動力伝達歯車装置の非線形シミュレーション手法の研究*

(第 1 報, モード合成法の 500 kW 級遊星歯車装置への適用)

正田 功彦^{*1}, 松本 将^{*2}, 古川 豊秋^{*3}
東崎 康嘉^{*1}, 岩永 洋一^{*4}, 松浪 雄二^{*5}

Study on Non-Linear Numerical Simulation of Vibration of Power Transmission Gear System (1st Report, Application of Modal Synthesis Method to 500 kW Class Planetary Gears)

Katsuhiko SHODA, Susumu MATSUMOTO, Toyoaki FURUKAWA,
Yasuyoshi TOZAKI^{*6}, Yoichi IWANAGA and Yuji MATSUNAMI

^{*6} Mitsubishi Heavy Industries, LTD., Nagasaki R & D Center,
5-717-1 Fukahori-machi, Nagasaki-shi, Nagasaki, 851-0392 Japan

This paper presents experimental study and numerical simulation of vibration and noise of a speed increaser, which consist of a star type planetary gears and a planetary type epicyclic gear train. The ring mode vibration of internal gear in the star type planetary gears and torsional vibration of planetary gear in the planetary type epicyclic gear train are measured by use of telemetry system. The influence of tooth profile error for the vibration and the noise is clarified. The numerical simulation is also carried out to evaluate the exciting force and it's associated vibration. In this method, the coupled vibration of shaft bending, torsional and ring mode vibration of the internal gear are taken into account employing modal synthesis method. The simulation results shows a good agreement with the experimental ones. And it is found that the ring mode vibration magnifies the higher order component of gear mating frequency.

Key Words: Gear, Machine Element, Planetary Gear, Vibration Gear Noise, Modal Synthesis Method

1. 緒 言

遊星歯車装置は乗用車、ヘリコプターや航空機エンジン、船用さらには風車としても幅広く用いられている。他の平行軸歯車装置に比較してコンパクト性、トルク/重量比が小さいなど多くの有利な点があることが知られている。

近年、乗用車や風車の変速機部を構成する遊星歯車機構において、歯車の噛み合い部から発生する振動・騒音を低減する要求が増加している。

遊星歯車装置の振動・騒音解析については、噛み合っている歯と支持軸受をばねで表現し、歯車を剛体として連結したモデルによる検討がなされた^①。

最近では、Agashe^②らにより有限要素法を用い、歯を精密に表現し接触応力を取り入れる試みもなされている。計算による応答は、噛み合い周波数の倍音が固有振動数と一致すると共振するという従来からの知見と同じ結果を示した。しかし、ある速度では励起されるべき共振が生じないという検討結果も示されている。

また、吉野ら^③により遊星歯車が固定支持されたスター型遊星歯車装置内に設置された軸受を持たない太陽歯車の横振動に関する研究も行われている。モータからダイナメータまでの回転軸系全体を 15 自由度を持つ力学モデルで考察し、各構成部品の振動形態をシミュレーションし、実験値と比較した。その結果、計算値は軸系全体のねじり共振が発生することにより、構成する歯車列に歯面分離が発生し、軸受を持たない太陽軸に横振動を与えている結果が得られた。さらには、陳ら^④により遊星歯車の噛み合い位相差と遊星歯車のねじり振動の起振力との関係を示し、噛み合い位相を与えた遊星歯車機構と噛み合い位相を与えない遊星歯車機構の振動と騒音が測定できる試験機が製作された。この試験機を用いて種々の運転条件において遊星歯車機構の騒音と振動加速度を測定して噛み合いに位相差を与えれば騒音・振動をかなり低減できることも明らかにされている。

しかし従来の研究結果は比較的小型の遊星歯車装置を対象とし、構造変形量が歯車誤差の絶対値が大きい大型歯車装置へ適用できるかどうか不明であった。そこで、本研究では、従来研究例の少なかった大型複合遊星装置を対象とし、シミュレーションと実験の比較検証を行った。実験は内歯車の歯形誤差を変えて歯元応力、ねじり振動、内歯車のリング振動を計測し、スター型遊星歯車装置の内歯車のリング振動と噛み合

* 原稿受付 2003 年 11 月 21 日。

^{*1} 正員、三菱重工業(株)長崎研究所(☎ 851-0392 長崎市深堀町 5-717-1)。

^{*2} 正員、フェロー、早稲田大学大学院情報生産システム研究科(☎ 808-0135 北九州市若松区ひびきの 2-7)。

^{*3} 正員、三菱エンジニアリング(株)(☎ 851-0392 長崎市深堀町 5-717-1)。

^{*4} 正員、三菱重工業(株)長崎造船所(☎ 850-8610 長崎市飽の浦町 1-1)。

^{*5} 三菱重工業(株)長崎造船所。

E-mail: yasuyoshi_tozaki@mhi.co.jp

い周波数の高次成分の関係を検討した。シミュレーションは歯当たり解析とモード合成法の連携解析手法を適用した。モード合成法は個別の軸の振動モードを歯部の剛性特性で結合させて全体系の振動モードを解析する手法である。歯形誤差のある歯車の剛性特性と噛み合い伝達誤差特性を歯当たり解析で求め、モード合成法で遊星歯車装置の振動シミュレーションを行い、シミュレーションと実験結果の対応を調べた。以上のシミュレーションと実験の比較検証より、本手法が大型遊星歯車装置のような複雑な多段歯車軸系の解析手法として適用できるかどうかを検討した。

2. 遊星歯車装置の振動計測

図1に試験に用いた増速機と計測点の概略図を示す。実際に産業用として使用している2段増速式の遊星歯車である。1段はスター型であり、2段はプランタリ型である。1段側の入力回転数は32rpmで、2段側の出力回転数は1500rpmである。伝達馬力は500kWである。

表1に歯車諸元を示す。

Fig.1 Rough sketch of the speed increaser and measurement points

Table 1 Dimensions of speed increaser

	First stage			Second stage		
	Annular gear	Planetary gear	Sun gear	Annular gear	Planetary gear	Sun gear
Transmitted power (kW)	500					
Number of teeth	111	45	21	186	81	24
Pitch circle diameter (mm)	999	405	189	837	364.5	108
Revolution speed (rpm)	32.4	80.0	171.4	0	393.7	1500
Number of pieces	1	3	1	1	3	1
Tooth width (mm)	190			95		
Normal module	9			4.5		
Heat treatment	Carburizing		Thermal refining	Carburizing		Thermal refining
Material	SCM420		SCM440	SCM420		SCM440

2.1.1 1段内歯車の歯元曲げ応力計測 図2に示した内歯車の場所に、歪みゲージを取り付けた。図2における①～⑤は歪みゲージによる計測位置を示す。①の場所では歯幅の中央位置に、②の場所では歯幅の端の位置に④の場所では4ヶ所、⑤の場所では歯幅の中央部に1ヶ所歪みゲージを取り付けた。以上のようにして、歯幅方向の応力分布を計測するようにした。計測配線図を図3に示す。計測データは入力軸に取り付けられたデータレコーダを用いて採取された。なお、歯直角断面から見た歯元すみ肉部の歪みゲージ貼り付け位置は45°接線法により得られる最弱断面部とした。

2.1.2 1段内歯車の振動計測 半径方向の加速度計測を実施した。計測されたデータは歯元曲げ応力と同様な方法で、入力軸に取り付けられたデータレコーダを用いて採取した。

2.1.3 2段内歯車の振動計測 円周方向の加速度計測を実施した。図4に示したように遊星歯車を加工し、加速度計とバッテリー付きテレメーター装置を各々装着した。同時に送信アンテナは円周方向に沿って装着され、計測データはアンテナから外部の計測器へとることができた。

Fig.2 Attachment positions of strain gauges for measurement of tooth root stress

Fig.3 Attachment position of a data recorder

Fig.4 Sensor attachment position of second stage planetary gear

2.2 試験ケース 試験は内歯車が二つの異なった歯切り精度を持つ装置で行い、それによる振動、騒音の差異について検証を行った。ケース1では通常の精度で加工された内歯車を用い、ケース2ではケース1よりも高精度に加工された内歯車を用いた。

図5に各ケースの内歯車歯形の比較を示す。(a)と(b)は各々第1段の歯形であり、(c)と(d)は第2段の歯形を示している。

Fig.5 Comparison of the tooth profile of the internal gear in the experiment

図5に示されているように、ケース1の第1段内歯車ではピッチ点付近に約 $12\mu\text{m}$ のコンケーブ状の溝が見られ、第2段内歯車では約 $8\mu\text{m}$ のコンケーブ状の溝が見られる。

ケース2ではそれらの溝は除去され、歯形の凹凸は $4\mu\text{m}$ 以内になっている。

2.3 試験方法 試験はback to back試験法を採用した。図6に試験方法を示すが、2つの遊星歯車装置を用い、一つはモータで駆動され減速機として機能し、もう一つは増速機として機能し発電機を駆動する。2つの遊星歯車装置はユニバーサルジョイントで結合した。

3. モード合成法による多段歯車軸系の解析

図7に試験歯車装置の解析に用いたモード合成法の概要を示す。

Fig.6 Testing method

Fig.7 Gear shaft system vibration analysis procedure

まず、図7に示すように全体軸系Iを歯車軸系の軸Ⅲとかみあい対Ⅱに分離する。分離された個々の軸Ⅲについてモード解析を適用し、モード質量、モード剛性等のモード定数を導出する。

かみあい対Ⅱについては、歯の進行や伝達荷重の変化、あるいは歯形誤差に伴うかみあい伝達誤差の特性を静解析により求める。歯当たり解析にあたってはT.F.Conry⁹らが歯車に適用した線形計画法を採用した。

次に変位の連続条件と力の釣合い条件Ⅳ、すなわち軸とかみあい対の結合部で変位が等しく力が釣合うことを用いて、軸のモード定数とかみあい対の伝達特性を結合させ、全体系の解析を行う。

3.1 運動方程式の導出

3.1.1 軸の運動方程式 軸の運動方程式は、まず図8に示す物理座標系 $O_i-x_iy_iz_i$ で運動方程式を導き、それをモード座標系に変換して求める。

座標系 $O_i-x_iy_iz_i$ において、 z_i は軸方向に等しく、 x_i, y_i は右手系を成すように任意に選ぶ。座標系 $O_i-x_iy_iz_i$ を以降全体座標系と定義する。全体座標系で軸の運動方程式は次のように与えられる。

$$M_i \ddot{x}_i + C_i \dot{x}_i + K_i x_i = f_i \quad (1)$$

($i=1, 2, \dots, n$)

ここで、

M_i, C_i, K_i : 質量、減衰及び剛性行列

x_i, f_i : 変位及び外力ベクトル

n : 軸の個数

式(1)を次の式(2)を用いてモード座標系に変換すれば軸の運動方程式は式(3)のように表される。

$$x_i = \Phi_i q_i^* \quad (2)$$

Fig.8 Coordinate system

$$[m_i^*] \ddot{q}_i^* + [c_i^*] \dot{q}_i^* + [k_i^*] q_i^* = f_i^* \quad (3)$$

($i=1, 2, \dots, n$)

ここで、

Φ_i : モード行列

q_i^* : モード座標ベクトル

$$[m_i^*] = \Phi_i^T M_i \Phi_i \quad \text{モード質量行列}$$

$$[c_i^*] = \Phi_i^T C_i \Phi_i \quad \text{モード減衰行列}$$

$$[k_i^*] = \Phi_i^T K_i \Phi_i \quad \text{モード剛性行列}$$

$$f_i^* = \Phi_i^T f_i \quad \text{モード外力ベクトル}$$

$\circ^T$: 行列の転置を表す。

3.1.2 かみあい対の運動方程式 軸と軸の連結は歯車の歯部で行う。低次のモードを除けば軸の剛性より歯部の剛性が小さいことが多く、部分構造合成法で精度の高い解が得られるため連結部として歯部を選んでいく。

かみあい対の運動方程式は座標系 $O_a-x_a y_a z_a$ で導く。座標系 $O_a-x_a y_a z_a$ において、 x_a, z_a は作用面上にあり、さらに z_a は接触線上に置かれている。座標系 $O_a-x_a y_a z_a$ を以後局所座標系と定義する。

かみあい対の駆動側軸番号を1、被動側の軸番号を2とすれば運動方程式は局所座標系で次のように表される。第1項が歯面間の油膜作用によって生じる減衰力、第2項が歯のたわみによって生じる弾性変形力である。

$$\begin{bmatrix} C_n & -C_n \\ -C_n & C_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_{a1} \\ \dot{x}_{a2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_n & -K_n \\ -K_n & K_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{a1} \\ x_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、

x_{a1}, x_{a2} : 局所座標系から見た駆動軸及び被動軸の変位ベクトル

K_n : 歯部剛性行列

$$K_n = \begin{bmatrix} k_n(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

C_n : 歯部減衰行列

$$C_n = \begin{bmatrix} C_n(t) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

第2項の弾性変形力は歯のかみあい枚数や歯形誤差、あるいは軸の変位に依存して変化する非線形であるので、弾性変形力をかみあい伝達誤差の関数 $f(\Delta)$ で定義し、 $f(\Delta)$ を静解析により求める。 $f(\Delta)$ は次式で与えられる。

$$f(\Delta) = K_n(x_{a1} - x_{a2}) \quad (5)$$

Δ : かみあい伝達誤差ベクトル、

$$\Delta = x_{a1} - x_{a2}$$

歯部減衰 $C_n(t)$ は次式で与える。

$$C_n(t) = 2\xi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}} \cdot k_n(t) \quad (6)$$

ここで、

ξ : 歯面減衰比

m_1, m_2 : 駆動歯車、被動歯車の有効質量

$$m_1 = I_{P1}/r_{g1}^2, m_2 = I_{P2}/r_{g2}^2$$

I_{P1}, I_{P2} : 駆動歯車、被動歯車の

極慣性モーメント

r_{g1}, r_{g2} : 駆動歯車、被動歯車の基礎円半径

3.1.3 変位の連続条件 局所座標系と全体座標系の関係を次のように表す。

$$\begin{cases} x_{a1} = D_1 x_1 \\ x_{a2} = D_2 x_2 \end{cases} \quad (7)$$

ここで、

D_1, D_2 : 全体座標系から局所座標系への座標系変換行列

式(2)を式(7)に代入すれば、変位の連続条件は次のように表される。

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1^* \\ \dot{q}_2^* \\ \vdots \\ \dot{q}_n^* \\ \dot{x}_{a1} \\ \dot{x}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & E_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & E_n & 0 \\ D_1 \Phi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 \Phi_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^* \\ \dot{q}_2^* \\ \vdots \\ \dot{q}_n^* \\ \dot{q}_a^* \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで、

E_1, E_2, E_n : 単位行列

3.1.4 全体系の運動方程式 式(3)、式(4)及び式(5)を、式(8)を用いて連結させれば次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} & [m_1^*] \ddot{q}_1^* + [c_1^*] \dot{q}_1^* + [k_1^*] q_1^* \\ & = f_1^* - \Phi_1^T D_1^T [f(\Delta) + C_n \dot{\Delta}] \\ & [m_2^*] \ddot{q}_2^* + [c_2^*] \dot{q}_2^* + [k_2^*] q_2^* \\ & = f_2^* + \Phi_2^T D_2^T [f(\Delta) + C_n \dot{\Delta}] \\ & \dots\dots\dots \\ & [m_n^*] \ddot{q}_n^* + [c_n^*] \dot{q}_n^* + [k_n^*] q_n^* \\ & = f_n^* \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式(9)が多段はすば歯車軸系の運動方程式である。

3.1.5 かみあい歯面及び歯面分離の判定 かみあっている歯面が正歯面か逆歯面か、あるいは歯面が分離しているかの判定は次のように行う。

(a) $x_{a1} - x_{a2} \geq 0$ なら正歯面当たりである。

(b) $x_{a2} - x_{a1} - cn \geq 0$ なら逆歯面当たりである。

ここで cn はバックラッシュである。

(c) (a), (b) どちらでもなければ歯面分離である。

3.2 数値計算法 計算手順のフローチャートを図9に示す。

本手法は歯形誤差を考慮した静解析で求めた、歯部伝動力 f_i と噛み合い伝達誤差 Δ_{ii} の非線形的な相互関係、及び歯面間すきま ε_i の結果をファイルに記憶し、運動方程式の $f(\Delta)$ をそれらファイル情報の補間により求めながら時刻積分を行う。

Fig.9 Flow chart of calculating method

4. 遊星歯車軸系のモデル化

遊星歯車軸系のモデル化に際しては、次の点を考慮した。

- (1) 曲げとねじれの振動モードを考慮した。
- (2) スター型である1段内歯車についてリング振動を考慮した。解析に使用したリングモードを図10に示す。
- (3) 歯面減衰比は10%を仮定した。

5. 結果

5.1 1段内歯車の歯元曲げ応力 通常の精度で加工されたケース1の内歯車の歯元曲げ応力計測結果を図11に示す。運転条件は500kWである。

図において横軸は歯幅方向を示し、縦軸は歯元曲げ応力 (N/mm²) を示す。

①～⑤までの記号は計測結果を示し、破線は同じ歯の位置での計測結果を平均した値を示す。

実線は解析結果である。図11から分かるように、計測結果と解析結果は良好に対応している。この事により、モード合成法によって十分な精度で遊星歯車装置の強度を解析できることが分かった。

Fig.10 Ring mode vibration of the first stage internal gear

Fig.11 Comparison between measured results and simulation results of tooth root stress

5.2 1段内歯車の振動 通常の精度で加工されたケース1の内歯車の加速度スペクトル計測結果と解析結果の比較を図12に示す。

図において横軸は周波数を示し、縦軸は加速度を示している。点線は計測結果で実線は解析結果である。

加速度スペクトルは、1次から9次までの1段噛み合い周波数成分 (g1, g2, ...) が卓越している。

1 段噛み合い周波数計測結果の高次成分が顕著なのは、内歯車の歯形が凹凸であることによる。

Fig.12 Spectrum of acceleration vibration of the first stage internal gear

同様の結果が解析結果でも得られている。この事は、モード合成法で大型遊星歯車装置のような複雑な多段歯車軸系の振動評価が行えることを示している。

5.3 2 段遊星歯車の振動 通常の精度で加工されたケース 1 の遊星歯車の加速度スペクトル計測結果と解析結果の比較を図 13 に示す。

図 13 において横軸は周波数を示し、縦軸は加速度を示している。破線は計測結果で、実線は解析結果である。加速度スペクトルは、1 次の 2 段噛み合い周波数 (h1) と共に 6 次の 1 段噛み合い周波数 (g6) が卓越している。

1 段噛み合い周波数の 6 次成分 g_6 が顕著という事実は、歯形の影響か、あるいは 1 段内歯車のリング変形 3 節モードの固有値が噛み合い周波数成分の 6 次に近いこと (1 段噛み合い周波数の 6 次は 360Hz であり、また 1 段内歯車のリング変形 3 節モードの固有値は 347Hz である) によるものと考えられる。

そこでまず歯形の差異を検討した。図 14 にケース 1 とケース 2 の加速度スペクトルの比較を示す。ケース 1 とケース 2 の歯形の差異は内歯車のピッチ点付近にコンケーブ状の溝があるか無いかである。図で横軸は周波数を示し、縦軸は加速度を示している。点線はケース 1 の結果を示し、実線はケース 2 の結果を示している。2 段噛み合い周波数 1 次成分の加速度については、ケース 2 はケース 1 に比較して 5dB 低い。以上より内歯車のピッチ点付近のコンケーブ状の溝は噛み

合い成分の振動に大きな影響を与えていることが分かった。

しかしながら、1 段噛み合い周波数 6 次成分についてはケース 1 でもケース 2 もレベルは同じである。したがって、歯形の差異は 1 段噛み合い周波数の 6 次成分 g_6 の増加に寄与していないことが分かった。

そこで 1 段内歯車のリングモード振動を除いた計算を実施した。結果を図 15 に示す。図 15 に示すように 1 段 6 次成分の突出がなくなることが分かる。以上より内歯車のリングモード変形による振動が遊星歯車装置の振動特性に大きく影響することが分かった。

Fig.13. Spectrum of acceleration vibration of the second stage planetary gear

Fig.14 Comparison of experimental results of CASE1 and CASE2

Fig.15 Simulation result of acceleration vibration of the second stage planetary gear

6. 結 論

以下に今回の研究で得られた事項を示す。

- (1) モード合成法を用いた解析が大型遊星歯車置のような複雑な多段歯車軸系の解析手法として十分に妥当な手法であることが示された。

(2) 内歯車のピッチ点付近のコンケーブ状の溝は、噛み合い成分の振動に大きな影響を及ぼすこと

とわかった。

- (3) 内歯車のリングモード変形による振動が噛み合い周波数の高次成分を増加させる要因の一つであることが分かった。

文 献

- (1) Cunliffe, F., Smith, J.D., and Welbourn, D.B., "Dynamic Tooth Loads in Epicyclic Gears, ", ASME J. Eng. Ind., 578-584, (1974), 95
- (2) Agashe, V., Vijayakars, S.M., and Parker, R.G., "Dynamic Response of a Planetary Gear System using a Finite Element/Contact Mechanics Model", ASME J. Mech. Des., 304-310, (2000), 122
- (3) 吉野, 矢鍋, "スター型遊星歯車装置の浮動太陽歯車軸に発生する特異振動のシミュレーション", 日本機械学会論文集, 2510-2517, (2000), 66
- (4) 陳, 石橋, 園田, 松原, "乗用車の自動変速機用遊星歯車変速機の騒音・振動に関する研究", 日本機械学会論文集, 634-639, (2000), 99
- (5) Klosterman, A., "Building Block Approach to Structural Dynamics.", ASME Publication, (1969), VTRP30