非線形性とむだ時間を考慮した 鉄道車両用ブレーキのフィードバック制御*

南京政信^{*1}, 石原 正^{*2}, 猪岡 光^{*3}

Feedback Control of Brake for Rollingstock Considering Non-linear Property and Dead Time

Masanobu NANKYO^{*4}, Tadashi ISHIHARA and Hikaru INOOKA

^{**} Vehicle Control Technology Division, Railway Technical Research Institute,
2-8-38 Hikari-cho, Kokubunji-shi, Tokyo, 185-8540 Japan

Increased deceleration in high-speed and high-density train operation worsens riding comfort and frequently causes wheel skids. This requires introduction of control engineering to upgrade control performance of the brake system on rolling stock. We are now studying a control method for mechanical brake that uses friction, a sort of non-linear element as the basis of brake force. One of our targets is to develop a brake control method that can control deceleration along with the decelerating pattern that optimizes riding comfort and prevents wheel skids. In this paper, a feedback control system of brake for decelerating pattern tracking is shown. At first, mathematical model of pneumatic cylinder and friction coefficient are made up with considering non-linear property, parameter changing and dead time. Next, Smith's method is introduced as compensation of dead time. Finally, control effects of this system are confirmed with numerical simulation and experimental results.

Key Words: Railway, Modeling, Nonlinear Control, Mechanical Brake, Pneumatic Cylinder, Dead Time, Smith's Method, Feedback Control, Deceleration

1. 緒 言

近年の鉄道高速化の進展には、安全の担保となるブレーキシステムの寄与が大きい。例えば在来線鉄道車両の場合、法令によって制動距離が定められているため、運転速度の向上に対応して制動力の増加策が取られてきた⁽¹⁾。しかし制動力の増加すなわち負の加速度(以下、減速度)の増加は、乗客の負担となる慣性力の増加につながり、乗り心地悪化の要因となる。人間工学的見地から、乗り心地や減速感覚の面で最適なブレーキパターンを求める研究が行われており⁽²⁾、実際に車両の減速においてこのようなパターンを実現するブレーキ制御方法が求められる。また、現在電気車両の大半において、加速用モータを発電機運転して制動力を得る電気ブレーキと、摩擦を制動力源とする機械ブレーキが併用されている。電気ブレーキでは、高精度のトルク制御が実現されているが、機械ブレーキには摩擦特性や空気圧の非線形性が存在するため、トルク

や減速度の制御精度が電気ブレーキに比べて劣るといふ問題がある。したがって、車両としてトータルの減速“品質”向上のためには、機械ブレーキの減速度制御精度を向上させることが有効といえる。

著者らは、鉄道車両のブレーキ制御において従来行われていなかった、減速度フィードバック制御の導入によってこれらの問題点の解決を目指している。本論文では、機械ブレーキ構成する要素の非線形性を考慮したモデル化と、フィードバック制御系の設計およびむだ時間補償法について述べる。そして、制御効果をシミュレーションと1輪軸のダイナモ試験機による実験によって確認する。

2. 非線形性を考慮したモデル化

2.1 制御対象と従来のブレーキ制御 鉄道車両の機械ブレーキシステムは、車輪に制輪子を押付ける力を発生する空気圧シリンダ(ブレーキシリンダ)と、シリンダに送る圧縮空気の流れ制御装置によって構成されている。車輪1輪分に着目したモデルとして図1のように表すことができ、減速度の目標値 β_{ref} を入力、実際の減速度 β を出力とした入出力関係を次式のように表すことができる。

* 原稿受付 2003年2月14日。

^{*1} 正員、(財)鉄道総合技術研究所(☎185-8540 国分寺市光町2-8-38)。

^{*2} 正員、福島大学教育学部(☎960-1296 福島市金谷川1)。

^{*3} 正員、東北大学未来科学技術共同研究センター(☎980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉04)。

E-mail: nankyo@rti.or.jp

$$\beta = k_0 \frac{\mu}{\mu'} \frac{p}{p_{ref}} \beta_{ref} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 k_0 ：モデル化誤差を含んだ定数、 p ：ブレーキシリンダ圧力、 p_{ref} ：ブレーキシリンダ圧力目標値、 μ ：実際の摩擦係数、 μ' ：摩擦係数設定値である。従来の車両では、オープンループ制御を行っているため、摩擦特性 μ/μ' および圧力特性 p/p_{ref} の影響によって、 β が β_{ref} からかい離する。以下にこれらの特性のモデル化について述べる。

2・2 ブレーキシリンダの空気圧伝達特性 ブレーキシリンダへ圧縮空気が充てんされ、制輪子が車輪に押付けられると、シリンダは容積一定の容器とみなすことができる。そこで図2のような容積 V 、初期圧力 p_0 の容器に、圧力目標値 p_{ref} の空気源によって、等価有効断面積 a のオリフィスを通して空気を充てんするモデルを考える。

充てん開始の $t=0$ を時間原点とし、シリンダ内圧力を時間の関数 $p(t)$ で表す。オリフィスにおける流速は、 $p(t)$ が臨界点 $p_c=0.528p_{ref}$ 以下の状態では音速を維持し、臨界点を越えると $p(t)$ の変化率に依存する⁽³⁾。空気の充てんを目標値 p_{ref} のステップ応答とみなすと、 $p(t)$ は以下に示すように臨界点前後で異なる式となる⁽³⁾。

$$(a) \quad p_{ref} > 1.893p_0$$

$$[p_0 < p(t) < 0.528p_{ref}]$$

$$p(t) = p_{ref} \frac{t}{t_n} + p_0 \dots\dots\dots (2)$$

Fig. 1 Mechanical brake system

Fig. 2 Model of brake cylinder

$$[0.528p_{ref} \leq p(t) \leq p_{ref}]$$

$$p(t) = \frac{p_{ref}}{2} \sin\left(\frac{t-t_c}{t_n} + 0.028\right) + \frac{p_{ref}}{2} \dots\dots\dots (3)$$

$$(b) \quad p_{ref} \leq 1.893p_0$$

$$p(t) = \frac{p_{ref}}{2} \sin\left(\frac{2t}{t_n} + \sin^{-1}\left(\frac{2p_0}{p_{ref}} - 1\right)\right) + \frac{p_{ref}}{2} \dots\dots\dots (4)$$

ここで p_s ：大気圧、 γ ：比熱比、 θ ：絶対温度として、

$$t_n = \frac{V}{185ap_s\gamma} \sqrt{\frac{273}{\theta}} \dots\dots\dots (5)$$

$$t_c = \left(0.528 - \frac{p_0}{p_{ref}}\right)t_n \dots\dots\dots (6)$$

以上を図示すると図3(a)、(b)のようになる。

従来から鉄道車両においては、ブレーキ装置の圧力特性把握や比較のため、ステップ応答波形の類似性に着目し、目標圧力の63.2%に達するまでの時間を等価時定数 T とした一次遅れ要素によって、ブレーキシリンダ圧力特性を近似することが行われてきた⁽⁴⁾⁽⁵⁾。一次遅れ要素は、数学的な取扱いが容易で制御系設計手法が数多く提案されており、近似モデルとして利用する利点は多い。しかし、式(3)、(4)および図3から明らかのように、シリンダ圧力は立上りに要する時間が目標値に依存して変化する。すなわち、シリンダ圧力特性を一次遅れ要素によって近似する場合には、入力振幅に応じた等価時定数の変動を考慮する必要がある。

次にその変動範囲について考える。明らかに $p_{ref} = p_0$ に対して $T=0$ である。式(3)、(4)と

$$p(T) = 0.632(p_{ref} - p_0) + p_0 \dots\dots\dots (7)$$

を用いて等価時定数 T を求めれば、 T が p_{ref} に対して単調増加であることが容易に確かめられる。したがって、モデルでは対象とする車両で使用される最高のブレーキシリンダ圧力による等価時定数 T_{max} を上限値とすれば良い。一般的な鉄道車両の場合、最高圧力が700 kPa(ゲージ圧)と定まっており、 T_{max} は実験等

Fig. 3 Step response of cylinder pressure

により容易に求められる。

2・3 むだ時間 圧縮空気の圧力伝達速度は、一般に音速の法則に従う。音速の式は温度の関数であるが⁶⁾、ここでは管路内の温度変化が無視できるものとみなし、圧力伝達に要する時間を一定と考える。なお、鉄道車両の平均的な管路長から、このむだ時間は50 ms程度と推定できる。

次に演算によるむだ時間について考える。減速度は、車輪の回転速度センサからの速度信号を微分演算処理することによって求められる。速度信号にはノイズが含まれるので、次数の低い差分演算を行うとノイズが助長され、減速度として望ましくない信号となってしまう。ここでは、演算が簡単で平滑化効果を併せ持つ多項式近似微分法⁷⁾を用いるが、本来はオフラインの手法であることから、システムに比較的大きなむだ時間が含まれることとなる。なお、カルマンフィルタや H^∞ フィルタによる実時間推定法の導入により、むだ時間の減少と制御性能改善が期待できるが、文献(8)で指摘されているように、その応用に関しては解決すべき問題が残されている。

以上の考察により、ブレーキシリンダのモデルには圧力伝達によるむだ時間と、微分演算によるむだ時間を合計した等価むだ時間 L が含まれるものとする。式(1)の p/p_{ref} のラプラス変換を $G_{BC}(s)$ として、ブレーキシリンダモデルを次式とする。

$$G_{BC}(s) = \frac{1}{1+Ts} e^{-Ls} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 T は $0 \leq T \leq T_{max}$ の範囲で変動するものとする。

2・4 摩擦係数 制輪子と車輪間の摩擦係数は、一般的に摺動速度の低下に従い上昇する負こう配特性を持つといわれており⁹⁾、数学モデルとして、負こう配を持つ指数関数や双曲線関数による近似が提案されている¹⁰⁾。本論文では著者らの測定値によく一致した次の指数関数により近似する。

$$\mu(v) = a_1 \exp(-a_2 v) + a_3 \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、正数 a_1, a_2, a_3 は摩擦特性を表すパラメータ、 v は摺動速度である。上式の定数項 $a_3 = \mu'$ として、摩擦特性モデル $\mu/\mu' = \bar{\mu}(v)$ を次式とする。

$$\bar{\mu}(v) = \frac{a_1}{\mu'} \exp(-a_2 v) + 1 \quad \dots\dots\dots (10)$$

2・5 減速度追従制御系 以上の考察をまとめ、制御対象のモデルを $G_{BC}(s)$ と $\bar{\mu}(v)$ の積として次式のように表す。

$$G_p(s) = \frac{k_0 \bar{\mu}(v)}{1+Ts} e^{-Ls} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、式(11)は伝達関数の形をしているが、 $\bar{\mu}(v)$ を式(10)と速度によって変動幅が定まるパラメータとして扱っていることに注意を要する。

制御器をPIコントローラとして、制御系のブロック図が図4のように表される。 $D(s)$ は線路こう配や走行抵抗等に相当する。

3. コントローラ設計とむだ時間補償

減速度の制御応答仕様は、乗り心地の確保を考慮してステップ応答がオーバシュートのない過制動すなわち単調となることとする。追従性能としては偏差を所定の値(5%程度)以下に納めることを設計仕様とする。

3・1 過制動 式(11)の制御対象からむだ時間を除いたモデルを、

$$\bar{G}_p = \frac{\bar{\mu}(v)}{1+Ts} \quad \dots\dots\dots (12)$$

と表す。ここで $k_0=1$ とした。PIコントローラは、

$$G_c = K_p + \frac{K_i}{s} \quad \dots\dots\dots (13)$$

であるので、閉ループ伝達関数が次式となる。

$$\begin{aligned} G_0 &= \frac{G_c \bar{G}_p}{1 + G_c \bar{G}_p} \\ &= \frac{\bar{\mu}(v)(K_p s + K_i)}{Ts^2 + (1 + K_p \bar{\mu}(v))s + K_i \bar{\mu}(v)} \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$K_p=0$ のとき、式(14)で与えられる系のステップ応答が単調となる必要十分条件は、二つの極が安定な実数極であることである。 $K_p \neq 0$ のときは式(14)が二つの安定な実数極を有する条件は

$$4T\bar{\mu}(v)K_i \leq (1 + \bar{\mu}(v)K_p)^2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

となるが、これはステップ応答が単調となるために必要であるが十分ではないことに注意を要する。二つの安定な実数極を有する伝達関数 $G(s) = K(s+\gamma)/(s+a)(s+\beta)$ ($0 < a \leq \beta$)のステップ応答が単調であるための必要十分条件は、 $\gamma \geq a$ であることが初等的方法により容易に確かめられる。式(14)にこの条件を適用すると、ステップ応答が単調であるための必要十分条件は、式(15)および $\gamma \geq a$ に相当する条件

Fig. 4 Brock diagram of deceleration control

$$\left\{ K_i \leq \frac{K_p}{T} \text{ かつ } K_i \leq \frac{\bar{\mu}(v)K_p^2 + K_p}{2T} \right\}$$

$$\text{または } K_i \geq \frac{\bar{\mu}(v)K_p^2 + K_p}{2T} \dots\dots\dots (16)$$

となる。式(15)と式(16)を整理し、 K_p 、 v 、 K_i をそれぞれ座標軸とする直角座標空間で表すと、条件を満たす K_p 、 K_i は図5に示す曲面の下側の部分空間となる。図示した二つの曲面は、 $T=0.4$ および $T=0.8$ の場合についてプロットしたもので、等価時定数 T の増加により曲面は下方へ移動することがわかる。制御器パラメータの選定では、 v 軸と平行な線分 $\phi: (K_p, K_i, 0 \leq v \leq v_{\max})$ を考え、この線分が曲面の下側にあり曲面との交点を持たないようにすれば良い。

3.2 追従性能 式(12)、(13)による一巡伝達関数より、ノミナルなシステム的目標値に対する定常位置偏差は零となる。しかし、このシステムはブレーキ装置のモデルであることから、速度が零となった時点で制御が終了する。すなわち有限時間内での偏差について調べる必要がある。式(12)の摩擦特性は偏差に大きく影響するが、その非線形性により s 領域の伝達関数として陽に表すことや、時間領域での解表現が難しい。このことから、偏差と追従性能を最適にする制御パラメータを求めるためには、MATLAB/Simulink等のリアルタイムシミュレーション環境の活用が有効

Fig. 5 Sphere of K_p and K_i

Fig. 6 Simulation results

と考える。

3.3 設計数値例 ステップ応答の傾き $R=1.0$ 、等価むだ時間 $L=0.35$ から、ジークラ・ニコルスのステップ応答法⁽¹¹⁾によりPIコントローラの目安値 $K_p=2.4$ 、 $K_i=0.8$ が得られたとする。これらは図5の $T=0.8$ 曲面の下にあるので、設計仕様を満たす。MATLAB/Simulinkにより図4のシステムを構築し、入力 $1 \text{ m/s}^2 \text{ STEP}$ 、初速度 50 km/h としたシミュレーション結果を図6-aに示す。ここでむだ時間を零としている。停止時の偏差は 0.35 程度であるが、立上りから停止までの全体的な偏差が大きく、追従性に問題があるので、積分ゲインの調整を行う。 $T=0.8$ では $K_i < 3.0$ となるが、最大時定数の測定誤差を考慮して $K_i=2.0$ とすると、応答は図6-bのようになり、より実用的な応答となる。

3.4 むだ時間の補償 実際のブレーキシステムに存在するむだ時間を、上記数値例のシミュレーションモデルに挿入すると、図6-cに示すように停止までに収束はするものの、大きなオーバーシュートと振動的な挙動となり、車両の減速状態として実用的とはいえない。そこで、むだ時間補償としてよく知られているSmith法を導入する。これは、出力とむだ時間を経た出力をそれぞれ予測し、実際の出力を相殺するマイナーループを図7のように構成する方法である⁽¹²⁾⁽¹³⁾。これを適用すると、図6-dに示すように制御対象がむだ時間を含まない場合とほぼ同等の応答が得られる。

3.5 ロバスト性 Smith法によるむだ時間補償では、制御対象のパラメータ変動等によるモデル mismatches やむだ時間の誤差が、システムの安定性に影響を与える可能性がある⁽¹²⁾。本論文のモデルでは、むだ時間についてはおもに計算機内部での演算時間によるものであり、その誤差は十分小さいものと考えて良い。また音速を一定と考え、圧力伝達の遅れにもばらつきはないとしている。しかしブレーキシリンダのモデルには、時定数の変動あるものとしているので、必然的にモデル mismatches が生じることとなる。そこで、ブレーキシリンダモデルのパラメータ変動に対す

Fig. 7 Closed loop with Smith's method

る実用安定性を確認する。

簡単のため図2のシリンダモデルにおいて、臨界点をを超えても目標圧力まで流速一定(音速)で空気が充てんされると仮定する。シリンダを大気圧 p_s から使用最高圧力 $p_{\max}$ に加圧するときの等価時定数によって、Smithの補償に構成するモデル $G_1(s)$ の時定数 T_1 を求めると式(4)より、

$$T_1 = 0.6321 \frac{t_n}{p_{\max}} (p_{\max} - p_s) \quad (17)$$

制御対象 $G(s)$ の等価時定数 T は初期圧 p_0 と目標圧 p_{ref} によって同様に、

$$T = 0.6321 \frac{t_n}{p_{\max}} (p_{ref} - p_0) \quad (18)$$

と表されるので、これら2式より、

$$\frac{T}{T_1} = \frac{p_{ref} - p_0}{p_{\max} - p_s} \quad (19)$$

すなわち、等価時定数 T と入力振幅 $(p_{ref} - p_0)$ は比例する。入力振幅をゲインに置換え、式(11)において $k = T/T_1$ として、制御対象を

$$G(s) = \frac{T}{T_1} \cdot \frac{\bar{u}}{1 + Ts} \quad (20)$$

Fig. 8 Nyquist plot of valuable parameter system

Fig. 9 Experimental setup with dynamo brake test equipment

と表せば、一巡伝達関数は図7の記号を用いて、

$$G_0(s) = \frac{G_c(s)G(s) \cdot e^{-Ls}}{1 + G_c(s)G_1(s)(1 - e^{-Ls})} \quad (21)$$

式(13)、(20)および式(21)に設計例のパラメータ ($T_1 = 0.8$, $K_p = 2.4$, $K_i = 2.0$, $L = 0.35$) を適用し、制御対象 $G(s)$ の等価時定数 T を0.8から0.05まで減じた場合のナイキスト線図を図8に示す。 T の減少に伴い、軌跡の描く渦の径は小さくなり、 $-1 \pm j0$ から離れて行く傾向となる。すなわち、 T が T_1 を超えなければ軌跡が $-1 \pm j0$ を回り込むことはなく、Smithの補償に構成する制御対象モデルの等価時定数 T_1 を使用最高圧力によって定めておけば、系の実用安定性は

(a) Conventional control (open loop)

(b) No delay compensation

(c) Smith compensation

(d) Ramp pattern with Smith compensation

Fig. 10 Experimental result

確保されるといえる。

4. 実 験

減速度フィードバック制御の効果を確認する実験を行った。図9に実験装置の概要を示す。実際の鉄道車両に用いられている車輪1枚、回転軸および車輪1輪が負担している慣性に相当するフライホイールにより構成されるダイナモ試験機によって走行状態を再現できる。試験機の回転軸端に設けられたDCモータによって所定の速度まで加速し、車輪を挟み込む状態で摩擦力を発生するディスクブレーキ装置によりブレーキを作用させる。

制御装置部分は、AD/DAボードを備えたPCによりリアルタイムで図7の制御演算を行うようにした。制御演算の出力値はサンプリング周期ごとにDA出力され、電流アンプによって比例電磁弁への圧力指令電流に変換される。比例電磁弁は入力電流に比例した圧力を出力し、これを中継弁によって流量増幅したものがディスクブレーキ装置中に設置されているブレーキシリンダに送られる。制御演算の入力となる減速度は、AD変換によって取り込んだ速度信号に、オンラインで多項式近似微分法を適用することによって求める。

[試験条件]

- ・パラメータ： $T_1=0.4$, $K_p=1.2$, $K_i=2.0$, $L=0.35$
- ・サンプリング周期：50 ms
- ・初速度：50 km/h, 入力：1 m/s², STEP RAMP

実験結果を図10に示す。(a)は従来と同様のオープンループとした場合であり、摩擦特性により速度の低下に伴い減速度の目標値からの偏差が増大していることがわかる。(b),(c)はともに目標値近傍に収束しているが、むだ時間補償を行わない(b)は、減速度波形にオーバーシュートが発生し、振動を伴い整定している。減速度とブレーキシリンダ圧力の位相が反転していることから、むだ時間が過渡応答に影響していることがわかる。

むだ時間補償を行い $K_i=2.0$ とした(c)は滑らかな立上りとなり、追従性とともに良好な応答波形が得られた。(d)は、(c)と同じ制御条件で目標パターンをランプ状に立上るものにした試験結果である。ランプ部に対する応答には若干の凹凸が見られるが、平均的な傾きは目標パターンのそれにほぼ等しい。整定に関しては(c)と同等であった。なお、(d)のようにジャーク一定で減速度を立上げるパターンは、乗り心地上有利であるといわれている。

5. 結 言

鉄道車両の機械ブレーキシステムを構成する要素について、その非線形性とパラメータ変動を考慮したモデル化を行った。そして、所定の減速度パターンに追従して減速する制御方法の確立を目指し、PIコントローラによるフィードバック制御系の構成と設計方法について検討した。制御系にはSmith法を導入し、システムに存在する比較的大きなむだ時間対策として有効であることをシミュレーションと実験により確認した。

カルマンフィルタ等を用いた減速度の実時間推定法には、雑音の統計的性質把握が困難であることと、その影響に強い微分器の構成に問題が残っている⁽⁸⁾。また、本論文では摩擦係数を非線形な確定モデルとして扱ったが、実際は測定値のばらつきを考慮した確率過程として捉えることがより妥当と考えられる。これについても拡張カルマンフィルタによる推定法⁽¹⁴⁾が提案されており、これらの導入を今後の課題としたい。

本研究を進めるに当たり、ご支援を下された鉄道総合技術研究所並びに東北大学大学院情報科学研究科の関係各位に感謝の意を表する。

文 献

- (1) 熊谷則道・小原孝則・ほか1名, 鉄道総研報告, 8-3 (1994), 13.
- (2) 小美濃幸司・白戸宏明・ほか1名, 人間工学, 37 (2001), 464-465.
- (3) 中島弘行, ユーザーのための空気圧技術読本, (1974), 18, オーム社.
- (4) 田中宏・長谷川泉・ほか3名, 機論, 52-481, C (1986), 2432-2436.
- (5) 田中宏・長谷川泉・ほか1名, 鉄道技術研究報告, No. 1325 (1986), 22.
- (6) 松尾一泰, 圧縮性流体力学, (1994), 29-30, 理工学社.
- (7) Savitzky, A. and Golay, M. J. E., Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures, *ANALYTICAL CHEMISTRY*, 36-8 (1964), 1627-1639.
- (8) Nakazawa, S., Ishihara, T. and Inooka, H., Real-Time Algorithm for Estimating Jerk Signals from Noisy Acceleration Data, *Proc ICMIT*, (2001), 423-428.
- (9) 辻村太郎, 鉄道総研報告, 5-5 (1991), 63-70.
- (10) 鈴木秀男・三浦良一, 電気学会雑誌, 87-11-950 (1967), 237-244.
- (11) Ziegler, J. G. and Nichols, N. B., Optimum Settings for Automatic Controllers, *Trans. ASME*, 64 (1942), 759.
- (12) 渡部慶二 (計測自動制御学会編), むだ時間システムの制御 (1993), 8-26, コロナ社.
- (13) Smith, O. J. M., A controller to overcome dead-time, *ISA Trans.*, 6-2 (1959), 28-33.
- (14) 清水友治・猪岡光, 機論, 53-496, C (1987), 2608-2612.