コンプライアントメカニズムのトポロジー最適設計法* (荷重入力位置の変位と出力位置の変位の比を考慮した場合)

細山 亮^{*1}, 西脇 眞二^{*2}, 泉井 一浩^{*2}
吉村 允孝^{*3}, 松井 和己^{*4}, 寺田 賢二郎^{*5}

Structural Topology Optimization of Compliant Mechanisms (In cases Where the Ratio of the Displacement at the Input Location to the Displacement at the Output Location is Included in an Objective Function)

Akira HOSOYAMA, Shinji NISHIWAKI^{*6}, Kazuhiro IZUI,
Masataka YOSHIMURA, Kazumi MATSUI and Kenjiro TERADA

^{*6} Department of Precision Engineering, Kyoto University,
Yoshida-honmachi, Sakyo-ku, Kyoto-shi, Kyoto, 606-8501 Japan

In structural design, the stiffest structure is considered optimal. However, a structure having flexible parts offers certain advantages over a rigid structure in terms of mechanical function criteria. A typical mechanical example is compliant mechanisms, which use the design concept of structural flexibility to achieve a specified motion. In this paper, a new topology optimization method is constructed based on the continuous approximation assumption of material distributions for the design of compliant mechanisms. First, the relaxation scheme of a design domain based on this assumption is briefly discussed. Next, structural flexibility is formulated using a mutual energy concept. A new objective function taking the ratio of the displacement at the input location to the displacement at the output location into consideration is proposed. A multi-objective optimization problem is formulated and its algorithm is constructed using Sequential Linear Programming (SLP). Finally, several numerical examples are presented in order to confirm the validity of the method proposed here.

Key Words: Optimum Design, Structural Analysis, Flexible Structure, Sensitivity Analysis, Finite Element Method

1. 緒 言

機械構造物の柔軟性を積極的に利用した新しいメカニズムとして、コンプライアントメカニズム⁽¹⁾が近年提案されてきている。コンプライアントメカニズムは、剛体要素とジョイントにより構成される通常のメカニズムと異なり、構造の適切な位置に必要とされ得る柔軟性を付加することにより、構造一体でメカニズムの機能を実現するものである。コンプライアントメカニズムはその形状的特徴により、(1)無騒音、(2)無潤滑、(3)部品数の削減、(4)小形化⁽¹⁾などの多くの利点を持ち、機械製品だけでなく、医療部品、MEMS(Micro-Electro Mechanical Systems)⁽²⁾⁽³⁾などに広く利用されつつある。

しかし、このようなコンプライアントメカニズムの形状設計については、一般的に最適な形状を創出することは難しく、従来までにいくつかの方法論⁽⁴⁾は提案されているものの、試行錯誤によって形状が求められているのが現状であり、構造設計法はいまだ確立されていない。

他方、1988年に新しい構造設計法として提案されたトポロジー最適化手法⁽⁵⁾は、剛性最大化問題⁽⁶⁾、固有振動数最大化問題⁽⁷⁾、コンプライアントメカニズムの最適設計⁽⁸⁾⁽⁹⁾など多くの問題に適用され、著しい発展を遂げてきている。

しかし、これらの方法では、チェッカボードのような数学的不安定問題を生じ、その問題を解決する方法はいくつか提案^{(10)~(12)}されているが、どの方法を用いても抜本的解決には至っていない。さらに、コンプライアントメカニズムの最適設計⁽⁸⁾については、一般的な設計要求を満足できる定式化に至っておらず、創出される構造はある程度限られたものとなっている。

本研究では、これら二つの課題を解決可能な新しいコンプライアントメカニズムの最適設計技術を提案する。すなわち、トポロジー最適化における数学的不安

* 原稿受付 2003年12月25日。

^{*1} 京都大学大学院工学研究科精密工学専攻(〒606-8501 京都市左京区吉田本町)。

^{*2} 正員、京都大学大学院工学研究科精密工学専攻。

^{*3} フェロー、京都大学大学院工学研究科精密工学専攻。

^{*4} 正員、横浜国立大学大学院環境情報研究院(〒240-8501 横浜市保土ヶ谷区常盤台79-7)。

^{*5} 正員、東北大学大学院工学研究科土木工学専攻(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉03)。

E-mail: shinji@prec.kyoto-u.ac.jp

定性問題を解決するため、材料分布の連続性を仮定した設計空間の緩和を行いながら、より一般的な設計要求を満足可能な、新しい目的関数に基づいた最適設計法を構築する。

以下2章では、本研究で提案する材料分布の連続性を仮定したトポロジー最適化手法の考え方を述べる。3章では、まず剛性と柔軟性の定式化を示し、その定式化に基づきコンプライアントメカニズムに要求される機能から、荷重入力位置の変位と出力位置の変位の比に着目した新たな目的関数を提案する。そして、この目的関数を用いて最適化問題を定式化し、この最適化問題を解く方法として、均質化法と逐次線形計画法を基にしたトポロジー最適化アルゴリズムを構築する。4章では、簡単な二次元のコンプライアントメカニズムの構造創成問題により、本研究で提案する方法の妥当性について検討を行う。

2. 材料分布の連続性を仮定した設計空間の緩和法

Bendsøe と Kikuchi⁽⁵⁾ は構造のトポロジーをも考慮可能な新しい最適設計の方法を、次式で示す特性関数 χ_n と拡張された固定設計領域 D に基づき構築した。

$$\chi_n(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in \Omega_d \\ 0 & \text{if } x \in D \setminus \Omega_d \end{cases} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 x は固定設計領域内の位置、 Ω_d は本来の設計領域を示す。

この特性関数 χ_n と固定設計領域 D を用いることにより、最適設計問題は固定設計領域 D における材料分布問題に置換えられる。そしてこの特性関数 χ_n により、固定設計領域 D において任意の最適形状を表

Fig. 1 Distribution of shape functions

Fig. 2 Hexagonal microstructure

現することが可能となる。しかし、拡張された固定設計領域 D では、 χ_n はいたるところ不連続な特性を持つことになる。

この問題を解決し、大域な観点から連続な値を得る設計空間の緩和方法として、均質化法が用いられている。しかし、従来までの方法⁽⁵⁾ では、緩和された固定設計領域の離散化近似において、各有限要素に同一のミクロ構造が配置されると仮定し、各要素ごとに独立にミクロ構造を配置したため、要素間での不連続性を生じ、これがチェッカボードなどの数学的な不安定性の問題の起因となっている。これを回避するためにフィルタリング手法^{(10)~(12)} ははじめとした数多くの方法が提案されてきたが、抜本的な解決には至っていない。

ここでは、このような問題を根本的に解決するために、離散化近似において、各節点にミクロ構造を配置する。そして、設計変数が固定設計領域 D における C^0 以上の連続な関数であると仮定し、固定設計領域に分布する設計変数 $r(x)$ の離散化近似 r^h を、形状関数 $N_J(x)$, ($J=1, \dots, n$) を構成要素とする形状関数ベクトル $\mathbf{M}(x)$ を用いて次のように表す。

$$r \approx r^h = \mathbf{M}(x)\mathbf{R} = N_1R_1 + \dots + N_JR_J + \dots + N_nR_n \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\mathbf{R}$ は節点における設計変数ベクトルであり、 n は設計変数の数(固定設計領域内の総節点数)を表す。この場合、図1に示すように J 番めの節点に対応する形状関数 $N_J(x)$ は、関係する要素内(図の場合には四つの要素)において連続的に変化するため、チェッカボードなどの C^{-1} 連続上で生じる不安定問題は回避される。なお、本研究では、 C^0 連続な最も簡単な形状関数として、双一次関数を用いる。

また、設計空間の緩和に際して利用するミクロ構造には等方的な挙動を示す図2の六角形のものを用いる。ここで、設計変数は、図2に示した穴の代表長さ r である。これにより、従来の Suzuki と Kikuchi⁽⁶⁾ が提案した長方形孔を持つ構造とは異なり、各節点に1設計変数を配置することになるので、設計問題の規模を小さくすることができる。

そして、均質化された物理量を求めるために、最初に次式より、特性関数 χ を求める。

$$\begin{aligned} & \int_Y \boldsymbol{\varepsilon}_v(\mathbf{v})^T \mathbf{E}(x, y) \boldsymbol{\varepsilon}_v(\chi(x, y)) dY \\ &= \int_Y \boldsymbol{\varepsilon}_v(\mathbf{v})^T \mathbf{E}(x, y) dY \quad \text{for } \forall v \in V_v \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで、 Y は周期的なユニットセルの領域、 $\mathbf{E}$ は弾性テンソルで、

$$V_y = \{v = v_i e_i | v \text{ は } Y \text{ について周期的}\} \quad \cdots (4)$$

$$\varepsilon_y(v)^T = \left\{ \frac{\partial v_1}{\partial y_1}, \frac{\partial v_2}{\partial y_2}, \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial y_2} + \frac{\partial v_2}{\partial y_1} \right) \right\} \quad \cdots (5)$$

である。上式で求められた特性関数 χ を用いて次式により均質化された弾性テンソル E^H を、

$$E^H = \frac{1}{|Y|} \int_Y E(x, y) (I - \varepsilon_y(\chi)) dY \quad \cdots (6)$$

とし求める。また、図2の六角形のマイクロ構造では巨視的な体積密度 ρ^H は次式で求められる。

$$\rho^H(x) = 1 - r^2(x) \quad \cdots (7)$$

これを用いると、設計領域 Ω_d に占める材料の体積 V は次式となる。

$$V = \int_{\Omega_d} \rho^H(x) d\Omega = \int_{\Omega_d} (1 - r^2(x)) d\Omega \quad \cdots (8)$$

なお、設計変数 r は、図2からわかるように完全空孔の場合1で、完全稠密の場合0となり、

$$0 \leq r(x) \leq 1 \quad \cdots (9)$$

の制約を受ける。

以上の手続きにより、設計空間の緩和を行う。

3. 定式化

3.1 柔軟性と剛性の定式化 最初に、柔軟性の定式化⁽⁸⁾を、相互平均コンプライアンスの考え方に基き行う。図3に示す二次元弾性体で構成される設計領域 Ω_d を考える。弾性体は等方性材料で構成され、境界 Γ_d を完全固定しているものとする。ここで、二つの荷重ケースについて考える。すなわち、Case(a)では、弾性体の境界 Γ_1 に表面力 t^1 を作用させ、このときの Ω_d の変形場を $u^1 = \{u_1^1, u_2^1\}^T$ とする。Case(b)では、弾性体 Ω_d の境界 Γ_2 に表面力 t^2 を作用させ、このときの Ω_d の変形場を $u^2 = \{u_1^2, u_2^2\}^T$ とする。なお、簡略化のために設計領域に作用する物体力は無いものと仮定する。

ここでCase(b)に示す境界上の表面力 t^2 が単位当たりの表面力であると仮定すれば、次式に示す相互平均コンプライアンス $l^2(u^1)$ が、表面力 t^1 による境界

Γ_2 での柔軟性を表す尺度であるといえる。

$$l^2(u^1) = \int_{\Gamma_2} t^2 \cdot u^1 d\Gamma \quad \cdots (10)$$

すなわち、 $l^2(u^1)$ を最大化することにより、表面力 t^1 を作用させたときの境界 Γ_2 における t^2 方向の柔軟性を最大化することができる。

次に、剛性について定式化を行う。今、図3のCase(a)の弾性変形問題のみを考える。この場合、表面力 t^1 を作用させた境界 Γ_1 の剛性の尺度は、次式で示す平均コンプライアンスで表される。

$$l^1(u^1) = \int_{\Gamma_1} t^1 \cdot u^1 d\Gamma \quad \cdots (11)$$

この $l^1(u^1)$ を最小化することにより、境界 Γ_1 の表面力 t^1 に対する剛性は最大化される。

3.2 最適化問題の設定 次に、コンプライアントメカニズムの構造設計について最適化問題を定式化する。コンプライアントメカニズムに必要な機能は、(i)メカニズムに荷重を作用させたときに、メカニズムが機構的に機能するための柔軟性と、(ii)作用させた荷重に対して形状を維持するための必要な剛性と、(iii)メカニズムに荷重が作用しているときのメカニズムが受ける反力に対して、形状を維持するために必要な剛性である。すなわち、(i)図4(a)、(b)に示すように境界 Γ_1 に表面力 t^1 を作用させたときに、境界 Γ_2 において指定された方向 t^2 に最大限の変位が得られるような機能をもつための柔軟性と、(ii)図4(c)に示すように境界 Γ_2 を固定したときの、境界 Γ_1 に作

Fig. 3 Definition of flexibility

Fig. 4 Design specifications for a compliant mechanism design

用させた表面力 $\mathbf{t}^1$ に抗することが可能な境界 Γ_1 上での剛性と、(iii) 図 4(d) に示すように境界 Γ_1 を固定したときの、境界 Γ_2 に荷重ベクトルの方向が $\mathbf{t}^2$ と反対である反力荷重 $\mathbf{t}^4$ に抗することが可能な境界 Γ_2 上での剛性である。

以上の三つのケースについて体積制約のもと最適化問題を定式化する。

(i) の場合

$$\text{maximize } l^2(\mathbf{u}^1) = \int_{\Gamma_2} \mathbf{t}^2 \cdot \mathbf{u}^1 d\Gamma \quad \dots\dots\dots (12)$$

制約条件

$$a(\mathbf{u}^1, \mathbf{v}^1) = l^1(\mathbf{v}^1) \text{ for } \mathbf{u}^1 \in V^1 \forall \mathbf{v}^1 \in V^1 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$a(\mathbf{u}^2, \mathbf{v}^2) = l^2(\mathbf{v}^2) \text{ for } \mathbf{u}^2 \in V^2 \forall \mathbf{v}^2 \in V^1 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$g(r) = \int_{\Omega_d} \rho d\Omega - \Omega_s = \int_D \rho d\Omega - \Omega_s \leq 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$0 \leq r \leq 1 \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、

$$V^1 = \{\mathbf{v} = v_i \mathbf{e}_i : \mathbf{v} = 0 \text{ on } \Gamma_d\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

(ii) の場合

$$\text{minimize } l^3(\mathbf{u}^3) = \int_{\Gamma_1} \mathbf{t}^3 \cdot \mathbf{u}^3 d\Gamma \quad \dots\dots\dots (18)$$

制約条件

$$\mathbf{t}^3 = \mathbf{t}^1 \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$a(\mathbf{u}^3, \mathbf{v}^3) = l^3(\mathbf{v}^3) \text{ for } \mathbf{u}^3 \in V^3 \forall \mathbf{v}^3 \in V^3 \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$g(r) = \int_{\Omega_d} \rho d\Omega - \Omega_s = \int_D \rho d\Omega - \Omega_s \leq 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$0 \leq r \leq 1 \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで、

$$V^3 = \{\mathbf{v} = v_i \mathbf{e}_i : \mathbf{v} = 0 \text{ on } \Gamma_d \text{ and } \Gamma_2\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

(iii) の場合

$$\text{minimize } l^4(\mathbf{u}^4) = \int_{\Gamma_2} \mathbf{t}^4 \cdot \mathbf{u}^4 d\Gamma \quad \dots\dots\dots (24)$$

制約条件

$$\mathbf{t}^4 = -\mathbf{t}^2 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$a(\mathbf{u}^4, \mathbf{v}^4) = l^4(\mathbf{v}^4) \text{ for } \mathbf{u}^4 \in V^4 \forall \mathbf{v}^4 \in V^4 \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$g(r) = \int_{\Omega_d} \rho d\Omega - \Omega_s = \int_D \rho d\Omega - \Omega_s \leq 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$0 \leq r \leq 1 \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここで、

$$V^4 = \{\mathbf{v} = v_i \mathbf{e}_i : \mathbf{v} = 0 \text{ on } \Gamma_d \text{ and } \Gamma_1\} \quad \dots\dots\dots (29)$$

で、 $a(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ は、双一次形式で次式で表される。

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) d\Omega \quad \dots\dots\dots (30)$$

また、 ρ は材料密度、 $\mathbf{E}$ は弾性テンソルで、前述の式(6)、(7)から得られる $\mathbf{E}^H$ 、 ρ^H を用いる。さらに Ω_s は、体積制約の上限値を示し、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみテンソルを示す。なお、ここでは最適化時に、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ は微小ひずみを仮定しているが、最適設計により得られたコンプライ

アントメカニズムの構造は稼働時には大変形を生じる可能性がある。しかし、設計段階で大変形を考慮すること⁽⁹⁾は、問題の困難さと最適化のコストの見地から必ずしも得策とはいえない。そこで、本研究では、実用的にコンプライアントメカニズムの概略形状を得ることを目的として、微小ひずみを仮定して最適化を行う。ただし、得られた最適構造は、大変形を考慮した解析により、最適化時に設定した機能を持つか判断する必要がある。ここでは、後述の数値例において、その検証を行った。

以上の三つの最適化問題を同時に解くために Nishiwaki ら⁽⁸⁾ は、次式で示す多目的な目的関数を設定した。

$$\text{maximize } f_1 = \frac{l^2(\mathbf{u}^1)}{w_3 l^3(\mathbf{u}^3) + w_4 l^4(\mathbf{u}^4)} \quad \dots\dots\dots (31)$$

ここで、 w_3 、 w_4 は重み係数である。

この目的関数では、出力変位を最大とする目的を満たしているが、メカニズムの機能として重要な荷重入力位置の変位と出力位置の変位の関係については考慮されていない。そこで本研究では、荷重入力位置の変位と出力位置の変位との比を定性的に調節できる機能をもつ新しい目的関数として次式を提案する。

$$\begin{aligned} \text{maximize } f_2 \\ = \frac{l^2(\mathbf{u}^1)}{w_1 l^1(\mathbf{u}^1) + w_2 l^2(\mathbf{u}^2) + w_3 l^3(\mathbf{u}^3) + w_4 l^4(\mathbf{u}^4)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (32)$$

ここで、 w_1 、 w_2 は重み係数である。

このとき、 $l^1(\mathbf{u}^1)$ は図 3(a) に示すように、境界 Γ_1 に表面力 $\mathbf{t}^1$ を作用させたときの境界 Γ_1 における平均コンプライアンスで、この $l^1(\mathbf{u}^1)$ を減少させることで境界 Γ_1 の剛性を増加させることができる。これにより、境界 Γ_1 上の変位は減少するが、式(12)により境界 Γ_2 上の柔軟性は最大化されるため、結果として次式で示す(荷重)入力位置の変位と出力位置の変位の比 DR 、すなわち

$$DR = \frac{\Gamma_2(\text{出力位置})\text{の変位}}{\Gamma_1(\text{入力位置})\text{の変位}} \quad \dots\dots\dots (33)$$

を増加させることができる。

他方、 $l^2(\mathbf{u}^2)$ は図 3(b) に示すように、境界 Γ_2 に表面力 $\mathbf{t}^2$ を作用させたときの境界 Γ_2 における平均コンプライアンスで、この $l^2(\mathbf{u}^2)$ を減少させることで、境界 Γ_2 上の剛性を増加させることができる。これにより境界 Γ_2 上の変位は減少するが、この場合も式(12)の関係式が成り立ち、相反定理により境界 Γ_1 にも影響を与え、結果として DR を減少させることができる。

なお、 DR の値を調整する方法としては、式(12)の相互平均コンプライアンスに制約を設ける方策も考えられるが、通常このような制約は数値的不安定性を生じ、多くの場合グレースケールを生じる。そこで、ここではこのような問題を解決し、どのような場合にも明瞭な最適化構造を得られるよう式(32)の目的関数を考案した。

また、式(32)では、 DR の定量的な値を正確に設定することは難しいが、通常トポロジー最適化による構造創成の段階では、そのような定量性を追求するのではなく、定性的傾向が必要となると考える。そして、定量性については創成後のより詳細な設計で評価するものとする。

以上の定式化により、入力位置の変位と出力位置の変位の比 DR を調整することができる。

3.3 最適化アルゴリズム 図5に最適化のフローチャートを示す。最初に、(1)均質化された弾性テンソルを計算する。次に、(2)平衡方程式を解いて変位場を求める。その変位場を用いて、(3)相互平均コンプライアンス、平均コンプライアンス、全体積、目的関数の値を求める。そして、目的関数が収束していればアルゴリズムを停止し、そうでなければ、(4)相互平均コンプライアンス、平均コンプライアンス、全体積、目的関数の感度の計算を行う。その感度を用いて、(5)逐次線形計画法(SLP)を用いて設計変数を更新し(1)の手続きに戻る。

また、SLP で必要となる感度は以下の式により求められる。節点における設計変数 R_j に関する相互平均コンプライアンス $l^2(u^1)$ と平均コンプライアンス

$l^1(u^1)$ の感度は、

$$\frac{\partial l^2(u^1)}{\partial R_j} = - \int_b \epsilon(u^2)^T \frac{\partial E}{\partial R_j} \epsilon(u^1) d\Omega \quad \cdots \cdots (34)$$

$$\frac{\partial l^1(u^1)}{\partial R_j} = - \int_b \epsilon(u^1)^T \frac{\partial E}{\partial R_j} \epsilon(u^1) d\Omega \quad \cdots \cdots (35)$$

として求められる。一方、

$$\frac{\partial r}{\partial R_j} = M \frac{\partial R}{\partial R_j} = N_j(x) \quad \cdots \cdots (36)$$

なる関係が成り立つので、数値計算では、

$$\frac{\partial l^2(u^1)}{\partial R_j} = - \int_b \epsilon(u^2)^T \frac{\partial E}{\partial r} \epsilon(u^1) N_j(x) d\Omega \quad \cdots (37)$$

$$\frac{\partial l^1(u^1)}{\partial R_j} = - \int_b \epsilon(u^1)^T \frac{\partial E}{\partial r} \epsilon(u^1) N_j(x) d\Omega \quad \cdots (38)$$

として、求められる。

4. 数 値 例

二つの簡単な最適設計問題により、本研究で提唱する方法論の妥当性を検討した。解析に必要なモデルの材料特性は、いずれの解析例についてもヤング率は100、ポアソン比は0.3とし、有限要素には4節点のアイソパラメトリック要素を用い、単位荷重を入力して解析した。なお、固定設計領域に示した点 P_1 は前述の境界 Γ_1 に、点 P_2 は前述の境界 Γ_2 に対応する。

4.1 最適構造の特性 最初に簡単な設計問題により、材料分布の連続性を仮定した設計空間の緩和を行った本手法により得られた最適構造の特徴について考察する。

図6に設計領域を示す。図6に示したように固定設計領域 D の左端を完全固定として、点 P_1 に荷重 F^1

Fig. 6 Design domain for simple model

Fig. 7 Optimal configuration of simple model
[Eq.(31) used as an objective function]

Fig. 5 Flowchart of optimization procedure

を負荷した場合について、点 P_2 のダミーベクトル F^2 で示した方向の柔軟性の最大化を図るとともに、両点の剛性の最大化を図った。目的関数には式(31)を用い、目的関数の重み係数は $w_3=1$, $w_4=1$ とし、体積制約の上限値 Ω_s は固定設計領域 D の 20% とした。また、解析の際の要素分割は 120×60 とした。

図 7 に最適構造を示す。図 7 からわかるように、本手法から得られた最適構造には、チェッカボードは全く生じておらず、非常に明瞭な構造が得られた。なお本手法では、最適構造を表現する材料は連続的に分布するため、計算結果も従来のトポロジー最適化の結果と異なり、各要素ごとに配置されたボクセル表示とはならない。ここでは、そのような特性を考慮して材料分布のコンター図を示した。

4.2 目的関数と最適構造の関係 式(32)に示したここで提案する新しい目的関数を用いて、図 6 に示した設計問題に関して最適構造を求め、目的関数と得られた最適構造の関連性を検討する。なお、最適化の条件は、4.1 節の場合と同じで、体積制約の上限値 Ω_s 。

(a) $w_1=1, w_2=0, w_3=1, w_4=1$

(b) $w_1=0, w_2=1, w_3=1, w_4=1$

Fig. 8 Optimal configurations of simple model [Eq.(32) used as an objective function]

Fig. 9 Relation between optimal configurations and DR of simple model

は固定設計領域 D の 20% として最適化を図った。図 8 に最適構造を示す。図 8(a) は、式(32)の重み係数を $w_1=1, w_2=0, w_3=1, w_4=1$ として、入力位置の変位と出力位置の変位の比 DR を増加させた場合の結果で、図 8(b) は、重み係数を $w_1=0, w_2=1, w_3=1, w_4=1$ として、入力位置の変位と出力位置の変位の比 DR を減少させた場合の結果である。これより、 DR の増減を考慮した最適構造は考慮しない図 7 の場合と大きく異なることがわかる。

図 9 に最適構造と入力位置の変位と出力位置の変位

(a) Optimal configuration in Fig. 7

(b) Optimal configuration in Fig. 8(a)

(c) Optimal configuration in Fig. 8(b)

Fig. 10 Deformed shapes

Fig. 11 Relation between optimal configurations and DR from non-linear analysis

の比 DR の関係を示す。これより、 DR は最適化における設定どおり、図 8(a) の最適構造は図 7 の最適構造より大きく、図 8(b) の最適構造は図 7 の最適構造より小さくなっていることがわかる。

次に、最適構造の入力位置の変位と出力位置の変位の比 DR が最適化時の設定どおりの傾向を持つかを、汎用有限要素プログラム ANSYS を用いて非線形大変形解析を行い検証した。なお、解析に際して使用した材料定数等は最適化時と同一のものをを用いた。図 10 に、荷重 F が 5.0 のときの変形状況を示す。また、図 11 に最適構造と入力位置の変位と出力位置の変位の比 DR の関係を、図 12 に最適構造と出力変位の関係を示す。比較のため、荷重 F は、1.0, 3.0, 5.0 の 3 通りに負荷し、各々の場合について DR を計算した。図 10~12 からわかるように、いずれの荷重の場合についても DR は、図 8(a) の最適構造は図 7 の最適構造より大きく、図 8(b) の最適構造は図 7 の最適構造より小さくなっていることがわかる。これに対して、図 12 から最も大きな変位を生じる構造は、図 7 の最適構造であることがわかる。図 8(a), (b) の最適構造は DR を考慮したために、相反傾向として図 7 の最適構造ほどの変位量は得られていないが、式 (32) の重み係数 w_1, w_2 や体積制約を調整することによって、変位量は改善されると考える。以上より、本手法で得

られた最適構造は、コンプライアントメカニズムを使用する際に生じる大変形による非線形効果を伴った場合についても、最適設計時に設定した機能は確保されていることがわかる。すなわち、座屈などの極端な非線形性を伴わない限り、本手法により DR を定性的に設定できるコンプライアントメカニズムの設計は可能であると考えられる。

4.3 コンプライアントグリッパの設計

コンプライアントグリッパの創成設計問題を対象に、本手法の実用的なコンプライアントメカニズムの設計問題への適用可能性について検討する。図 13 に設計領域を示す。本来の設計領域の対象より、最適化にはその半分だけを設計領域としている。図 13 に示したように、固定設計領域 D の左上側を完全固定として、点 P_1 に荷重 F^1 を負荷した場合に、点 P_2 にグミーベクトル F^2 の方向に変形して加工物をつかむような柔軟性の

Fig. 12 Relation between optimal configurations and output displacement from non-linear analysis

Fig. 13 Design domain for compliant gripper

(a) $w_1=1, w_2=0, w_3=1, w_4=1$

(b) $w_1=0, w_2=0, w_3=1, w_4=1$

(c) $w_1=0, w_2=1, w_3=1, w_4=1$

Fig. 14 Optimal configurations of compliant gripper [Eq. (32) used as an objective function]

Fig. 15 Relation between optimal configuration and DR of compliant gripper

最大化を図るとともに、作用荷重と反力荷重に抗することが可能なように、両点の剛性の最大化を図った。目的関数には式(32)を用い、体積制約の上限値 Ω_s は固定設計領域 D の20%とした。

図14に最適構造を示す。なお、図14(a)は、 $w_1=1$, $w_2=0$, $w_3=1$, $w_4=1$ として、 DR を増加させた場合で、図14(b)は、 $w_1=0$, $w_2=0$, $w_3=1$, $w_4=1$ として出力変位を最大化した場合〔式(31)と等価〕で、図14(c)は、 $w_1=0$, $w_2=1$, $w_3=1$, $w_4=1$ として、 DR を減少させた場合である。これより、どの場合も明瞭な構造が得られているが、重み係数の値により最適構造が異なることがわかる。

図15に最適構造と入力位置の変位と出力位置の変位の比 DR の関係を示す。これより、 DR は最適化時に設定したような定性的な特性値となっていることがわかる。

以上の結果により、本研究で提案する方法により実用的なコンプライアントメカニズムは設計可能であると考えられる。

5. 結 言

本研究では、材料分布の連続性を仮定した設計空間の緩和法と、荷重入力位置の変位と出力位置の変位との比に着目した目的関数に基づく新しいコンプライアントメカニズムの最適設計法を構築した。以下に結果を示す。

(1) チェッカボードのような数学的不安定問題を解決するため、節点間を双一次形状関数で補間することにより、設計領域における材料分布の連続性を確保した新しい設計空間の緩和法に基づくトポロジー最適化手法を開発した。

(2) コンプライアントメカニズムのより一般的な設計要件を満足するため、新たな二つの剛性問題を用いて、荷重入力位置の変位と出力位置の変位との比を定性的に考慮可能な新たな目的関数を定式化した。

(3) 新しい設計空間の緩和法と最適化問題の定式化に基づきトポロジー最適化のアルゴリズムを構築した。

(4) 簡単な数値例により、提案する方法は実際にコンプライアントメカニズムを使用する際に生じる大変形による非線形効果を伴った場合についても、最適設計時に設定した入力位置の変位と出力位置の変位の比 DR の定性的傾向は確保でき、座屈などの極端な非線形性を伴わない限り、本手法により DR の定性的傾向を設定した設計は可能であることがわかった。

(5) コンプライアントグリップの設計例から、実用的なコンプライアントメカニズムの設計問題についても本手法により、所定の設計要件を満足する最適構造が得られることがわかった。

なお、本研究は、京都大学21世紀COEプログラム「動的機能機械システムの数理モデルと設計論」の援助のもとに実施した。本援助に深く謝意を表する。

文 献

- (1) Howell, L. L., *Compliant Mechanisms*, (2001), 1-20, John Wiley & Sons, Dnc.
- (2) Larsen, U. D., Sigmund, O. and Bouswstra, S., *Proceedings of the IEEE Ninth Annual International Workshop on Micro Electro Mechanical Systems, An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Systems*, (1996), 365-371, San Diego, California.
- (3) Baker, M. S. and Howell, L. L., *J. MEMS*, **11** (2002), 566-573.
- (4) 例えば, Howell, L. L. and Midha, A., *Trans. ASME, J. Mech. Des.*, **116** (1994), 280-289.
- (5) Bendsoe, M. P. and Kikuchi, N., *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **71** (1988), 197-224.
- (6) Suzuki, K. and Kikuchi, N., *Comput Methods Appl. Mech. Engrg.*, **93** (1991), 291-318.
- (7) Ma, Z.-D. and Kikuchi, N., *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **13** (1993), 157-174.
- (8) Nishiwaki, S., Min, S., Yoo, J. and Kikuchi, N., *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **190** (2001), 4457-4504.
- (9) Pedersen, C. B., Buhl, T. and Sigmund, O., *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, **50** (2001), 2683-2705.
- (10) Simund, O. and Petersson, J., *Struct. Optim.*, **16** (1998), 8-75.
- (11) Fujii, D. and Kikuchi, N., *Struct. Optim.*, **19** (2000), 113-121.
- (12) Bourdin, B., *Int. J. Num. Meth. Engrg.*, **50** (2001), 2143-2158.