RBF ネットワークと領域遺伝型遺伝的アルゴリズムを用いた近似最適化* (推奨関数の提示と基礎的な検討)

荒川 雅生^{*1}, 中山 弘隆^{*2}, 石川 浩^{*1}

Approximate Optimization Using RBF Network and Genetic Range Genetic Algorithms (Proposal of Base Function and Basic Consideration)

Masao ARAKAWA^{*3}, Hirotaka NAKAYAMA and Hiroshi ISHIKAWA

^{*3} Department of Reliability-based Information System Engineering, Kagawa University,
2217-20 Hayashicho Takamatsu-shi, Kagawa, 761-0396 Japan

In this paper, we will propose integrated optimization system that is composed by RBF network as approximation tool and Genetic Range Genetic Algorithms as optimizer. This system has function of optimizing radius of basis function in optimization, indication of next searching points by using basis function and optimization by using Genetic Range Genetic Algorithms that is a step further of Adaptive Range Genetic Algorithms. Key success in approximation by using RBF network lies in giving good data sets. Here, "good data sets" means that they can update accuracy around local optimum points, and also they can give global information of original function's response surface. In that sense, indication function is quite important in this system. For that purpose, we introduce base function which is composed by approximation RBF network. We demonstrated the proposed system to a bench mark problem to show efficiency of the proposed method. In constraint optimization case, it works something like active set strategy, and we can reduce the number of function calls.

Key Words: Design Engineering, Optimization, RBF Network, Genetic Algorithms

1 緒 言

近似最適化の問題点として、以下のことが考えられよう。

- どのような近似関数を用いればよいのか不明である。
- 局所近似は可能であるが、大局近似は困難である。
- 近似のスケジュールを事前に立てるのは難しい。
- 制約条件の取り扱いに注意が必要である。
- 解析器、近似器、最適化器の3つが必要になるが、それぞれ別のシステムである場合が多く、これを統合することが困難である。

そして、近似最適化の根本的な要求として、如何に少ない解析回数で、最適設計問題を解くかが課題である。さらに、近似関数の応答曲面が実際の関数の応

答曲面と一致していることが望まれる。特に、関数の応答曲面の一致は得られる最適化の近傍に留まらず、設計許容領域全般に得られることが望ましく、その結果として、近似解の妥当性を検討できるほか、必要に応じては設定の変更の際の非常に有力な情報源となることがからも、重要な要因である。

近年の研究の流れとして、多点近似の流行があり、直交表を利用した Hafka⁽¹⁾、柏村ら⁽²⁾の実践的な研究や与えるデータ点の最適性を考慮した Myers, Montgomery⁽³⁾、轟ら⁽⁴⁾の研究など多数存在する。その多くが2次関数での局所近似であり、同じ関数を利用して大局的な情報を得ることは不可能であった。さらに、制約条件の取り扱いにも非常に注意を要していた。最近ではクリーニング法を利用して局所的な解の精度の向上と、大局的な大まかな近似を心がけるもの^(5, 6)や、データの追加時に一つのデータが加わったために、その近辺のみならず、他の部分にまで悪影響を及ぼすことを防ぐ目的でポロノイ図を利用した方法などが考案されている⁽⁷⁾。筆者らは、ニューラルネットワークの一種であるラジアル基底関数

* 原稿受付 2003年10月31日。

^{*1} 正員、香川大学工学部(☎761-0396 高松市林町2217-20)。

^{*2} 甲南大学理工学部(☎658-8501 神戸市東灘区岡本1-8-9)。

E-mail: arakawa@eng.kagawa-u.ac.jp

(RBF) を近似器として、遺伝的アルゴリズムを最適化器として近似最適化を行うシステムの開発を行ってきた⁽⁸⁻¹⁰⁾。その結果、データの疎密がないようにデータを分布させること、制約条件内にあるデータからの近似関数を構築することで、制約条件の取り扱いに対する考慮が不要になること、そして、最適化後の近似関数を利用してある程度、大局的な情報が得られることを示してきた。そこでは、RBFの近似のために、単に、その都度得られている近似最適解の値やその近傍のデータばかりではなく、データの疎密をなくすことがいかに近似の要点であることが分かった。また、制約条件つき問題においては、いかに多くの設計許容域内のデータを得るか、そして、可能な限り、活性な制約条件上にデータを与えられるかがポイントであることが分かった。しかしながら、自己組織化マップを利用してある程度の絞込みを行ってはいないものの、基本的にはデータはランダムに与えており、無駄なものが多かった。

本研究では、データの疎密をあらわす応答曲面をRBFを利用して作成した。その際に、制約内ならば1を、制約外ならば-1を学習させることとした。この関数を基に、解析点を提示する統合環境を提示した。本手法の有効性を検討する目的で単純な多峰性のある関数に、複雑な制約を付与し、その有効性の検討を行った。

2 RBFネットワーク

RBFネットワーク^(11, 12)は、ニューラルネットワークの一種である。このネットワークでは基底関数として、ガウス分布を考えており、その重ね合わせによって応答曲面を生成する。すなわち、ネットワークの出力は、

$$y_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m w_{ij} h(\mathbf{x}, \mathbf{c}_j, r_j) \quad (1)$$

ここで、基底関数は

$$h(\mathbf{x}, \mathbf{c}_j, r_j) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_j\|^2}{r_j^2}\right) \quad (2)$$

で与えられる。このとき、 $\mathbf{c}_j$ は基底関数の中心位置であり、 r_j はその半径である。 $\|\cdot\|$ はノルムを表すものとする。さて、既存のデータを基にネットワークのエネルギーを計算する。

$$E_i = \sum_{j=1}^p (y_{ij} - y_i(x_j))^2 + \sum_{k=1}^m \lambda_{ik} w_{ik}^2 \quad (3)$$

ここでは、出力 i に関するエネルギーの計算をしている。エネルギーの第2項目は、各基底の重みに対する重みであり、特定の基底に引張り過ぎるのを防ぐ目的があるほか、学習過程において正則性を保証するための項である。ニューラルネットワークの学習とはRBFネットワークの場合、適切な重みを決定する問題に帰着できる。これは、エネルギーの最小化を求めることに他ならない。いま、行列形式に整理して、 $\mathbf{A} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{\Lambda})$ としたとき、エネルギーの最小化は

$$\mathbf{A} \mathbf{w}_i = \mathbf{H}^T \mathbf{y}_i \quad (4)$$

として表される。ここで、

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}_1, \mathbf{c}_1, r_1) & h(\mathbf{x}_1, \mathbf{c}_2, r_2) & \cdots & h(\mathbf{x}_1, \mathbf{c}_m, r_m) \\ h(\mathbf{x}_2, \mathbf{c}_1, r_1) & h(\mathbf{x}_2, \mathbf{c}_2, r_2) & \cdots & h(\mathbf{x}_2, \mathbf{c}_m, r_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(\mathbf{x}_p, \mathbf{c}_1, r_1) & h(\mathbf{x}_p, \mathbf{c}_2, r_2) & \cdots & h(\mathbf{x}_p, \mathbf{c}_m, r_m) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Lambda}_i = \begin{bmatrix} \lambda_{i1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_{im} \end{bmatrix}$$

である。以上の結果より、

$$\mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{\Lambda}_i)^{-1} \quad (5)$$

を用いて、重みは、

$$\mathbf{w}_i = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y}_i \quad (6)$$

で求まる。すなわち、RBFネットワークの学習は、 $\mathbf{A}^{-1}$ を求めることに他ならない。このように、RBFネットワークの学習は逆行列を求める問題に帰着できるので非常に学習が早いという性質を有している。さらに、その性能を特徴づけるものとして、追加学習と忘却が存在する。紙面の都合上、追加学習、忘却については参考文献を参照されたい。^(9, 11, 12)

3 領域遺伝型遺伝的アルゴリズム^(13, 14)

基本的には、領域適応型遺伝的アルゴリズムにおいて用いた実数表現を利用するものとする。すなわち、 k 番目の領域は、各設計変数の平均値 μ_i^k と標準偏差

$\sigma_i^{Lk}, \sigma_i^{Rk}$ を用いて、

$$R(p_i) = \begin{cases} \mu_i^k - \sigma_i^{Lk} \sqrt{-2 \ln(LB_i + W_i C(p_i))} \\ \text{for } C(p_i) < 2^{m_i-1} \\ \mu_i^k - \sigma_i^{LR} \sqrt{-2 \ln(UB_i + W_i (C(p_i) - 2^{m_i-1}))} \\ \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

ただし,

$$W_i = \frac{UB_i - LB_i}{2^{m_i-1}} \quad (8)$$

としてデコードされるものとする。ここで、 p_i は個体 i の遺伝子を表し、 m_i はそのビット長を表し、 $R(p_i)$ は p_i を連続変数に変換した際の表現体、 $C(p_i)$ は整数化した際の表現体を表すものとする。 UB_i, LB_i はそれぞれ、 $[1, 0]$ の間の値をとるパラメータで、前者が1に近い値、後者が0に近い値をとる。すなわち、領域の設定は平均値および標準偏差値を与えることで実現が可能である。本研究では、右側、左側のそれぞれに標準偏差値を与えることとする。初期探索領域に関しては、

$$\mu_i^k = x_{i,\min_int} + (\alpha + (1-\alpha)Rand(x_{i,\max_int} - x_{i,\min_int})) \quad (9)$$

$$\sigma_i^{L,k} = \sqrt{-\frac{(x_{i,\min_int} - \mu_i^k)^2}{2\ln(LB_i)}} \quad (10)$$

$$\sigma_i^{R,k} = \sqrt{-\frac{(x_{i,\max_int} - \mu_i^k)^2}{2\ln(LB_i)}}$$

とする。ここで、 $x_{i,\min_int}, x_{i,\max_int}$ はそれぞれ初期探索の上下限値、 α は $[0, 1]$ のパラメータである。本研究では便宜的に0.1を用いた。また、領域は複数存在することが可能である。異なる領域を持つ両親からは、それぞれの親の持つ領域にしたがって子が生成されるものとする。すなわち、領域と遺伝子の交叉があるので、一度の交配で4つの子が生成されることになる。一旦設定された領域はその集団が集団としての最低限必要な個体数を下まわらない限り存続を続けるものとする。最低限を下まわった領域に関しては、領域の死滅と考え、新領域として以下のような手順で新しい領域を与えるものとする。領域の中心である μ_i^k

は以下の3つの候補から与えられた確率で選ばれるものとした。

$$\mu_i^k = \begin{cases} \mu_i \\ x_{i_best} \\ x_{i_min} + Rand(x_{i_max} - x_{i_min}) \end{cases} \quad (11)$$

ただし、側面制約を守るために、

$$\mu_i^k = \begin{cases} \mu_i^k \\ x_{i_bound_min} + s & \mu_i^k < x_{i_bound_min} + s \\ x_{i_bound_max} - s & \mu_i^k > x_{i_bound_max} - s \end{cases} \quad (12)$$

とした。ここで、 μ_i は集団の平均値、 x_{i_best} はその世代以前に得られている適応度が最大のものの変数値、 x_{i_min}, x_{i_max} はその世代の前までに探索した上下限値、 $x_{i_bound_min}, x_{i_bound_max}$ は側面制約である。また、 s は標準偏差が最小値をとったときの幅で、

$$s = \sigma_{i_min} \sqrt{-2\ln(LB_i)} \quad (13)$$

である。また、左右の標準偏差は、上下限までの幅より大きくならない範囲で、

$$\sigma_i^{L,k} = \min \left\{ \sqrt{-\frac{(x_{i_bound_min} - \mu_i^k)^2}{2\ln(LB_i)}}, \sigma_i \right\} \quad (14)$$

$$\sigma_i^{R,k} = \min \left\{ \sqrt{-\frac{(x_{i_bound_max} - \mu_i^k)^2}{2\ln(LB_i)}}, \sigma_i \right\}$$

で求め、さらに、この値が標準偏差の上下限を超えないように設定した。ただし、 x_{i_best} をとったときだけは0.5の確率で μ_{i_min} とするようにした。

4 提示する手法

本研究で実現した統合環境は無制約・制約条件付問題の両方に関して有効な環境である。システムの構成は以下のとおりである。

- 最適化器…領域遺伝型遺伝的アルゴリズム
近似器…RBF、ただし、半径の最適化機能をオプションで有する⁽¹⁵⁾。半径の最適化とは、理想的には、各基底関数の各変数を対象にすべきであるが、これでは、変数の数が不必要に多くなってしまい、実時間内に学習を終えることは難しい。そこで、基底関数は変数ごとに全て同じ半径を持つという制限を付けて最適化を行うこととした。図1は以下の式(15)に対して、同じ基底、同じデータで最適化をかけたものとかけなかったものの差であり、図2は x_2 に関する偏微分値である。一見すると結果は変わらないようであるが、偏微分値を見ると精度の差が明白である。

$$f(x_1, x_2) = 10e^{-0.01((x_1-10)^2 + (x_2-15)^2)} \sin(x_1) \quad (15)$$

- 探索点の推奨…RBF 近似での重要なポイントは、精度を上げたいところと、データが疎なところにデータを発生させることである。さらに制約条件内に多くのデータ点を発生させたい。本研究ではデータ

Fig. 1 Effect of radius optimization

Fig. 2 Effect of radius optimization in derivatives

の有無を表す ERBF を関数近似の RBF とあわせてもうけることにより、式 (16) を推奨関数として、近似最適化の結果およびその近傍のほかに一定数の乱数を発生させ、推奨関数の大きいものからデータを与えることとした。

$$\text{base}(\mathbf{x}) = \text{Max}(\rho, \text{Abs}(\text{RBF}(\mathbf{x}))) \times (\beta - \text{Abs}(\text{ERBF}(\mathbf{x}))) \quad \dots (16)$$

ここに、 $\text{RBF}(\mathbf{x})$ とは近似器の出力結果であり、 $\text{ERBF}(\mathbf{x})$ とはデータの有無を表す RBF の出力結果である。全データを対象に制約条件内にあるデータを 1、制約条件外にあるデータを -1 として学習している。また、 ρ 、 β は任意の数値である。ただし、ERBF の学習に際しては、データがあるところに必ず基底関数を設定するものとする。こうすることで、データが密なところは 1 または -1 に近い出力を出し、疎なところは 0 になる。さらに、制約の境界上は 0 に近い値を出力する。その結果として ERBF の項は、疎なところと、境界上で大きな係数を近似器の出力結果にかける効果がある。ここで、 β の値は 1 よりも若干大きめの値が好ましいものと思われる。 ρ の値は、近似する関数の出力に大きく左右される。本システムでは、その影響を

避けるために、あらかじめ線形変換をして、初期データの平均値が 0、平均値からの差の絶対値が一番大きいものが 10 になるように線形変換を施し、これを近似することとした。したがって、 ρ の値は 10 よりも小さい値が好ましいことになる。以下のシミュレーションでは、 ρ を便宜的に 1.5、 β を 1.1 とした。また、新しいデータの追加に際しては、その前の近似最適化で得られた解と、残りのものについては、ランダムで必要数以上の数を発生させ、式 (16) の判定基準に沿って上位のものを選ぶこととした。

5 数値実験

5.1 多峰性のある問題 多峰性のある問題に対する適用事例として、本研究では式 (15) の最大化をベンチマーク問題として利用した。(図 3)

この問題に対して、探索領域を $[0,30] \times [0,30]$ として、異なる種乱数を用いて近似最適化を行った。今回は初期的に 20 個のデータをランダムに配置し、その後は、10 個ずつ追加するものとし、最終的に便宜的に 300 個のデータを持つまで繰り返すこととした。そのときのその状況を図 4 に、最終結果を表 1 に示す。表 1 ではグローバルな解の近傍に最後に到達したケース (Case 1) と最初に到達したケース (Case 2) と標準的と思われるケース (Case 3) の 3 ケースについての抜粋であり、最適化された半径を示す。図 4 には、各ケースの近似解の変遷 (APPOPT) とデータ内における最良解の変遷 (BestData) を示す。ケース 1 では、図 5 に示すように、当初、局所最適解にとらわれていたが、徐々に大局解を見つけていっており、最終的には全域にわたって非常に精度のよい近似も得られている (図 6)。ところが、ケース 2 では最初から大局解の近傍に来てしまっていて (図 7)、さらに、半径が小さくなってしまっているために、最終

Fig. 3 Test function

Table 1 Results

Analysis	Data Max			Approximation Optimized				
	f	x_1	x_2	f	x_1	x_2	r_1	r_2
case 1	20	2.8764	19.766	12.527	1.7313	19.980	13.828	0.8438
	50	3.4478	20.235	14.971	3.4219	20.268	14.479	1.0173
	100	7.4336	14.224	11.617	7.1179	14.214	11.643	1.1004
	150	9.5217	7.8789	14.391	9.4080	7.8400	14.507	1.3034
	200	9.5482	7.8782	14.697	9.5050	7.8764	14.719	1.3231
	250	9.5558	7.8779	14.893	9.5666	7.8920	14.935	1.3231
case 2	300	9.5584	7.8956	14.967	9.5707	7.8969	14.959	1.3289
	20	6.9882	7.1685	13.513	4.6273	7.0197	13.679	5.1273
	50	9.5450	7.9236	14.679	8.7803	7.7780	13.294	1.1165
	100	9.5564	7.8982	14.853	9.5113	7.9158	14.934	1.2724
	150	9.5564	7.8982	14.853	9.5536	7.9154	14.882	1.2446
	200	9.5573	7.9042	14.900	9.5837	7.9175	14.845	0.6554
case 3	250	9.5576	7.9023	14.910	9.5680	7.9049	14.854	0.7157
	300	9.5576	7.8949	14.902	9.5721	7.8911	14.916	0.7912
	20	7.4729	8.5121	16.869	4.9971	8.4133	16.834	3.8960
	50	9.4477	7.8367	15.994	9.2826	7.8249	16.046	1.1805
	100	9.5465	7.8581	15.228	9.5529	7.8583	15.233	1.1887
	150	9.5556	7.8844	15.155	9.5806	7.8786	15.148	1.2407
	200	9.5575	7.8988	15.100	9.5885	7.9017	15.008	1.1198
	250	9.5584	7.9017	15.008	9.5669	7.8884	15.056	1.5106
	300	9.5584	7.9017	15.008	9.5608	7.8904	15.047	1.5760
								7.8649

Fig. 4 Process of optimization

Fig. 5 Initial surface in Case 1

Fig. 6 After 300 analyses in Case 1

Fig. 7 Initial surface in Case 2

Fig. 8 After 300 analyses in Case 2

Fig. 9 Base function after 300 analyses in Case 2

的には4番目の局所解($(x_1, x_2) = (21.02, 15.00)$)を見出せないでいる(図8). 図9は推奨関数のコンター図である. 白が最も推奨関数値が大きい部分であり, 次にデータを発生させることを奨めている部分である. 色の濃い部分は既にデータがあるところである. この図を見ると推奨関数においても, 第4番目の局所解の部分 $x_1=21.02$ にほとんどデータの分布が広がりをもてないことが分かる. いずれにしても, この問題の場合, 200回の解析後は, 大局解, そして, 大局的な近似がほぼうまくいっている. これは, 推奨関数が大局的な近似に必要なデータを有効に提示しているためと考えられる.

5.2 制約条件つき問題1 制約条件つき問題として, 上記の多峰性のある問題に, 制約条件として

Fig. 10 Constraints

Table 2 Results

Seed	data			approximate optimum			inside
	f	x_1	x_2	f	x_1	x_2	
100							
1	4.8690	1.7709	13.5044	4.5865	1.7656	12.1310	41
2	8.4127	14.0024	14.4052	8.4047	13.9943	14.3668	55
3	8.4455	14.0165	15.1831	8.4461	14.0675	15.3169	42
4	8.4500	14.0895	14.9352	8.4472	14.0990	14.9847	46
5	2.7439	1.0008	9.4212	2.1120	0.7561	9.3103	41
150							
1	8.4230	14.0805	14.4074	8.4005	14.1304	14.3942	71
2	8.4155	14.0051	14.4205	8.4201	14.0130	14.4351	79
3	8.4510	14.0788	15.1533	8.4380	14.1189	14.9572	65
4	8.4547	14.0664	15.0077	8.4536	14.0382	15.0416	76
5	6.5416	7.8119	21.1289	5.8314	8.2659	21.4953	71
200							
1	8.4268	14.0951	14.4921	8.4074	14.0617	14.2487	96
2	8.4501	14.0401	14.7837	8.4448	14.0449	14.6587	105
3	8.4511	14.0680	14.7982	8.4511	14.0680	14.7982	98
4	8.4547	14.0664	15.0077	8.4545	14.0439	15.0024	108
5	7.9100	14.4037	14.3220	7.9100	14.2329	14.1850	98
250							
1	8.4268	14.0951	14.4921	8.4017	14.0648	14.2060	131
2	8.4501	14.0401	14.7837	8.4446	14.0454	14.6556	132
3	8.4511	14.0680	14.7982	8.4468	14.0687	14.6995	126
4	8.4548	14.0533	14.9428	8.4528	14.0342	14.9506	135
5	8.4271	14.1368	14.9740	8.4100	14.0130	14.3372	130
300							
1	8.4412	14.0791	14.6273	8.4412	14.0791	14.6273	161
2	8.4501	14.0401	14.7837	8.4458	14.0450	14.6766	157
3	8.4511	14.0680	14.7982	8.4458	14.0728	14.6897	153
4	8.4548	14.0533	14.9428	8.4547	14.0462	14.9909	163
5	8.4328	13.9846	15.0014	8.3916	14.0459	14.1348	163

$$g(\mathbf{x}) = \cos(0.01x_1x_2) \sin(0.2x_1 + 0.2x_2) \geq 0 \quad (17)$$

をかくこととした。(図10, 白部分が実行可能領域) この問題に対して, 提示した手法を適用した結果を表2に示す。また, その中から一例を取って, どのような変遷で近似を行ったか, どのような変遷で近似曲面をつくり, どのように収束したかを図11に, データの分散の状況を一例をとって図12に示す。表2には, 解析関数で100, 150, 200, 250, 300回のデータ内の最大値, 近似解, **inside** という欄には制約内に入ったデータ数を5回の試行とも示す。

Fig. 11 Changes in Approximation function

図11には (a) にはERBFの出力, (b) には近似関数の出力結果, (c) には推奨関数の出力結果を示す。近似解を求めるにはおよそ200回の解析データがあれば十分である。ただ, 制約の判定は250回くらいないとできていない。さらに, 推奨関数では, 制約条件の活性状態において高い値をとっていることが見て取れる。これは, 提示した式(15)が基本的に制約条件式の活性な状態のところに最適解が来るであろうという予測の基に導かれたものであることに由

来しているが、実際にそのように動いていることを物語っていると考えられる。今回の大局解は、実際には、制約内に存在するので、探索上は、提示した手法では困難な問題であったと考えられる。しかしながら、制約判定を行った図10の上に300個のデータ分布を配置した図12を見ると、大局解の近辺と活性な制約条件上にある2つの局所解の近辺により多くのデータが集積していること、そして、活性な境界線上にデータが沢山あることが見て取れる。

Fig. 12 Data distribution

5.3 制約付き問題2 RBFの近似は、上記のような複雑なものには適しているが、平面などの簡単なものには、一見すると不適切である。そこで、提示した手法を利用して、平面などの簡単な問題に対してどのような挙動を示すかを、以下のような基本的には線形関数から成り立っている問題に対して適用してみた。

$$\text{Maximize } 800 - 15x_1 - x_2 \dots\dots\dots (18)$$

subject to

$$0 \leq g_1(\mathbf{x}) \leq 300$$

$$g_1(\mathbf{x}) = \begin{cases} 100x_1 + x_2 - 600 \\ 5x_1 + x_2 - 287.5 \\ 50x_1 + x_2 - 500 \\ 2x_1 + x_2 - 150.5 \\ 10x_1 + x_2 - 200 \\ 5x_1 + x_2 - 125 \end{cases} \begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 5 \\ 5 \leq x_1 \leq 10 \\ 10 \leq x_1 \leq 20 \end{cases}$$

$$0 \leq x_1 \leq 20$$

その結果を表3に示す。Case 1, Case 2 は異なる種乱数からはじめた結果である。また、最終的に出来上がった応答曲面の一例を図13に、データの配置の様子を図14に示す。白い部分が実行可能領域である。

Table 3 Results

	Exact	case1	case2
x_1	15.000	14.989	15.068
x_2	50.000	50.434	51.366
f	525.00	524.73	522.62
r_1	N/A	2.7289	3.0202
r_2	N/A	36.914	51.611

Fig. 13 Response surface of fitness function

Fig. 14 Data distribution and feasible region

域である。表2に示すように、今回の結果は解析回数300回での結果であり、完全に最適解に一致するまでにはいたっていない。しかしながら、この問題は、線形性が非常に高く、RBFにとっては不向きと思われる問題である。にもかかわらず、一定の精度で正解を得ることが可能である。また、図13に示すように、応答曲面は近似の対象とした設計許容領域内では、ほぼ、平面とみなせる精度を得ていることが分かる。しかしながら、境界に近づくと、曲率のため多少の劣化があることがわかる。このために、実際には活性な制約面上に解が来るべきところを多少内側に入って評価している。しかしながら、十分な精度で大局解近傍の解を捕らえていることは確認できる。さらに、図14

を見ると、提示した手法が活性的な制約条件の近辺に集中的にデータを発生させていることも見て取れる。これは、提示した推奨関数の効果であろうと考えられる。

6 結 言

本研究では、RBFを近似器として、領域遺伝型遺伝的アルゴリズムを最適化器として用いる近似最適化手法の提示を行った。本手法ではRBFにおける近似の際に、各設計変数に対応する半径の最適化を通じて近似精度の向上に努めた。制約条件つき問題、制約条件のない問題の双方に対して、過去のデータの有無と、制約を満たしているか否かを過去の全データを対象としてRBFを用いて記憶させ、さらに、この関数と近似関数から構成される推奨関数の提示を行った。基本的には、推奨関数の大きい値から追加するデータを選ぶこととした。この関数の導入により、制約条件の有無にかかわらず、効率よく、必要と目されるデータを提供することができ、少ない回数で高い精度の近似解が得られることを数値計算例より示した。制約条件つき問題の場合、この関数が活性的な制約条件上を優先にデータを提供するため、重要な情報を有効に提供できることを確認した。本研究では、提示した手法の基礎的な検討を行ったが、今後は、実用的な問題への拡張と、推奨関数を基に、複数の改善の最適解を与える方法を利用したデータの提示方法、及び、制約条件つき問題における、制約面への接近の方法を中心に検討を行っていきたい。

謝 辞

本研究は南海育英会の研究助成を受けて行った研究の一部であり、ここに関係各位に謝意を表す。また、貴重なご指摘を頂いた北海学園大学杉本博之先生、早稲田大学山川宏先生に謝意を表す。

参考文献

- (1) Kaufman, M., Balabanov, V., Burgee, S.L., Giunta, A.A., Grossman, B., Haftka, R.T., Mason, W.H., and Watson, L.T., "Variable-Complexity Response Surface Approximations for Wing Structural Weight in HSCT Design," *Computational Mechanics*, 18-2,(1996), 112-126.
- (2) 柏村, 白鳥, 干, 実験計画法による非線形問題の最適化, (1998), 朝倉書店.
- (3) Myers,R.,Montgomery,D.,Response Surface Methodology, (1995), Wiley-Inter-Science.
- (4) 稲田, 島村, 轟, 小林, 中村, 応答曲面法を用いた固有振動数変化による CFRP 積層梁の損傷同定, 65-632A, (1999), 776-782.
- (5) Bakker,T., Design Optimization With Kriging Models,(2000), Coronet Books.
- (6) Sasena, M.J., Papalambros, P.Y., and P. Goovaerts, "Metamodeling Sampling Criteria in a Global Optimization Framework," *Proc. 8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, AIAA Paper 2000-4921, Long Beach, CA, September 6-8 in CD-ROM, (2000).
- (7) Hirokawa, N., Fujita, K. and Iwase, T., "Voronoi Diagram Based Blending of Quadratic Response Surfaces for Cumulative Global Optimization," *Proceedings of 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multi-Disciplinary Analysis and Optimization*, Paper Number AIAA-2002-5460 in CD-ROM, Atlanta, Georgia, U.S.A.(2002).
- (8) 荒川雅生, 中山弘隆, 石川浩, 機論, 67-655C,(2001),789-796.
- (9) 荒川雅生, 中山弘隆, 石川浩, 機論, 67-655C,(2001),797-802.
- (10) 荒川雅生, 中山弘隆, 石川浩, 機論,68-669C,(2002),1526-1533.
- (11) Orr, M.J.L., Introduction to Radial Basis Function Networks,From <http://anc.ed.ac.uk/~mjo/rbf.html>, (1996).
- (12) Nakayama, H., Yanagiuchi, S., Furukawa, K., Araki, Y., Suzuki, S., Nakata, M., "Additional Learning and Forgetting by RBF Networks and its Application to Design of Support Structures in Tunnel Construction", *Proc. International ICSC/IFAC Symposium on Neural Computation (NC98)*, (1998), 544-550.
- (13) 荒川雅生, 石川浩, 機論, 68-767C,(2002),3681-3688.
- (14) 荒川雅生, 石川浩, 機論, 69-868C,(2003),2714-2722
- (15) Arakawa,M., Nakayama,H., Yun, Y.B., Ishikawa,H., "Optimum Design Using Radial Basis Function Networks by Adaptive Range Genetic Algorithms (Determination of Radius in Radial Basis Function Networks)", *Proceedings of 2000 IEEE International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation:21st Century Technology and Industrial Opportunities in CD-ROM*, (2000)