トルクコンバータロックアップクラッチ・スリップ制御系の
簡素化設計法*

(第1報, モデル化法)

日比野 良一^{*1}, 大澤 正 敬^{*2}, 河 野 克 己^{*3}
鈴木 俊 成^{*3}, 伊 藤 寛^{*3}Simplified Design Method of Slip Control System for Torque Converter
Lock-up Clutch
(1st Report, Modeling Method)Ryoichi HIBINO^{*4}, Masataka OSAWA, Katsumi KONO,
Toshinari SUZUKI and Hiroshi ITOH^{*4} Toyota Central R & D Labs., Inc.,
41-1 Aza Yokomichi, Oaza Nagakute, Nagakute-cho, Aichi, 480-1192 Japan

In previous study, H-infinity control theory was applied in order to establish high reliability of a torque converter lock-up clutch slip control system, so that it was confirmed that robust stability against large characteristic variation of the plant was ensured. There is, however, a problem of requiring much time to perform the procedure from the modeling to the designing of the control system because of many experimental data under various conditions to obtain practicable models. We propose new design method that shortens the design time by representing the plant model by interpolation of vertex characteristics, which represent boundary of model set made from the data and knowledge accumulated in the past, and can construct the control system on an onboard ECU. In this paper we aim at modeling in the above method, and show that the time for modeling has been shortened greatly as compared with the conventional method.

Key Words: Modeling, Identification, Automobile, Hydraulic Equipment, LPV, Simplified Design Method

1. 緒 言

自動車の燃費向上には、エンジン、変速機、車両の性能向上が必要であるが、有効なアイテムの一つとして自動変速機のトルクコンバータ内直結クラッチ（ロックアップクラッチ）によるスリップ制御システムがある（図1）。本システムでは、低・中車速域でクラッチをわずかなスリップ速度を持たせて係合させることにより、動力伝達効率を高め燃費を向上させるものである。

筆者らはこれまでにスリップ制御システムの信頼性向上を目的に H_∞制御理論を適用し、相補感度関数に着目したループ整形を行うことで、応答性を維持しつつ特性変動に対して優れたロバスト安定性を確保でき

ることを確認している⁽¹⁾⁽²⁾。しかし一方で、本制御系のパラメータ適合には多くのプロセスと処理が必要で、車種ごとに毎回実施される設計作業の簡略化が課題として挙げられる。

そこで本研究では、先に導出したフィードバック制御系と同等の性能を持つ制御系を、より短時間で設計することを目的に、モデルとコントローラのパラメータ適合の省力化を狙った“簡素化設計法”を提案する。本設計法では、ロバスト設計の考えは踏襲しつつもモ

Fig. 1 Slip control system

* 原稿受付 2003年7月18日。

^{*1} 正員、(株)豊田中央研究所(☎480-1192 愛知県長久手町大字長湫字横道41-1)。^{*2} (株)豊田中央研究所。^{*3} トヨタ自動車(株)(☎471-8572 豊田市トヨタ町1)。

E-mail: e0976@mosk.tytlabs.co.jp

デルとコントローラを最小限のパラメータで表現し、車載 ECU (Electronic control unit) 上にて構築可能とするものである。本報では、基本的概念を述べ、これに沿ったモデル化の方法を具体的に示す。本モデルに基づくコントローラ適合法は、次報で述べる。

2. 簡素化設計法の考え方

従来のスリップ制御系の設計手順を図 2⁽¹⁾⁽²⁾に示す。最初のステップでモデル同定試験を行うが、本制御系にはロックアップクラッチ部の変形や摩擦係数の変化など把握が難しい特性変動が存在するため、信頼性確保のために様々な運転条件で同定データを取得する必要がある。このためステップ 1 以降のモデルの数式化・特性解析においても多量のデータ処理を行わねばならず、さらにコントローラ決定、シミュレーション・実装作業を行うため、設計に多くの時間を要している。

そこで特に時間のかかるモデル同定データ取得とモデル数式化に着目し、これら作業が省力化されるようモデル形式の簡素化を考える。基本的な考え方は、図 3 に示すように制御対象の過去に蓄積されたデータ・知見や物理的な考察から求められたモデル集合の領域に基づき、この両端にあたる特性(端点特性)の補間によりモデルを表すことで、モデル同定およびコントローラ設計に必要なパラメータ数を従来法より大幅に削減することである。具体的には、補間のために LPV (Linear Parameter Varying) 形式のモデルを導入し、作動条件に応じて決まる制御対象の動特性を一つのパラメータ θ で補間表現する。さらにコントローラも制御対象と同様 LPV 形式のコントローラとし、LPV モデルのパラメータ θ と双対となる一つのパラメータ θ_c

Fig. 3 Concept of interpolation for modeling and design

で補間表現する。

ただしこのようなモデルの簡素化は、一般に制御性能の悪化を招く。そこで本設計手法では、モデル化を図 4(a)に示すようにフィードバック制御系の構築に最低限必要な周波数帯域で行う一方、高周波側のモデル化誤差が生ずる領域では、同(b)のようにこれまでの手法⁽¹⁾⁽²⁾を踏襲してロバスト性の保証を行い、誤差の影響を抑制することで性能の悪化を防ぐ。

上記の考えに沿ってモデル化を行うために、新設計法は以下の二つのプロセスからなる。

(プロセス 1 : 端点特性の設定) 端点特性として、図 5(a)に示すように端点モデル(上限, 下限モデル)と、端点コントローラ(上限, 下限コントローラ)を求める。

(プロセス 2 : 適合パラメータの同定) 双対な二つの補間パラメータ θ , θ_c を、同(b)に示すように逐次最小自乗法で同定する。

以下、次章で端点モデルの設定法、4章でその適合パラメータの同定法を述べる。

3. 端点モデルの設定

過去に蓄積したモデルを基に、フィードバック制御系の設計・適合に十分な精度となる端点モデルの設定

Fig. 2 Conventional method

Fig. 4 Method for simplification of model expression

Fig. 5 Outline of design procedure

を行う。

3.1 LPV モデルの構成 始めにここで用いる式(1)のLPVモデル形式について説明する。

$$P_z(\theta, K_o): \begin{cases} x_z(k+1) = A_z(\theta)x_z(k) + B_z(\theta)u(k) \\ y(k) = K_o \cdot C_z x_z(k) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、

$\theta: 0 \leq \theta \leq 1$, K_o : スカラ値

$$A_z(\theta) = (1-\theta) \cdot A_{z0} + \theta \cdot A_{z1}$$

$$B_z(\theta) = (1-\theta) \cdot B_{z0} + \theta \cdot B_{z1}$$

$$A_{zi} = \begin{bmatrix} a_{1i} & 1 & \cdots & 0 \\ a_{2i} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & 1 \\ a_{ni} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, B_{zi} = \begin{bmatrix} b_{1i} \\ b_{2i} \\ \vdots \\ b_{ni} \end{bmatrix} \quad (i=0,1)$$

$C_z = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]$: 可観測標準形

u : 入力信号, y : 出力信号, $x_z \in R^n$, k : 離散時間

同式は、対象車両、運転条件全てを包含し、これら特性の上限、下限特性を持つ離散時間系の端点モデル (A_{z0}, B_{z0}), (A_{z1}, B_{z1}) と適用する対象車両、運転条件ごとに、端点モデル係数の補間により動特性を表す補間パラメータ θ および定常ゲインを設定する K_o で表現される。ここで端点モデルは可観測標準形とし、補間パラメータ θ を 0 から 1 で変化させた時の同式の周波数特性 (ボード線図) が相似的な変化となるようにする。このような変化は一般に保証されないが、前述のように周波数帯域を限定することにより可能となる。詳細は付録1に示す。

次節では、対象の動特性が式(1)により適切に表現されるための端点モデルの設定方法を述べ、設定を行う。

3.2 端点モデルの設定法 端点モデル設定の

ための方法を図6に沿って説明する。

ステップ1: 全周波数特性の導出 過去に蓄積したモデル⁽¹⁾⁽²⁾を用いてスリップ制御系の代表的な周波数特性を求める。図7は、1.8~3リッタエンジン車での結果である。ここで定常特性の変化を除くため、モデル出力を定数倍し定常ゲインが一定値 (ばらつきの平均値) となるよう補正している。1.8リッタ車ではゲインが大きく位相が進み、3.0リッタ車ではゲインが小さく位相が遅れている。同図から、ゲインが高いほど位相は進む傾向があり、お互いに相似的な形になっていることがわかる。なお同図以下、周波数特性の横軸の単位については企業秘に属する事項ゆえ、記載はご容赦願いたい。

ステップ2: モデル化のための周波数帯域限定 モデル化に最低限必要な周波数帯域 (以下モデル化周波数帯域と呼ぶ) としては、過去の設計で得られた⁽¹⁾⁽²⁾ゲイン交差周波数 ω_{cp} , 位相交差周波数 ω_{cg} の帯域を選ぶ。これは ω_{cp} , ω_{cg} が各々位相余裕, ゲイン余裕に対応し、フィードバック制御系の安定性の評価に重要な周波数のためである。また, ω_{cp} 値は一巡伝達関数の大きさが 0dB となる周波数であり, 応答性の尺度でもある⁽³⁾。 ω_{cg} は一巡伝達関数の位相が 180 度遅れる時の周波数である。ここで, ゲイン交差周波数 ω_{cp} の最小値を本帯域の下限値に, 位相交差周波数 ω_{cg} の最大値を上限値とする。図7に選択したモデル化周波数帯域

Fig. 6 Procedure for determining of vertex models

Fig. 7 Identified models of slip control system (1.8~3.0 liter engine) in the past

(ハッチングの領域)を示す。

ステップ3: 端点モデルの設定 本帯域内で最大ゲインかつ位相進み特性を上限モデル, 最小ゲインかつ位相遅れ特性を下限モデルとして, 3次へ低次元化後に端点モデルを設定する。図8に設定した上限モデル ($A_{z1}, B_{z1}, \theta=1$) および下限モデル ($A_{z0}, B_{z0}, \theta=0$) を示す。また同図に点線で示される代表モデル (1.8リッター車にて従来手法⁽¹⁾⁽²⁾で同定したモデル) を対象にフィッティングした補間モデル ($\theta=0.14$) の周波数特性を実線で示す。代表モデルと補間モデルは, モデル化周波数帯域で良く一致しているのがわかる。

以上で, フィードバック制御系の設計・適合に適用可能な端点モデルが得られた。次章では式(1)の補間パラメータ θ と定常ゲイン設定値 Ko の同定を行う。

4. 適合パラメータの同定

前章で導出した LPV モデルはスリップ制御系の特性が二つの適合パラメータ θ と Ko のみで表現されるため, 本パラメータの同定に要求される演算は, 車載 ECU でも実行可能なレベルとなる。そこで本章では ECU 上で同定するための方法を述べ, 実機へ適用する。また従来法との比較によりモデル化の精度を検証する。

4.1 同定方法 パラメータ同定を行うための構成を図9に示す。定常ゲイン設定値 Ko , 補間パラメータ θ の同定部および運転条件の設定部からなる。

定常ゲイン設定値 Ko の同定部では, 図10に示す方法により同定を行う。制御目標値をステップ的に変化させ, 入出力値 (定常状態での平均値) の差から式(2)に示す $Ko(i)$ 値を求める。各ステップ i ごとの $Ko(i)$ 値を平均して, 定常ゲイン設定値 Ko とする。

$$Ko(i) = \Delta r(i) / \Delta u(i) / DC0 \quad (2)$$

ここで,

i : 目標値がステップ的に変化した回数

$\Delta r(i)$: ステップ前後の目標値の差

$\Delta u(i)$: ステップ前後の入力値の差

$DC0$: 設計モデルのDCゲイン

次に補間パラメータ θ の同定部では, まず入出力値 (スリップ速度 y , 指令値 u) の前処理を行う。図11(a)および式(3), (4)に前処理に用いる二つのフィルタを示す。

$$y_f = H_f(z) \cdot L_f(z) y \quad (3)$$

$$u_f = H_f(z) \cdot L_f(z) u \quad (4)$$

ここで,

$L_f(z)$: ローパスフィルタ

$H_f(z)$: ハイパスフィルタ

z : シフト演算子

Fig. 8 Determining of adequate vertex models for design

ローパスフィルタは, モデル化周波数帯域より高周波域に存在する雑音の影響を小さくし, 一方ハイパスフィルタは入出力値 y, u のトレンド (平均値) や低周波数の外乱を除去する。図11(b)に設定したフィルタの周波数特性を示す。同図では十分な外乱の抑制のために, モデル化周波数帯域内の低周波側成分もカットするよう, ハイパスフィルタを設定している。このため低周波数帯域の情報は失われるが, 本手法では同定するパラメータが θ 一つであるので, 中～高周波数帯域の情報のみでも十分同定は可能である⁽⁴⁾。

Fig. 9 Block diagram of online parameter identification

Fig. 10 Online identification of Ko value

Fig. 11 Pre-filtering for accurate identification

前処理された入出力値 y_f , u_f は, 補間パラメータ θ の同定が可能となるように変換する. すなわち式(1)の入出力値である y_f , u_f を, 同式を変形した式(5)のモデルの入出力値 Y , ϕ に変換する. 変換方法を付録2に示す.

$$Y(k) = \theta \cdot \phi(k) \quad (5)$$

ここで,

$$Y(k) = y_f(k) - a_{10}y_f(k-1) - \dots - a_{n0}y_f(k-n)$$

$$-Ko \cdot b_{10}u_f(k-1) - \dots - Ko \cdot b_{n0}u_f(k-n)$$

$$\phi(k) = (a_{11} - a_{10})y_f(k-1) + \dots + (a_{n1} - a_{n0})y_f(k-n)$$

$$+ Ko \cdot (b_{11} - b_{10})u_f(k-1) + \dots + Ko \cdot (b_{n1} - b_{n0})u_f(k-n)$$

式(5)は補間パラメータ θ に関して線形なので, 同式の入出力値 Y , ϕ を用いて式(6)~式(8)に示すオンライン最小自乗法が適用可能となる⁽⁵⁾.

$$\theta(k+1) = \theta(k) + L(k) \cdot (Y(k) - \phi(k) \cdot \theta(k)) \quad (6)$$

$$L(k) = \frac{P(k) \cdot \phi(k)}{\lambda + \phi(k) \cdot P(k) \cdot \theta(k)} \quad (7)$$

$$P(k+1) = \frac{1}{\lambda} \left[P(k) - \frac{P(k) \cdot \phi(k) \cdot \phi(k) \cdot P(k)}{\lambda + \phi(k) \cdot P(k) \cdot \theta(k)} \right] \quad (8)$$

ここで,

λ : 忘却係数, $0 < \lambda \leq 1$

同定時には, 精度確保のために M 系列の同定信号⁽⁴⁾を付加する. またスリップ速度を規定値 (目標値) に設定するためにフィードバック制御を行う. ここでフィードバックコントローラは, 目標値追従のために一次の積分特性を持たせるが, 補間パラメータ θ 同定への影響を抑えるため上記周波数帯域で M 系列信号のパワーを減衰させない最小限のゲインを設定する.

入力信号生成とフィードバック制御は, 運転条件の設定部で行う.

4.2 適合パラメータの同定結果 ECU 上に実装し実機上にて同定を行う. 図 12, 13 に, 1.8 リッタエンジン車において, 適合パラメータ Ko , θ の実

時間同定を行った例を示す. 定常ゲイン設定値 Ko は, 図 12(a), (b)に示されるように約 10 秒ごとに繰り返されるステップ応答変化幅に基づき, 同図(c)のように求められる. 補間パラメータ θ は, 図 13(a), (b)の入出力値により求められるが, 同図(c)のように約 4 秒で値が収束しているのがわかる.

次に排気量の異なる車両での補間パラメータ θ , 定常ゲイン設定値 Ko の同定結果を示す. 表 1 はその実験条件である. ここで θ は, 図 14(a)に示すようにパラメータ値の変化に対してボード線図が等間隔に変化するよう, 同(b)に示す θ と等価なパラメータ θ' ($0 \leq \theta' \leq 1$) へ変換する. 各機種ごとの特性変動の上

Fig. 12 Online identification of Ko value Fig. 13 Online identification of θ value

Table 1 Test conditions of θ, K_o identification

Engine	Parameter	Test conditions
3.0 liter	Turbine speed	1050, 1350, 1800 rpm
	Slip speed	50~100 rpm
	Throttle opening (Engine load)	5, 10, 16, 23 %
	Automatic transmission fluid temperature	80, 40 degree
1.8 liter	Turbine speed	1100, 1300, 1500 rpm
	Slip speed	50~100 rpm
	Throttle opening (Engine load)	5, 9, 12, 15, 18, 21, 24 %
	Automatic transmission fluid temperature	80, 40 degree

(a) LPV model : function of θ' (c) LPV model : function of θ (b) Conversion of θ to θ' Fig. 14 Conversion of θ for simple understanding of frequency characteristics

限、下限は同図の横軸（対数軸）方向に対してほぼ同じ幅となることが経験的にわかっているため、 θ' を用いる方が特性把握が容易なためである。なお θ 値を等間隔に変化させた時のモデルの特性を図14(c)に示す。

同定した θ', K_o 値を図15に示す。3.2節の図7に示したのと同じ特性（1.8リッター車：ゲイン大かつ位相進み、3.0リッター車：ゲイン小かつ位相遅れ）が本手法でも取得され、手法の妥当性が確認できた。また、 θ' の同一機種での変化幅はLPVモデルの上限、下限の大きさに対して約1/2であることが、容易に把握できる。

なお新しい機種において θ' が[0, 1]の範囲から逸脱する場合には、再度第3章で述べた端点モデルの再作成が必要となる。しかしここまでの実績において、ほぼ対象排気量の範囲においては適用できる。

4.3 LPVモデル精度の検証とモデル化誤差の見積もり LPVモデルの精度を検証するために、補間パラメータ θ による動特性の同定精度を調べる。そこで、過去に得られたモデル同定試験データを用いて補間パラメータ θ の机上同定を行い、従来法⁽¹⁾⁽²⁾により求めた同定モデルと比較する。ここで定常特性の

Fig. 15 Result of identification

変動は除くため、定常ゲイン設定値 K_o を、従来法のモデルと定常ゲインが等しくなるように設定する。

1.8リッターエンジンを対象に、モデルの時間応答波形を比較した結果を図16に、周波数特性の比較を図17に示す。両図ともに、本手法と従来法はほぼ一致していることがわかる。

また多くの運転条件での周波数特性の一致度を調べ

(a) Output signals of the LPV model and the identified model

(b) Output signal of test data

(c) Input signal of test data

Fig. 16 Comparison of the LPV model and the identified model

るために、別の機種にてモデル化を行い、式(9)のモデル化誤差 $\Delta_m(z)$ (乗法的特性変動) を求めた。

$$\Delta_m(z) = \frac{P_r(z) - P_p(z, \theta)}{P_p(z, \theta)} \quad (9)$$

ここで、

P_r : 過去に取得したスリップ制御系のモデル

結果を図 18 に示す。 $\Delta_m(z)$ はモデル化周波数帯域のうち、帯域の下限值近傍 (ゲイン交差周波数 ω_{cp} に対応) では -20dB 以下と小さい。このことから、フィードバック制御系の設計時に、モデル化誤差 $\Delta_m(z)$ に対するロバスト安定性確保のために帯域の下限值近傍でコントローラゲインを下げる必要がなく、したがって応答性の尺度として過去の設計で得られたのと同じゲイン交差周波数 ω_{cp} を実現するために、 $\Delta_m(z)$ は影響しない。これにより同定されたモデルは十分な精度を持つと言える。一方帯域の上限値近傍 (交差周波数 ω_{cg} に対応) では、モデル化誤差 $\Delta_m(z)$ は約 0dB の大きさであり、制御系のロバスト安定性を保証するために、コントローラ設計時に考慮する必要が出て来る。

5. まとめ

本報では、フィードバック制御系の開発時間の削減を目的に車載 ECU での制御系構築を可能とする”簡

素化設計法”を提案し、補間型 (LPV 形式) モデルの導入によりモデル表現の簡素化を行った。また実験機試験および試験データに基づく検証を行った。その結果、以下のことがわかった。

- (1) 得られたモデルは、フィードバック制御系の適合に十分な精度を持つ。
 - (2) 提案したモデル化の方法は、車載 ECU 上で実行でき、厳密なモデル化を行う従来法と比較して大きく時間削減が可能である。また特性把握が容易である。
- 次報では、本報で示したモデル化の方法に基づくコントローラ適合法を述べる。

最後に、本論文をまとめるに当たり有益なご意見をいただいた名古屋大学大学院工学研究科鈴木正之教授に深謝する。

文献

- (1) Osawa, M. et al., Application of H_∞ Control Design to Slip Control System for Torque Converter Clutch, *Preprints of the First IFAC-Workshop on Advances in Automotive Control*, (1995), 150-155.
- (2) 日比野良一, 大澤正敏, 河野克己, 木挽康志, トルクコンバータロックアップクラッチ・スリップ制御系の最適設計 (第 1, H_∞ 制御理論の適用によるロバスト安定化), 機論, 論文番号 No. 02-1287
- (3) 深海登世司, 藤巻忠雄, 制御工学, (1985), 106, 東京電機大学出版局.
- (4) 足立修一, ユーザのためのシステム同定理論, (1993), 58-72, 社団法人計測自動制御学会.
- (5) 片山徹, システム同定入門, (1994), 78-82, 朝倉書店.
- (6) Levi, E., C., Complex-Curve Fitting, *IRE Trans. on Automatic Control*, 4, (1959), 37-44.

付録 1 : ボード線図上での補間が可能な LPV モデルへの変換

スリップ制御系では、過去に蓄積されたデータから付式(i)に示すように高次の遅れ系で表現され、かつ各係数 ($T_i, \omega_i, \dots$) は機種や運転条件により変化することがわかっている。同式の代表的なボード線図を図 7 に示すが、同図の各特性は相似形であり、端点特性の補間的な形になっている。

$$P_\sigma(s) = \frac{K(s^2 + 2\zeta_1'\omega_1' + \omega_1'^2)(s^2 + \dots)}{(s + T_1')(s + \dots)(s^2 + 2\zeta_1\omega_1 + \omega_1^2)(s^2 + \dots)} \quad (i)$$

しかし図 7 の各特性は、端点モデルの係数の線形補間 (LPV モデル) では表現できない。式(i)から明かなように同式には非線形な (各係数 ($T_i, \omega_i, \dots$) 同士の積や二乗の) 項が含まれるためである。

そこで今回 3.2 節に示す周波数帯域のみにモデル化を限定する。この方法の有効性を調べるため、1.8 リッタ車のモデル集合を対象に、上記帯域でのみ特性を保持するよう周波数領域のフィッティング手法⁽⁶⁾を

Fig. 17 Comparison of the LPV model and the identified model

Fig. 18 Modeling errors of LPV model

適用し, 付式(ii)に示す3次へ低次元化した.

$$P_{\sigma}(s) = \frac{K(s^2 + 2\zeta'\omega' + \omega'^2)}{(s+T)(s^2 + 2\zeta\omega + \omega^2)} \quad (\text{ii})$$

ここで各モデルの係数 T と固有周波数 ω の関係を調べると, 付図 1(a)に示すように固有周波数 ω よりも一次遅れ要素の係数 T の変化の方が支配的なことがわかる. なお同図の横軸と縦軸は上記帯域 (3.2 節で述べる位相交差周波数) の上限値 ω_{cg} で規格化している. 同様に係数 T の変化は, ζ の変化よりも大きいことを確認している. 係数 T の変化は, ボード線図上ではゲインの大小 (位相の進み, 遅れ) に対応し, 図 7 が相似形となる主要因である. この時係数 T は, 付式(ii)の分母を展開した付式(iii)からわかるように, s^2, s, s^0 項の各係数に線形的に含まれるので, 同式の係数間には線形の関係がある.

$$\text{den}(s) = s^3 + (T + 2\zeta\omega)s^2 + (2T\zeta\omega + \omega^2)s + T\omega^2 \quad (\text{iii})$$

さらに付式(ii)を付式(iv)により離散時間系へ変換し, 可観測標準形で状態空間表現 (係数行列 A_0, B_0, C_0) へ変換しても, A_0 行列の係数の線形性は保たれる.

$$s = (z-1)/\text{sample_t} \quad (\text{iv})$$

ここで,

z : シフト演算子, s : ラプラス演算子

sample_t : 制御周期 (32m 秒)

A_0 行列の係数 (a_1, a_2, a_3) と補間パラメータ θ との関係を図 1(b) に示すが, 破線で近似する線形関係があるのがわかる.

一方付図 1 (d) の B_0 行列の係数 (b_1, b_2, b_3) には, A_0 行列ほどの相関は見られない. しかし係数 (b_1, b_2, b_3) に対応する付式(ii)分子の固有周波数 ω' は付図 1(c) のように分母の固有周波数 ω よりも, また必要な周波数帯域

よりも高周波側にある. すなわち係数 (b_1, b_2, b_3) は, ボード線図上では必要な周波数帯域よりも高周波側の特性を規定するため, モデル化への影響は小さい.

なお付図 1 に示す特徴は他の機種においても同様であることを確認した. 以上により, スリップ制御系のボード線図 (付式(i)) は式(1)の LPV モデルで表現可能であると考えられる.

付録 2: 式(1)から式(5)への変換

式(1)を係数行列 A_i, B_i の要素まで含めて表現すれば, 付式(v)のようになる. ただし入出力信号 u, y は, 式(3), (4)のフィルタ出力値 u_f, y_f である.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ \vdots \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1(\theta) & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_n(\theta) & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(\theta) \\ \vdots \\ b_n(\theta) \end{bmatrix} u_f(k) \quad (\text{v})$$

$$y_f(k) = K_o \cdot x_1(k)$$

ここで,

$$a_i(\theta) = (1-\theta) \cdot a_{i0} + \theta \cdot a_{in}, \quad i=1, \dots, n \quad (\text{vi})$$

$$b_i(\theta) = (1-\theta) \cdot b_{i0} + \theta \cdot b_{in} \quad (\text{vii})$$

(a_{i0}, b_{i0}): 端点モデル係数行列 (A_{00}, B_{00}) の要素

(a_{in}, b_{in}): 端点モデル係数行列 (A_{in}, B_{in}) の要素

x_i : 状態変数ベクトル x_i の要素

付式(v)の $n+1$ 個の方程式から状態変数 $x_1 \sim x_n$ を消去すれば, 付式(viii)となる.

$$y_f(k) = a_1(\theta) \cdot y_f(k-1) + \cdots + a_n(\theta) \cdot y_f(k-n) + K_o \cdot b_1(\theta) \cdot u_f(k-1) + \cdots + K_o \cdot b_n(\theta) \cdot u_f(k-n) \quad (\text{viii})$$

同式の各係数 ($a_1(\theta) \sim a_n(\theta), b_1(\theta) \sim b_n(\theta)$) は, 付式(vi), (vii)に示すように θ の一次式で表現されるので, 付式(viii)も θ の一次式となる. そこで同式で θ がかかる項を右辺にまとめ, かからない項を左辺に移項すれば式(5)が導かれる.

Appended Fig. 1 Result of modeling in restricted frequency band (shown in section 3.2)