法が今後の課題である。

文 献

- (1) Hughes P.C., *Spacecraft Attitude Dynamics*, John Wiley and Sons, (1986)
- (2) 岡野 竜太郎, 木田 隆, 伸展する宇宙構造物の安定性と安定化, “計測自動制御学会論文集”, 38 巻, 3 号, (2002), pp.284-292
- (3) 木田 隆, スペースクラフトの制御, コロナ社 (1999)
- (4) L.Xie, M.Fu and C.E.de Souza, *H_{∞} Control and Quadratic Stabilization of Systems with Parameter Uncertainty Via Output Feedback*, *IEEE Tr. Automat. Contr.* Vol.37, No.8 (1992), pp.1253-1256
- (5) P.Apkarian, P.Gahinet and G.Becker, *Self-Scheduled H_{∞} Control of Linear Parameter-Varying Systems*, *Automatica* Vol.31, No.9 (1995), pp.1254-1261
- (6) P.Gahinet, A.Nemirovski, A.J.Laub and M.Chilali, *LMI Control Toolbox*, The Math Works Inc. (1996)
- (7) K.Zhou, J.C.Doyle, K.Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, (1995)