トラスアンテナ構造の静的形状推定法の研究*

川畑 成之^{*1}, 井上 譲^{*1}, 福永 久雄^{*2}

Research on Static Shape Estimation of Truss Antennas

Nariyuki KAWABATA, Yuzuru INOUE and Hisao FUKUNAGA^{*3}^{*3} Department of Aeronautics and Space Engineering, Graduate School of Tohoku University,
01 Aramaki, Aza-Aoba, Aoba-ku, Sendai-shi, Miyagi, 980-8579 Japan

The improved high precision and high performance are required to antenna structures. However, this kind of structures tends to deform easily as their size is enlarged. Therefore, in order to keep the surface accuracy of antenna, it is important to estimate a surface configuration of antenna from limited information provided by embedded sensors in structural elements. This paper shows a fundamental examination about the static shape estimation of truss antennas. Two approaches of shape estimation are proposed to deal with the case where measurement points are limited to the distortion in a subset of truss elements. In the first approach, based on the static modal analysis, the modal expansion method, in which the surface deformation of antenna is expressed by summation of natural modal displacements is employed. In the second one, the polynomial approximation method is used based on the assumption that the temperature distribution acting on the antenna can be approximated by a low-order polynomial. In this method, to minimize the shape estimation error, the sensor placement can be determined by the optimal location technique including the singular value decomposition. Some numerical examples for the shape estimation of large truss antenna using the proposed estimation methods are illustrated in this paper. From the results of examples, the validity of the present approaches is verified.

Key Words: Flexible Structure, Shape Measurement, Modal Analysis, Polynomial Approximation

1. 緒 言

宇宙利用が本格化してきた現在, 宇宙用アンテナ⁽¹⁾においては, さらなる利得の向上や分解能の改善等の要求より, アンテナの大形化・軽量化が進んでいる。これに伴うアンテナ構造の柔軟低剛性化により, 外乱の影響を受けやすくなり, 鏡面精度の低下が問題となる。鏡面精度を低下させる外乱として, 製造時の部材長誤差⁽²⁾や宇宙空間における熱荷重⁽³⁾などが挙げられる。特に宇宙用アンテナは地上用アンテナに比べ厳しい熱環境にさらされ, 地上での温度変化がせいぜい $-20^{\circ}\text{C}\sim+20^{\circ}\text{C}$ であるのに対し, 軌道上では $-150^{\circ}\text{C}\sim+200^{\circ}\text{C}$ 程度の大きな温度変化となる。このような温度変化に伴う熱変形は, 鏡面精度に重大な影響を及ぼすため, 鏡面形状を計測・能動制御して鏡面精度を保持する技術が要求される。最近, 特に大形アンテナ等を対象にしたアクチュエータ・センサによる高精度の形状計測・制御に関する研究⁽⁴⁾⁽⁵⁾が活発に行われているが, 簡易な方法で高精度の計測・制御を

実現する手法の開発にはいまだ至っていない。

アンテナ構造の高精度形状制御のためには, 限られた数のセンサによるアンテナの変形状態の正確な計測が必要であり, 形状推定法の確立が大きな課題となっている。本研究では, トラスアンテナ構造を対象にした高精度形状計測について検討を行う。膨大な数となるトラスアンテナ構造のすべての部材にセンサを配置することは技術・コストの面で現実的ではなく, 限られた数のセンサにより最大限の効果を得るように配置する必要がある。著者らは文献(6)において, アンテナ表面の変位計測に基づいた静的モード展開法を用いて, 比較的精度の良い形状推定結果を得た。しかし, 装置の複雑化等技術的な問題から, 実際の構造物において変位を計測することは困難であると考えられる。一方, ひずみ計測センサは取付けが容易で, 計測誤差も小さく, 実際の構造物への適用が期待される。本研究では, 初めに静的モード展開法⁽⁶⁾により, 変位計測センサおよびひずみ計測センサを用いた場合の形状推定法を検討する。次に, 簡易に計測できるひずみデータを用いて熱荷重分布の多項式近似による静的形状推定法を検討する。以上の形状推定法に関して, 大形トラスアンテナモデルを用いた数値シミュレーションによってその有効性を示す。

* 原稿受付 2003 年 6 月 6 日。

^{*1} 東北大学大学院工学研究科(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 01)。^{*2} 正員, 東北大学大学院工学研究科。

E-mail: fukunaga@ssl.mech.tohoku.ac.jp

2. モード展開による静的形状推定法

2章では、振動解析に用いられるモード法と同様な考え方にに基づき、アンテナ構造の静的形状を低次の固有モード形状の和で表す。

2.1 モード展開法の定式化 トラス構造の平衡方程式は次式で与えられる。

$$[K]\{u\}=\{f\} \quad \cdots \cdots \cdots (1)$$

ここで、 $[K]$ は全体剛性マトリックス、 $\{u\}$ は全節点変位ベクトル、 $\{f\}$ は外力ベクトルである。 $[K]$ の固有値解析を行うことで、以下の式を得る。

$$[K]\{\phi_i\}=\lambda_i\{\phi_i\} \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

ただし、 $\{\phi_i\}$ は i 次の固有ベクトル、 λ_i は i 次の固有値である。

トラス構造の静的形状を表す節点変位ベクトルを、次式のようにモード形状の和、すなわち固有ベクトルの和で近似する。

$$\{u_a\}=\sum_{i=1}^I a_i\{\phi_i\} \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

ここで、 a_i は i 次の固有ベクトルに対する重み係数を表し、 I は固有ベクトルの採用次数を表している。

$\{\phi_i\}$ のうち、計測対象点の自由度成分を並べたものを $\{\bar{\phi}_i\}$ とし、マトリックス $[\bar{\Phi}]$ を以下のように定義する。

$$[\bar{\Phi}]=[\bar{\phi}_1 \ \bar{\phi}_2 \ \cdots \ \bar{\phi}_I] \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

$[\bar{\Phi}]$ を用いると、式(3)より計測対象点の変位ベクトル $\{\bar{u}_a\}$ は以下のように書ける。

$$\{\bar{u}_a\}=[\bar{\Phi}]\{a\} \quad \cdots \cdots \cdots (5)$$

ここで、 $\{a\}$ は式(3)の a_i を 1～ I 次の成分について並べたベクトルである。

次に、式(1)～(5)に示したトラス構造の静的モード解析に基づき、少数のセンサから得るデータを用いて、計測対象点(例えばトラスアンテナの上面節点 z 方向変位)形状を推定する。このとき、 $[\bar{\Phi}]$ および $\{\bar{u}_a\}$ のうち、センサ配置箇所に対応する成分を抜き出したマトリックスをそれぞれ $[\bar{\Phi}_m]$ 、 $\{\bar{u}_m\}$ とすると、最小二乗法を用いて $\{a\}$ が次式より定まる。

$$\{a\}=[(\bar{\Phi}_m)^T[\bar{\Phi}_m])^{-1}[\bar{\Phi}_m]^T\{\bar{u}_m\} \quad \cdots \cdots \cdots (6)$$

ただし、センサ配置箇所は $[\bar{\Phi}_m]^T[\bar{\Phi}_m]$ が正則となるように選択する。このとき、 $\{a\}$ は一意に定まり、式(5)に代入すると、推定変位 $\{\bar{u}'\}$ が次式で得られる⁽⁶⁾。

$$\{\bar{u}'\}=[\bar{\Phi}][(\bar{\Phi}_m)^T[\bar{\Phi}_m])^{-1}[\bar{\Phi}_m]^T\{\bar{u}_m\} \quad \cdots \cdots \cdots (7)$$

以上の定式化により、変位を直接計測することによって形状を推定することが可能となるが、計測の容易さを考慮すると、ひずみセンサによる計測のほうが簡便

である。そこで次に、トラス部材のひずみ計測量を用いた形状推定法を考える。トラス部材の軸方向ひずみのみを考慮するとき、ひずみ-変位関係マトリックス $[B]$ を用いると式(5)よりひずみ $\{\epsilon\}$ は次式で表される。

$$\{\epsilon\}=[A]\{a\} \quad \cdots \cdots \cdots (8)$$

ただし、 $[A]$ は

$$[A]\equiv[B][\Phi] \quad \cdots \cdots \cdots (9)$$

で定義される変換マトリックスである。式(8)のひずみベクトル $\{\epsilon\}$ のうちセンサ配置箇所に対応する計測ひずみ成分を $\{\epsilon_m\}$ とすると、最小二乗法を用いて $\{a\}$ が次式より定まる。

$$\{a\}=[(A_m)^T[A_m])^{-1}(A_m)^T\{\epsilon_m\} \quad \cdots \cdots \cdots (10)$$

ここで、 $[A_m]$ は $[A]$ のうち計測ひずみに関係している成分を抜き出したマトリックスである。式(5)および式(10)より、推定変位 $\{\bar{u}'\}$ が次式で得られる。

$$\{\bar{u}'\}=[\bar{\Phi}][(\bar{A}_m)^T[\bar{A}_m])^{-1}(\bar{A}_m)^T\{\epsilon_m\} \quad \cdots \cdots \cdots (11)$$

以上の定式化より、センサから取得したひずみデータをを用いて、未計測点の形状推定が可能となる。

2.2 センサ最適配置 外力ベクトル $\{f\}$ が与えられたとき、節点変位ベクトル $\{u\}$ および、ひずみベクトル $\{\epsilon\}$ が有限要素法より求められる。配置されたセンサから取得するデータとして、 $\{u\}$ 、 $\{\epsilon\}$ のうちセンサ配置箇所に対応する成分を選択して用いる。したがって、センサ配置箇所が変化すると、 $\{\bar{u}_m\}$ 、 $\{\epsilon_m\}$ および $[\bar{\Phi}_m]$ 、 $[A_m]$ が変化する。そこでセンサ配置箇所を決定するための目的関数を次式で定義する。

$$\Pi'=\min \Pi \quad \cdots \cdots \cdots (12)$$

ここで、

$$\Pi=\frac{1}{N_s}\sum_{i=1}^{N_s}\frac{\|\{\bar{u}_i\}-\{\bar{u}'_i\}\|}{\|\{\bar{u}_i\}\|} \quad \cdots \cdots \cdots (13)$$

であり、複数の外力に対する変位の推定誤差の平均値を表す。また、 N_s は想定する外力の数を表す。したがって、式(13)の値が小さいほど各外力に対する推定誤差が平均的に小さいことになる。このとき、センサの最適配置箇所は式(12)を最小にする配置箇所によって与えられる。なお、変位またはひずみのどちらを計測する場合でも、式(12)によってセンサの最適配置が可能であるが、それぞれの場合において求められる最適配置箇所は異なる。

2.3 数値計算例と考察

2.3.1 数値計算モデル 本研究では数値計算モデルとして図1に示すトラスアンテナ構造を想定する。アンテナのサイズは直径 45 m、高さ 0.8 m で、部材数 1 509、節点数 360 である。トラス構成部材はすべて CFRP 材であり、材料定数はヤング率 100

GPa, 断面積 $1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, 線膨張係数 $0.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ である。アンテナは上面, 下面および上下面を接続するコア部材によって構成され, 上下面は放物面を形成している。また, これらの要素のうち, 上面 192 節点の z 軸方向変位を計測対象自由度とする。ここで, 宇宙アンテナ等の宇宙構造物では通常, 周辺自由境界であるため剛体モードが存在するが, 本研究では弾性モードのみを対象とし, アンテナ構造全体の剛体モードを除去して取扱うために, 下面の 3 点が支持されている場合を考える。

本研究では実際に生じると予想される熱荷重として, アンテナにはほぼ線形に分布する熱荷重を 6 ケース想定する。想定する熱荷重がアンテナに加わったときのアンテナ上面の変形状態を図 2 に示す。図 2 において各外乱ケースのアンテナ上面図周辺に示した矢印は想定した熱荷重の温度分布を表しており, $-150^\circ\text{C} \sim +200^\circ\text{C}$ の範囲で温度変化を与えた。ケース 1, 2 はアンテナ構造の x 軸方向に, ケース 3, 4 はアンテナ構造の y 軸方向に線形分布で熱荷重が作用している。また, ケース 5, 6 はアンテナ構造の全体の温度が一定で, それぞれ 200°C および -150°C の温度を与えた場合を想定した。一方, アンテナ上面に示した等高線は熱荷重が加わったときのアンテナ上面節点の z 方向変位量を表している。

本研究では, センサ最適配置問題の解法として GA を用いた。コーディングは整数型コーディング, 選択法はルーレット選択およびエリート戦略, 個体数 1500, 世代数 500, 交差率は 0.3, 突然変異率 0.02 とした。

Fig. 1 Truss antenna model

2・3・2 静的形状のモード展開 構造物の振動制御を行う場合, 一般に低次(1~3 次程度)のモードを考慮すれば良いことが多い。一方, 静的形状制御を目的とした形状推定にモード展開を適用する場合には, 高次のモードまで考慮する必要がある。ここで, 式(6)および, 式(10)を適用するには, センサ数を展開するモードの数以上に設定する必要がある。そこで, センサの最小必要数を決定するために, 図 1 に示すトラスアンテナについて, 静的形状のモード展開に必要な固有モード次数 I を求める。アンテナ上面の全節点 z 方向変位を計測して, 式(5)の採用モード数を変化させた場合に, 式(7)によって表される変位と実際の変位との誤差を図 3 に示す。ここで, 実際の変位と

Fig. 2 Deformation of upper surface under thermal loads

Fig. 3 Relation between the number of adopted modes and estimation error

は、式(1)より求められた変位ベクトル $\{u\}$ のうち、アンテナ上面節点の z 方向成分を有するベクトルとなっている。図中横軸は採用モード次数、縦軸は各外力によって生じる実際の変位で正規化した誤差を表す。なお、ケース2とケース6はそれぞれケース1およびケース5と同様であるため省略した。図3からわかるように、10次モードまで採用するとどの荷重ケースに対しても誤差を10%以内におさえることができる。そこで本研究では、センサ数と計算精度の観点から静的形状のモード解析に10次モードまでの和を採用する。

Fig. 4 Relation between the number of sensors and estimation errors (displacement sensor)

Fig. 5 Estimation errors for each thermal load (displacement sensor)

Fig. 6 Location of displacement sensors (number of sensors: 10)

2.3.3 形状推定結果と考察 モード展開による形状推定に関して、変位センサを用いる場合とひずみセンサを用いる場合についての精度の比較を行う。変位センサを用いた場合について、図4~6に、それぞれ、配置センサ個数と推定誤差の関係、センサ個数10個の場合の各外力パターンに対する推定精度、そのときのセンサ最適配置箇所を示す。また、図7, 8には、ひずみセンサを用いた場合の配置センサ個数と推定誤差の関係、および、センサ個数50個の場合の各外力パターンに対する推定精度を示す。なお、ひずみセンサの最適配置箇所については配置個数が50個と多いため省略した。図4および図7において、横軸は配置センサ個数、縦軸は式(13)より得られる推定誤差を表す。図4, 7よりどちらのセンサを用いる場合でも、配置センサ個数の増加に従って推定誤差が改善されているのがわかる。しかし、変位センサの場合はセンサ個数10個の段階ですでに誤差が10%を下回っているのに対して、ひずみセンサを用いた場合は50個のセンサを配置してもその誤差は30%と大きくくなっている。一方、図5および図8よりどちらのセンサを用いた場合でも、各外力ケースに対して平均的な推定精度が得られるセンサ配置を得ており、式(12)に基づく最適配

Fig. 7 Relation between the number of sensors and estimation errors (strain sensor)

Fig. 8 Estimation errors for each thermal load (strain sensor)

置によって種々の外乱に対して同時に有効となるセンサ配置が可能となっている。しかし、図4, 7と同様に、ひずみセンサを用いた形状推定では変位センサを用いた場合に比較して相対的に誤差が大きくなっていることがわかる。以上の結果より、モード展開法により形状推定を行う場合、変位を直接計測することで精度良い推定が可能である一方、ひずみ計測を行う場合は推定精度がかなり低下することが判明した。この理由は、ひずみという局所的な計測値を用いて、モード変位という大域的な値の推定が困難であるために生じたと考えられる。しかし、ひずみセンサの適用は、構造物への取付け等有利な点が多く、ひずみ計測によって高精度の形状推定を行うことは重要である。そこで、ひずみセンサを用いた形状推定の一手法として、3章では温度分布の多項式近似を用いた形状推定法を提案し、その有効性を検討する。

3. 温度分布の多項式近似による静的形状推定法

3章ではアンテナに外力として加わる温度分布が多項式で近似できると仮定して、形状推定を行う。

3.1 形状推定のための定式化 トラス構造に加わる温度分布が完全二次多項式で表されると仮定すると、そのときの熱荷重 $\{f_T\}$ は次式で表される。

$$\{f_T\} = [G]\{a\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 $\{a\}$ は

$$T(x, y, z) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4z + a_5x^2 + a_6y^2 + a_7z^2 + a_8xy + a_9yz + a_{10}xz \quad \dots\dots\dots (15)$$

で表される多項式の係数を並べたベクトルである。ここで $T(x, y, z)$ はモデル全体の温度分布、 $[G]$ は熱荷重-係数ベクトル関係マトリックスを表している。

このときの節点変位ベクトル $\{u\}$ および、ひずみベクトル $\{\varepsilon\}$ は次式で表される。

$$\{u\} = [K]^{-1}[G]\{a\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\{\varepsilon\} = [B][K]^{-1}[G]\{a\} = [D]\{a\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 $[D]$ はひずみ-係数ベクトル関係マトリックスである。

配置するひずみセンサ数が式(15)における係数の数以上であるとき、式(17)左辺のひずみベクトル $\{\varepsilon\}$ のうち計測ひずみ成分を $\{\varepsilon_m\}$ 、それに対応する $[D]$ の成分から構成されるマトリックスを $[D_m]$ とすると、最小二乗法を用いて $\{a\}$ が次式より定まる。

$$\{a\} = ([D_m]^T[D_m])^{-1}[D_m]^T\{\varepsilon_m\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

式(16)に式(18)を代入すると、推定変位 $\{\bar{u}\}$ が次式で得られる。

$$\{\bar{u}\} = [K]^{-1}[G]([D_m]^T[D_m])^{-1}[D_m]^T\{\varepsilon_m\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

以上の定式化より、センサから取得したひずみデータを用いて $\{a\}$ を決定し、温度分布を多項式近似することで、節点変位が推定可能となる。

3.2 計測誤差を考慮したセンサ最適配置 式(17)よりひずみ計測値に誤差が入っていないときには次式が成り立つ。

$$[D_m]\{a\} = \{\varepsilon_m\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

いま、計測時に誤差が生じる場合を考える。式(20)の右辺の計測値に誤差 $\{e\}$ が生じ、 $\{a\}$ が $\{\Delta a\}$ だけずれて同定されたとすると、式(20)は

$$[D_m](\{a\} + \{\Delta a\}) = \{\varepsilon_m\} + \{e\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

となる。このとき $\{\Delta a\}$ は、次式を満たす⁽⁷⁾。

$$\|\{\Delta a\}\| \leq \frac{\|\{e\}\|}{\lambda_{\min}} \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 $\lambda_{\min}$ は $[D_m]$ の特異値の最小値を表し、この値が大きいかほど計測値に含まれる誤差に対する感度が低くなる。 $[D_m]$ はセンサの配置箇所によって変化し、それによって特異値も変化する。そのため、センサを適切な箇所に配置することが重要となる。そこで、センサ配置箇所を決定するための目的関数を以下のように定義する。

$$J = \max \lambda_{\min} \quad \dots\dots\dots (23)$$

センサの最適配置箇所は式(23)を最大にする配置箇所によって与えられる。

3.3 数値計算例と考察 3.3節では式(23)に基づいて、計測誤差の影響が最小となるようにひずみセンサの最適配置を行う。また、最適配置されたひずみセンサに対して誤差を含むデータを10000組用意し、式(19)に代入して形状推定を行い、その推定結果と正解値との誤差[式(13)]について平均値と標準偏差を求める。このとき外乱として図2のケース1~6で示される熱荷重を想定する。ここで、ケース1~6の温度分布は二次多項式で表すことが可能であり、式(20)が成り立つため、計測誤差を考慮に入れない場合は正確に形状を推定できる。

図9にセンサ個数10個の場合の最適配置結果を示す。また、比較のため適当な場所にセンサを配置した場合を基準配置として図10に配置箇所を示す。計測誤差が1%の場合について、それぞれのセンサ配置における形状推定誤差を図11に示す。図11より、どの外乱に対してもセンサの最適配置を行うことで形状推定精度が大幅に改善されており、センサ配置箇所の最適化が重要であることがわかる。

図12には評価値 J [式(23)]とセンサ個数との関係を示す。図12より、センサ数が増加するに従って J が大きくなり、計測誤差に対するロバスト性が高くな

Fig. 9 Optimal strain sensor location (number of sensors: 10)

Fig. 10 Standard sensor location

Fig. 11 Estimated results for each thermal load (measurement error: 1%)

Fig. 12 Relation between the number of sensors and minimum singular value

Fig. 13 Relation between the number of sensors and estimation errors

Fig. 14 Estimated results for each thermal load (measurement error: 5%)

Fig. 15 Optimal strain sensor location (number of sensors: 20)

(a) Exact (b) Estimated shape
Fig. 16 Estimated result (polynomial approximation)

ることがわかる。図 13 に最適配置したセンサにケース 5 の外乱が作用する場合について、5% の計測誤差が含まれるときのセンサ個数と形状推定誤差の関係を示す。また、配置センサ個数が 10 個および 20 個の場合について、各外乱ケースに対する推定誤差を図 14 に示す。これらの図より、センサ配置個数が増加するに従って推定精度が改善されていることがわかる。また、センサ個数が 10 個と 20 個の場合で推定精度はかなり異なるが、それ以上センサ個数を増加させてもあまり効果がないことがわかる。図 15 にセンサ個数 20 個のときのセンサ最適配置箇所を、図 16 に外乱ケース 5 に対する形状推定結果を示す。図 16 からわかるように、形状推定によってほぼ正解の推定結果が得られている。以上の結果から、温度分布多項式近似法によって、ひずみセンサを用いた高精度の形状推定が可能であることがわかる。

4. 結 言

本研究では、配置センサ個数が制限されている場合のトラス構造物の静的形状推定について、ひずみセンサを用いたモード展開法の検討と、熱荷重の温度分布多項式近似法の提案を行い、数値例を通してその有効性を検討した。モード展開法においては、トラス構造の静的形状を表す節点変位ベクトルは低次(1~10 次程度)のモード形状の和として表現可能であるが、変位センサを用いた場合に比較して、ひずみセンサを用

いた場合には十分な精度が得られなかった。そこで、ひずみセンサを用いた形状推定法として、温度分布を推定する方法を提案した。温度分布多項式近似法においては、計測データが誤差を含んでいる場合でも、最小特異値が最大となるようにセンサを配置することで計測精度が大幅に改善されることが数値例によって示された。その結果、少数のひずみセンサからのデータのみで高精度な形状推定が可能であることがわかった。なお、本研究では簡単のため、アンテナの剛体モードを除去して検討したが、ひずみ計測のみで剛体モードを含めた構造全体の変形を予測することは困難である。そのため、構造全体の変形を予測するためには、他の手法を組合わせた手法を検討する必要がある。

本研究は、メカトロニクス技術高度化財団の研究助成を受けて行われた。

文 献

- (1) Hedgepeth, J. M., *J. Spacecraft*, **19** (1982), 211-217.
- (2) Burdisso, R. A. and Haftka, R. T., *AIAA J.*, **28**-8 (1990), 1504-1508.
- (3) Haftka, R. T., *AIAA J.*, **22**-9 (1984), 1293-1298.
- (4) Furuya, H. and Haftka, R. T., *J. Spacecraft Rockets*, **32**-5 (1995), 856-865.
- (5) 木村真一・竹内誠, 日本航空宇宙学会論文集, **50**-587 (2002), 20-27.
- (6) 川畑成之・福永久雄, 機論, **68**-667, C (2002), 1970-1975.
- (7) ストラング G. (山口昌哉監訳), 線形代数とその応用, (1976), 309, 産業図書.