ギヤシェーパーによるコンケーブコニカルギヤの歯切り法*
(第1報, 歯面創成理論)菊池 寿真^{*1}, 三留 謙一^{*2}, 大町 竜哉^{*2}Cutting Method of Concave Conical Gear by Gear Shaper
(1st Report, Theory of Generated Tooth Surface)Toshimasa KIKUCHI^{*3}, Ken-ichi MITOME and Tatsuya OHMACHI^{*3} Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., 130 Roku-jizo, Ritto-shi, Shiga, 520-3080 Japan

Conical involute gear can be cut by tilt-type gear shaper. In this cutting method, the shaft of pinion-type cutter is tilted to the gear axis. The tooth surface generated by this cutting method is considered to be different from the tooth surface of the conical involute gear. Our aim is to develop the cutting method of concave conical gear by gear shaper. In this paper, first the generating mechanism of the gear in this method is presented. The theoretical tooth surface is obtained. Secondly, tooth surfaces of the test gears are measured and compared with theoretical ones. Both tooth surfaces are in good agreement, and it is proven that the theoretical analysis holds true.

Key Words: Machine Element, Gear, Cutting, Conical Involute Gear, Concave Conical Gear, Hobbing Machine, Gear Shaper

1. 緒 言

コニカルギヤの歯切り法として, チルトタイプギヤシェーパーによる歯切り法が試みられている。これはギヤシェーパーのピニオンカッタ軸を, 歯車軸に対して創成円すい角 δ だけ傾けて歯切りを行う方法である。しかし, 本歯切り法で歯切りされる歯面の詳しい解析は未だなされていない。

本論文では, 本歯切り法で歯切りされるコニカルギヤの歯面を理論的に求める。そして実際にコニカルギヤを試作する。さらに, この試作歯車の測定輪郭を理論輪郭と比較する。以上により, 本歯切り法で歯切りされる歯車がコンケーブコニカルギヤであることを明らかにする。

2. コニカルギヤ

2.1 創成原理 図1に示すように, ラック中心面が歯車軸に対して角度 δ だけ傾いているラックを考える。この傾斜したラックによって創成される歯車を, 正規のコニカルギヤと定義する。

一方, 図2に示す本歯切り法では, 傾斜したピニオ

Fig. 1 Rack to generate conical involute gear

Fig. 2 Pinion-type cutter to generate conical involute gear

* 原稿受付 2003年3月19日。

^{*1} 正員, 三菱重工業(株) (〒520-3080 栗東市六地藏130)。^{*2} 正員, 山形大学工学部 (〒992-8510 米沢市城南4-3-16)。

E-mail: toshimasa_kikuchi@mhi.co.jp

— 247 —

4.2 回転座標系 図6に、コニカルギヤ1に固定した回転座標系 $O-XYZ$ と、仮想平歯車2に固定した回転座標系 $o_4-x_4y_4z_4$ を示す。ここで Z 軸は z_1 軸に一致し、 z_4 軸は z_3 軸に一致する。

Fig. 6 Rotating coordinate systems

二つの回転座標系 $O-XYZ$ および $o_4-x_4y_4z_4$ において、任意点 Q を $Q(X, Y, Z) = Q(x_4, y_4, z_4)$ として表示するとき、両座標間には式(1)の関係がある。

$$\begin{bmatrix} 1 \\ X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = M_{04} \begin{bmatrix} 1 \\ x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (1)$$

式(1)により、座標系 $o_4-x_4y_4z_4$ で表した仮想平歯車2の歯面を、座標系 $O-XYZ$ で捕らえることができる。ここで、座標変換マトリックス M_{04} は式(2)で表される。以下これを求める。

$$M_{04} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ x_{04} & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ y_{04} & A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ z_{04} & A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (2)$$

本歯切り法では、歯車1と2を $\omega_1 z_1 = \omega_2 z_2$ を満足するように強制回転させている。この式を歯車のピッチ円半径 r_w と r_c 、および回転角 ϕ と ϕ_c を用いて書き直すと次式を得る。

$$\phi_c = (r_w/r_c) \phi \quad \dots\dots\dots (3)$$

この式(3)を式(2)へ代入して ϕ_c を消去すると、式(2)の各項は式(4)で表される。すなわち、座標変換マトリックス M_{04} は、パラメータ ϕ によって表される。

$$\left. \begin{aligned} x_{04} &= (r_w + r_c \cos \delta) \cos \phi \\ y_{04} &= (r_w + r_c \cos \delta) \sin \phi \\ z_{04} &= r_c \sin \delta \\ A_{11} &= \cos \delta \cos \phi \cos \{(r_w/r_c)\phi\} - \sin \phi \sin \{(r_w/r_c)\phi\} \\ A_{12} &= -\cos \delta \cos \phi \sin \{(r_w/r_c)\phi\} - \sin \phi \cos \{(r_w/r_c)\phi\} \\ A_{13} &= -\sin \delta \cos \phi \\ A_{21} &= \cos \delta \sin \phi \cos \{(r_w/r_c)\phi\} + \cos \phi \sin \{(r_w/r_c)\phi\} \\ A_{22} &= -\cos \delta \sin \phi \sin \{(r_w/r_c)\phi\} + \cos \phi \cos \{(r_w/r_c)\phi\} \\ A_{23} &= -\sin \delta \sin \phi \\ A_{31} &= \sin \delta \cos \{(r_w/r_c)\phi\} \\ A_{32} &= -\sin \delta \sin \{(r_w/r_c)\phi\} \\ A_{33} &= \cos \delta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

5. 理論創成歯面

仮想平歯車2の歯面を図7に示す。ここで u と v はインボリュートヘリコイド歯面を表すパラメータである。この歯面上の点を点 $Q = (x_4, y_4, z_4)$ とすると、これらの座標は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} x_4 &= -r_{gc} \{ \cos(u - \theta) + u \sin(u - \theta) \} \\ y_4 &= r_{gc} \{ \sin(u - \theta) - u \cos(u - \theta) \} \\ z_4 &= v \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

Fig. 7 Imaginary spur gear 2

式(5)を式(1)へ代入すると、仮想平歯車2の歯面は、座標系 $O-XYZ$ において次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} X &= X(u, v, \phi) \\ Y &= Y(u, v, \phi) \\ Z &= Z(u, v, \phi) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

本歯切り法では、回転角 ϕ の変化に伴って創成される包絡面が、コニカルギヤ1の歯面となる。ここで、包絡面の条件式は、

$$\begin{vmatrix} \partial X / \partial u & \partial Y / \partial u & \partial Z / \partial u \\ \partial X / \partial v & \partial Y / \partial v & \partial Z / \partial v \\ \partial X / \partial \phi & \partial Y / \partial \phi & \partial Z / \partial \phi \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

この行列式を計算し、 ϕ について整理すると、 ϕ は次式で表すことができる。

$$\begin{aligned}\phi &= \phi(u, v) \\ &= \frac{r_c}{r_w}(u - \theta) - \frac{r_c}{r_w} \cos^{-1} \left\{ \frac{r_{gc} \left(\cos \delta + \frac{r_w}{r_c} \right)}{r_c \left(\cos \delta + \frac{r_w}{r_c} \right) - v \sin \delta} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)\end{aligned}$$

最終的に式 (8) を式 (6) へ代入すると、次式 (9) を得る。この式からわかるように、コニカルギヤ 1 の歯面上の点の座標 (X, Y, Z) は、二つのパラメータ u および v によって表される。

$$\left. \begin{aligned}X &= X(u, v, \phi(u, v)) \\ Y &= Y(u, v, \phi(u, v)) \\ Z &= Z(u, v, \phi(u, v))\end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

これがピニオンカッタの往復運動が実現する仮想平歯車 2 によって創成されたコニカルギヤ 1 の歯面である。

6. 接触線の軌跡

図 8 は仮想平歯車 2 の歯面上に、コニカルギヤ 1 と仮想平歯車 2 のかみ合いにおける接触線を示したものである。この線は曲線である。

本来、正規のコニカルギヤは平歯車とは理論的に点接触する。しかし本歯切り法によって創成されたコニカルギヤは、平歯車と線接触している。このことは、本歯切り法で創成される歯車の歯面が、正規のコニカルギヤの歯面とは異なることを示している。

Fig. 8 Curved lines of contact at imaginary spur gear 2

7. 歯面輪郭

式 (9) は、創成されるコニカルギヤの歯面を、歯車に固定した回転座標系 $O-XYZ$ で表したものである。

ここでは、座標系 $O-XYZ$ で表した歯面を、図 9 に示す静止座標系 $o_1-x_1y_1z_1$ で表す。図 9 より、

$$\left. \begin{aligned}x_1 &= X \cos \phi_0 - Y \sin \phi_0 \\ y_1 &= X \sin \phi_0 + Y \cos \phi_0 \\ z_1 &= Z\end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned}\cos \phi_0 &= r_{gw}/r_w \\ \sin \phi_0 &= \sqrt{r_w^2 - r_{gw}^2}/r_w\end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

Fig. 9 Rotating coordinate system $O-XYZ$ and stationary coordinate system $o_1-x_1y_1z_1$

本論文では、基礎円筒接平面によって仮想的に切断したときに現れる輪郭を、歯面輪郭と定義する。ここで基礎円筒接平面は式 (12) で表される。

$$x_1 = r_{gw} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式 (12) を式 (10) の第一式へ代入する。

$$X \cos \phi_0 - Y \sin \phi_0 - r_{gw} = 0 \quad (13)$$

式 (13) もまた二つのパラメータ u, v によって表される。

理論輪郭は以下の手順によって求める。

- (1) 式 (13) の u にある値を与え、ニュートン法によって v を求める。
- (2) ある値 u に対する v が求まったら、また異なった値を u に与え、同様に v を求める。
- (3) これを繰り返し、 u と v の組み合わせ $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$ を求める。
- (4) これらの u と v を式 (10) に代入する。
- (5) それぞれの u, v に対する y_1 座標, z_1 座標が求まる。

以上により求めた y_1, z_1 の数値データを、連続的にプロットしたものが理論輪郭である。

静止座標系 $o_1-x_1y_1z_1$ で表した理論輪郭を、測定輪郭との比較を容易にするために、図 10 中の座標系 $o_6-x_6y_6z_6$ で表す。

$$\left. \begin{aligned} x_6 &= -r_w \cos \phi_0 + x_1 \\ y_6 &= (y_1 - r_w \sin \phi_0) \sin \beta_g - z_1 \cos \beta_g \\ z_6 &= (y_1 - r_w \sin \phi_0) \cos \beta_g + z_1 \sin \beta_g \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

ここで β_g は、基礎円筒ねじれ角である。

Fig. 10 Coordinate systems $O_1 - x_1y_1z_1$, $O_5 - x_5y_5z_5$ and $O_6 - x_6y_6z_6$

8. 歯切り実験による歯面の検証

本論文の実験では、歯車諸元の値を一定にし、ピニオンカッタ歯数のみが異なる四種類のコニカルギヤを試作した。

設計歯車基本諸元を表1に、ピニオンカッタ歯数および歯切り法について表2に示す。

Table 1 Basic dimensions of test gears

m (mm)	2.5
α_0 (deg)	20
δ (deg)	7.0
z_w	40

Table 2 Number of teeth of pinion-type cutter and cutting method

	Gear A	Gear B	Gear C	Gear D
z_c	∞	80	40	24
Cutting method	Hobbing	Gear shaping

Fig. 11 Photograph of pinion-type cutter (from left $z_c = 80, 40, 24$)

ここで、Gear A はテーブル移動テーパホブ切り法によって創成される正規のコニカルギヤであり、ホブカッタは歯数が無限大のラックを仮想的に実現しているので、 $z_c = \infty$ としている。

また、本論文で使用した三種類のピニオンカッタを図11に示す。

試作歯車の基礎円筒接平面上に現れる輪郭を、表面粗さ計によって測定した。これを測定輪郭とする。

ここでは、図12に示すように、歯車軸を基礎円筒ねじれ角 β_g だけ傾けて取り付け、測定プローブを水平方向に送ることで歯面を測定している。

Fig. 12 Principle of measuring tooth section

Fig. 13 Comparison of theoretical and measured profiles (Measured profiles are translated in the direction of z_6 axis from original ones)

この測定法により測定された測定輪郭を、式 (14) より求めた理論輪郭と比較する。図 13 に実線で測定輪郭を、破線で理論輪郭を示した。測定輪郭はピッチ点を通る輪郭である。

ここで測定輪郭は、見やすいように z_0 軸方向に平行移動して記録されている。もしこれを理論輪郭に再度平行移動して重ね合わせれば、両者はよく一致する。この結果は、理論的な歯面解析が正しく行われたことを示している。

この図から、チルトタイプギヤシェーパでコニカルギヤを歯切りした場合の創成歯面 (Gear B, C, D) は、テーブル移動テーパホブ切り法で創成される正規のコニカルギヤの歯面 (Gear A) とは明らかに異なっているのがわかる。

さらに、ピニオンカット歯数が小さいほど、歯面の曲率は大きくなることがわかる。また、理論的にはピニオンカットの歯数を無限大にすることによって、正規のコニカルギヤの歯面を創成することができる。しかし、ピニオンカットの歯数を無限大にすることは現実的に不可能である。

9. 考 察

(1) これまでの歯面解析および実験による検証の結果は、チルトタイプギヤシェーパで歯切りされたコニカルギヤが、実際はコンケーブコニカルギヤ⁽²⁾⁽³⁾であることを示している。先の図 13 に示したように、本歯切り法では、正規のコニカルギヤの歯面に対して中凹状の歯面が創成されている。

図 14 に実線で示したのがコンケーブコニカルギヤの歯面であり、破線で示したのがコニカルギヤの歯面である。

Fig. 14 Concave tooth surface compare with tooth surface of conical involute gear

(2) コンケーブコニカルギヤは、ラック型回転工具によって創成される^{(4)~(6)}。図 15 にラック型回転工具とこれによって創成されるコンケーブコニカルギヤ

を示す。この図において、歯車の小径部と大径部（黒い部分）は研削が不可能なために、コンケーブ歯面としては創成されない。

しかし、チルトタイプギヤシェーパによってコンケーブコニカルギヤを創成する場合は、図 2 に示すように歯幅の全域においてコンケーブ歯面を実現することができる。

Fig. 15 Conical gear and conical shaped wheel

10. 結 言

- (1) チルトタイプギヤシェーパによって歯切りされるコニカルギヤの歯面創成理論を示し、創成される歯面の理論輪郭を求めた。
- (2) 実際にコニカルギヤを試作し、歯面を測定した。そして試作歯車の測定輪郭を理論輪郭と比較した。両者はよく一致した。
- (3) この結果、本歯切り法で歯切りした歯車が、コンケーブコニカルギヤになることを明らかにした。
- (4) 本論文は、コンケーブコニカルギヤの新しい歯切り法としての可能性を提示している。

文 献

- (1) 三留謙一、円すい形インポリュート歯車の研究 (第1報、設計および製作法)、日本機械学会論文集 (C 編), 48 巻, 430 号, (1982), 852.
- (2) 三留謙一、コンケーブ円すい形歯車、日本特許第 2003073 号, 特許公報 7-33863, 日本国特許庁。
- (3) 三留謙一、コンケーブコニカルギヤ、日本機械学会論文集 (C 編), 65 巻, 632 号, (1999), 1629.
- (4) Mitome, K., Tamura, K., Ohmachi, T., Komatsubara, H., Generating of Straight Concave Conical Gear, 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, vol.1(1999), 609, Paris, France.
- (5) 小松原英範・三留謙一・大町竜哉、船用トランスミッション用コンケーブコニカルギヤの開発 (第1報、ヘリカルコンケーブコニカルギヤの創成法)、日本機械学会論文集 (C 編), 65 巻, 638 号, (1999), 4179.
- (6) 小松原英範・三留謙一・大町竜哉、船用トランスミッション用コンケーブコニカルギヤの開発 (第2報、コンケーブコニカルギヤの主曲率半径および一對の歯車の設計)、日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻, 645 号, (2000), 1652.