2次元複素数多重解像度解析を応用した方向選択性と
その画像への応用に関する研究*戸田 浩^{*1}, 章 忠^{*2}, 川畑 洋昭^{*1}Study on Directional Selection using 2-Dimensional Complex
MultiResolution Analysis and its Application for Image ProcessingHiroshi TODA, Zhong ZHANG^{*3} and Hiroaki KAWABATA^{*3} Department of Production System Engineering, Toyohashi University of Technology,
1-1 Hibarigaoka Tenpaku-cho, Toyohashi-shi, Aichi, 441-8580 Japan

We have already proposed a 2-Dimensional Complex Multiresolution Analysis (2-D CMRA), which can provide 2-dimensional shift invariance approximately. In this study, we improve a 2-D Directional Selection using the 2-D CMRA and applied it to image processing. The main results obtained can be summarized as follows: 1) The poor 2-D Dimensional Selection of the 2-Dimensional Multiresolution Analysis has been improved by using 2-D CMRA. 2) The 2-D Dimensional Selection has been applied to image processing, and encouraging results were obtained.

Key Words: Wavelet Transform, Multiresolution Analysis, Directional Selection, Image Processing

1. はじめに

ウェーブレット変換の最大の特徴は時間と周波数の同時解析が可能なことであるが、中でも離散ウェーブレット変換 (Discrete Wavelet Transform, DWT) は、さまざまな信号処理、画像処理に応用されている。またその実際の計算には、Mallat^①の提案した多重解像度解析 (Multi Resolution Analyze, MRA) の高速アルゴリズムが、一般的に使用されている。ところでMRAでは、解析信号はオクターブバンドに分割された各レベルの各ウェーブレットに分解されるが、この各レベルにおける各エネルギーが解析信号のわずかなシフトに対して大きく変動する現象が起きる。これがMRAの本質的な弱点として知られる、シフト不変性の欠如であり、多くの信号処理に深刻な影響を与えてきた^②。このシフト不変性の欠如は、MRAに利用される実数型ウェーブレットが、単一の位相しか持ち合わせてないことに起因する。そこでこのシフト不変性の欠如を改善するため、Magarey^③らと筆者ら^④は、対称性の実数部ウェーブレットと、反対称性の虚数部ウェーブレットにより並列処理を行う、複素数解析を考案した。しかし全レベルの全周波数域において、対称、反対称ウェーブレットの中心を完全に一致させること

は意外に困難であり、Magareyらの手法では、最高域のレベル-1は、対称中心を合わせるための位相補正に充てられた。しかし筆者ら^④の提案する、複素数多重解像度解析 (Complex Multi Resolution Analyze, CMRA) では、ウェーブレットの対称中心を合成補間関数により一致させるアルゴリズムを用いて、全レベルでの複素数解析を可能にした。さらに筆者ら^④は、これを2次元に拡張した2次元複素数多重解像度解析 (2次元CMRA) を提案し、2次元の全レベルにおけるシフト不変性を実現した。

さらにKingsbury^⑤らの研究によれば、このようにして得られた2次元のウェーブレット係数に、和と差の計算を適切に施すことにより、シフト不変性を保ちながら、方向選択性の改善が可能となる。つまり従来の2次元多重解像度解析 (2次元MRA) では、横方向、縦方向、対角線方向の、3種類の方向性の波形抽出にとどまっていた。とりわけ対角線の波形抽出に関しては、斜め45°に直交した2つの波形が同時に抽出され、これを分離することはできない。そのため方向選択性を応用した画像処理は、ほとんど実用にならないのが現状であった。しかしKingsburyらの手法によると、2次元の全方位を6分割した6方向の方向選択性を得ることが可能であり、また抽出したそれぞれの方向において、シフト不変性が保たれる。しかしKingsburyらが提案したアルゴリズムは、先にも述べ

* 原稿受付 2003年12月11日。

^{*1} 岡山県立大学情報工学部 (☎ 719-1197 総社市窪木111)。^{*2} 正員、豊橋技術科学大学 (☎ 441-8580 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1)。

E-mail: zhang@keisys.tutpse.tut.ac.jp

た Magarey らのものと同じく、最高域のレベル-1は位相補正に充てられるため、この領域の方向選択性は実現できない。ところで1次元のMRAにおけるレベル-1は、全情報の半分の高周波領域に相当するが、2次元の場合は、縦と横の情報が交差している関係上、全情報の3/4の高周波領域の複素数解析が不可能となり、この部分の方向選択性が実現できないことになる。この高周波領域には画像のエッジの情報が多く含まれており、方向選択性を応用する画像処理には、不利な条件と言わざるを得ない。

本研究では、筆者らの提案する2次元CMRAにより、RI-Spline ウェーブレットを用いて、全レベルの方向選択性とシフト不変性を同時に実現する手法を提案する。そして、モデル画像を用いて本手法有効性を検証する。さらに本手法を指紋解析に応用しその有用性を確認する。

2 RI-Spline ウェーブレットによる2-D CMRA

筆者らの提案する RI-Spline ウェーブレットと、それを応用した CMRA は既報(4)に、そして CMRA を2次元に拡張した2次元 CMRA は既報(5)にて報告してあるが、この章では RI-Spline ウェーブレットによる2次元 CMRA の概要を説明する。

まず筆者らの提案する RI-Spline ウェーブレットは、対称である偶数 me 階 Spline ウェーブレット(偶関数)を実数部に、また反対称である奇数 mo 階 Spline ウェーブレット(奇関数)を虚数部とする複素数ウェーブレットである。オリジナルの Spline ウェーブレットの求め方は文献(7)に記載されているが、RI-Spline ウェーブレットでは、これらを規格化して使用する(規格化に関しては既報(5)に記しておいた)。図1は本研究に用いた $me=4$, $mo=3$ の RI-Spline ウェーブレット(以後 $m=4,3$ RI-Spline ウェーブレットと表記)のマザー・ウェーブレット (Mother Wavelet, MW) である。この図のように $me=4$ の Spline ウェーブレットを MW の実数部、また $mo=3$ の Spline ウェーブレット

Fig.1 The $m=4,3$ RI-Spline mother wavelet

を MW の虚数部とし、それぞれ $\psi_R(t)$, $\psi_I(t)$ とする。またそれらのスケーリング関数を $N_R(t)$, $N_I(t)$ 、分解数列为 a_k^R, b_k^R と a_k^I, b_k^I 、また再構成数列为 p_k^R, q_k^R と p_k^I, q_k^I とする。これらの関数や数列为規格化されたもので、求め方は既報(5)に報告している。

次に筆者らが提案する CMRA であるが、これは実数部および虚数部のウェーブレットにより、解析信号に対して MRA を並列して実行するものである。最初に次のような合成補間関数 $N_S(t)$ を定義しておく。

$$N_S(t) = \sum_k K_k^R N_R(t-k) + \sum_k K_k^I N_I(t-k) \quad (1)$$

この式における定数 K_k^R, K_k^I は、 $N_S(t)$ が原点を中心に左右対称になるよう、また実数部と虚数部に解析信号がバランスよく分配されるよう設定されている⁴⁾。この $N_S(t)$ を利用し、補間を次のような手順で行う。まず β_k^S を、基本ガーディナルスプライン関数 $L_S(t)$ の係数として次のように求める。

$$L_S(t) = \sum_k \beta_k^S N_S(t-k) \quad (2)$$

$$L_S(l) = \delta_{k,0} \quad l \in Z$$

ただし Z は整数の集合である。次に、次式にしたがって $N_S(t)$ による補間を実行する。

$$f(t) = \sum_l c_l^0 N_S(t-l) \quad (3)$$

$$c_k^0 = \sum_l f(l) \beta_{k-l}^S$$

次式により実数部 $c_{R,k}^0$ 、虚数部 $c_{I,k}^0$ を求める。

$$c_{R,k}^0 = \sum_l c_l^0 K_{k-l}^R \quad (4)$$

$$c_{I,k}^0 = \sum_l c_l^0 K_{k-l}^I$$

以上により解析信号 $f(t)$ は次のように補間される。

$$f(t) = \sum_k c_{R,k}^0 N_R(t-k) + \sum_k c_{I,k}^0 N_I(t-k) \quad (5)$$

次に実数部 $c_{R,k}^0$ 、虚数部 $c_{I,k}^0$ のそれぞれに対して、分解数列为 a_k^R, b_k^R 、 a_k^I, b_k^I を用いて、次の分解アルゴリズムを漸化的に実行する。

$$c_{R,k}^{j-1} = \sum_l a_{l-2k}^R c_{R,l}^j \quad (\text{実数部}) \quad (6)$$

$$d_{R,k}^{j-1} = \sum_l b_{l-2k}^R c_{R,l}^j$$

$$c_{I,k}^{j-1} = \sum_l a_{l-2k}^I c_{I,l}^j \quad (\text{虚数部})$$

$$d_{I,k}^{j-1} = \sum_l b_{l-2k}^I c_{I,l}^j$$

このようにして得られた各 $d_{R,k}^j, d_{I,k}^j$ が CMRA に

Fig.2 The 2-D CMRA implementation on level-1

おける各ウェーブレット係数の実数部、虚数部となる。また CMRA の逆変換は、再構成数列 $p_k^R, q_k^R, p_k^I, q_k^I$ を用いて、次のような再構成アルゴリズムを漸化的に実行する。

$$c_{R,k}^j = \sum_l (p_{k-2l}^R c_{R,l}^{j-1} + q_{k-2l}^R d_{R,l}^{j-1}) \quad (\text{実数部}) \quad (7)$$

$$c_{I,k}^j = \sum_l (p_{k-2l}^I c_{I,l}^{j-1} + q_{k-2l}^I d_{I,l}^{j-1}) \quad (\text{虚数部})$$

このようにして得られた $c_{R,k}^0, c_{I,k}^0$ を式(5)に代入することで、オリジナルの解析信号 $f(t)$ が得られる。

以上のような CMRA は図 2 のように 2 次元 CMRA に拡張することができる。ただし、この図はレベル 1 までの 2 次元 CMRA の概要を表したもので、より詳細な手順等は既報(5)に記している。すなわち従来の一般的な 2 次元 MRA と同じく、横方向、縦方向の順にレベル-1 までの分解アルゴリズムを実行し、 LL, LH, HH, HL を得る。ただし横→縦の順に、実数→実数、実数→虚数、虚数→実数、虚数→虚数の 4 種類の分解を並列して行い、4 種類の出力 RR, RI, IR, II を得る。さらにレベル-2 以降の分解は、こうして得られた 4 種類の RR, RI, IR, II のそれぞれの LL に対して、それぞれ同じ順番の分解を繰り返すことになる。以上が 2 次元 CMRA であり、その逆変換は再構成アルゴリズムにより逆の手順を実行する。

3. 2-DCMRA による方向選択性の実現

2-D CMRA では 4 種類の出力 RR, RI, IR, II のウェーブレット係数が得られるが、これらに図 3 のグループ 0 とグループ 1 のような和と差の計算を施すと、方向選択性が実現される。ここで図 3 の②を例にとり、その具体的な計算方法を説明する。図 3 の②は HH

の領域であるが、この HH のレベル j の RR, RI, IR, II の 2 次元ウェーブレットは次のように表される。

$$\begin{aligned} \psi_{RR,kx,ky}^j(x,y) &= \psi_{R,kx}^j(x) \cdot \psi_{R,ky}^j(y) \\ \psi_{RI,kx,ky}^j(x,y) &= \psi_{R,kx}^j(x) \cdot \psi_{I,ky}^j(y) \\ \psi_{IR,kx,ky}^j(x,y) &= \psi_{I,kx}^j(x) \cdot \psi_{R,ky}^j(y) \\ \psi_{II,kx,ky}^j(x,y) &= \psi_{I,kx}^j(x) \cdot \psi_{I,ky}^j(y) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \psi_{R,k}^j(t) &= \sqrt{2^j} \psi_R(2^j t - k) \\ \psi_{I,k}^j(t) &= \sqrt{2^j} \psi_I(2^j t - k) \end{aligned}$$

なお x は横軸、 y は縦軸の座標、 ψ_R, ψ_I は図 1 の MW であり、これらの 2 次元ウェーブレットは互いに直交しノルムはすべて 1 となるが、その詳細は既報(5)にて報告している。これら式(8)のウェーブレット係数を $d_{RR,kx,ky}^j, d_{RI,kx,ky}^j, d_{IR,kx,ky}^j, d_{II,kx,ky}^j$ とすると、図 3 の Real0, Imag0 に指示された計算方法により、②に関する計算は

$$d_{R0,kx,ky}^j = \frac{d_{RR,kx,ky}^j + d_{II,kx,ky}^j}{2} \quad (\text{実数部}) \quad (9)$$

$$d_{I0,kx,ky}^j = \frac{d_{RI,kx,ky}^j - d_{IR,kx,ky}^j}{2} \quad (\text{虚数部}) \quad (10)$$

となる。これら $d_{R0,kx,ky}^j, d_{I0,kx,ky}^j$ を複素数ウェーブレット係数の実数部、虚数部として扱うことにより、図 3 の②の矢印で示した 45° 方向の波形信号を選択的に抽出することが可能となる。また図 3 の①および③～⑥も同じようにして計算する。

次に同じ図 3 の②を例にとり、方向選択性がどのように実現されるかを検証する。まず式(9)の実数部の

Fig. 3 The calculations of the Directional Selection

$d_{R0,kx,ky}^j$ が、どのような2次元ウェーブレットのウェーブレット係数となるかを考察する。ところで RI-Spline ウェーブレットは、双直交ウェーブレットの Spline ウェーブレットを元に作成されたものであるから、双直交ウェーブレットとしての性質を持つ。双直交ウェーブレットでは、変換と逆変換に異なるウェーブレットが用いられ、一般的に、変換に用いられるほうはアナライジングウェーブレット、また逆変換のほうはシンセサイジングウェーブレットと呼ばれる。これら双直交ウェーブレットに関する詳細は文献 (7) に記載されているが、ここでアナライジングウェーブレットを $\tilde{\psi}_{j,k}$ 、それに対応するシンセサイジングウェーブレットを $\psi_{j,k}$ と表すと、次の関係が成立する。

$$d_k^j = \langle f, \tilde{\psi}_{j,k} \rangle \quad (\text{変換}) \quad (11)$$

$$f = \sum_k d_k^j \psi_{j,k} \quad (\text{逆変換}) \quad (12)$$

ところで式(9)の右辺の $d_{RR,kx,ky}^j, d_{II,kx,ky}^j$ は、それぞれ $\psi_{RR,kx,ky}^j, \psi_{II,kx,ky}^j$ のウェーブレット係数であるが、これらは式(12)の d_k^j と ψ_k^j の関係にあたり、 $\psi_{RR,kx,ky}^j, \psi_{II,kx,ky}^j$ はシンセサイジングウェーブレットである(ただし本研究においては、それらをウェーブレットと呼ぶことにする)。すなわち、これらに対応するアナライジングウェーブレット $\tilde{\psi}_{RR,kx,ky}^j, \tilde{\psi}_{II,kx,ky}^j$ が存在し、式(11)より次の関係が成立する。

$$d_{RR,kx,ky}^j = \langle f, \tilde{\psi}_{RR,kx,ky}^j \rangle \quad (13)$$

$$d_{II,kx,ky}^j = \langle f, \tilde{\psi}_{II,kx,ky}^j \rangle$$

ただし、 $\langle f, g \rangle$ は $f(x, y)$ と $g(x, y)$ の内積 $\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) g(x, y) dx dy$ を表す(ちなみに、この内積が0であることは $f(x, y)$ と $g(x, y)$

が直交する定義となる)。なお、式(13)の $f(x, y)$ は解析信号を表す。この式(13)を用いて式(9)は次のように展開できる。

$$d_{R0,kx,ky}^j = \frac{d_{RR,kx,ky}^j + d_{II,kx,ky}^j}{2}$$

$$= \frac{\langle f, \tilde{\psi}_{RR,kx,ky}^j \rangle + \langle f, \tilde{\psi}_{II,kx,ky}^j \rangle}{2} \quad (14)$$

$$= \left\langle f, \frac{\tilde{\psi}_{RR,kx,ky}^j + \tilde{\psi}_{II,kx,ky}^j}{2} \right\rangle$$

よって、双直交ウェーブレットの性質を表した式(11)、(12)より、式(14)から求められた $d_{R0,kx,ky}^j$ は、次式で表される2次元ウェーブレットのウェーブレット係数となる。

$$\psi_{R0,kx,ky}^j = \frac{\psi_{RR,kx,ky}^j + \psi_{II,kx,ky}^j}{2} \quad (15)$$

ところで式(8)より $\psi_{RR,kx,ky}^j, \psi_{II,kx,ky}^j$ は図4(a)と(b)に示すような2次元ウェーブレットであり、それらを用いて式(15)で表される2次元ウェーブレット $\psi_{R0,kx,ky}^j$ は図4(c)のようになる。ただし図4では $j = -2$ とし、レベル-2の場合の各2次元ウェーブレットを示している。すなわち式(9)の実数部の $d_{R0,kx,ky}^j$ は、図4(c)のような45°方向の波形の形状をした2次元ウェーブレットのウェーブレット係数となる。また同じようにして式(10)の虚数部の $d_{I0,kx,ky}^j$ は、次の式で表される2次元ウェーブレットのウェーブレット係数となる。

$$\psi_{I0,kx,ky}^j = \frac{\psi_{RI,kx,ky}^j - \psi_{IR,kx,ky}^j}{2} \quad (16)$$

Fig. 4 The 2-dimensional wavelets on level -2

この式(16)は、図 4(d)のように、(a)と同じく 45° 方向の波形の形状をした 2 次元ウェーブレットとなる。そして図 4(c)と(d)の 2 つの 2 次元ウェーブレットは互いに直交する。この直交関係は、式(8)の 2 次元ウェーブレットが互いに直交し、その内積が 0 であることを用いて、式(15)と式(16)の内積 $\langle \psi_{R0,kx,ky}^j, \psi_{I0,kx,ky}^j \rangle$ も 0 となることが導きだせるので、証明できる。以上のようにして、係数 $d_{R0,kx,ky}^j, d_{I0,kx,ky}^j$ を複素数ウェーブレット係数の実数部、虚数部として扱うことで、図 4(c)と(d)のような、互いに直交する 45° 方向の波形の形状をした 2 次元ウェーブレットによる解析が実現され、 45° の方向選択性とシフト不変性が実現される。また図 3 の①および③～⑥方向選択性とシフト不変性も、同じように説明できる。

4. モデル信号による検証

最初にインパルス応答を観察することにより、方向選択性とシフト不変性を確認する。2 次元インパルス（ある 1 点のみの値が 1、その他はすべて 0 である 2 次元の信号）による、レベル-4 における図 3 の①～⑥のそれぞれのインパルス応答は図 5 のようになる。図 5 の具体的な処理方法であるが、たとえば②の場合は、2 次元インパルスを変換して、レベル-4 の②のウェーブレット係数 $d_{R0,kx,ky}^{-4}, d_{I0,kx,ky}^{-4}$ を残し、その他のすべての係数を 0 にして逆変換したものである。ところで 2 次元インパルスは、すべての方向の、すべての周波数成分を含んでいるため、そのインパルス応答を見ることは、その変換が、どのような特定の成分を抽出するかを観察することになる。図 5 の①～⑥を見れば、レベル-4 の帯域の、それぞれの方向成分が正確に抽出されていることがわかる。また、これらの形状は、インパルスのシフトに対しても、安定して一定

Fig. 5 Impulse responses on level -4

であることが確認された。次に図 6 に、レベル-4 の②における、インパルスのシフトに対するインパルス応答のエネルギーの変動を表す。これと同じ条件における、実数型 4 階 Spline ウェーブレットによる 2 次元 MRA の HH の結果を図 7 に示す。図 6 と図 7 を比べて分かるように、本手法はインパルス応答のエネルギーがインパルスのシフトには影響されず安定しており、

シフト不変性が実現されている。なお、図6のエネルギーのレベルが図7に比べて低いのは、方向選択性の細分化により、エネルギーが分散しているためであり、特に不都合なことではないと考えられる。

次に図8のような円の画像を変換し、実際の方向選択性を確認する。図8の画像を変換し図3の①～⑥のそれぞれの複素数ウェーブレット係数の絶対値を表示したものが図9であるが、6方向の各成分が安定して抽出されていることがわかる。比較のために実数型4階Splineウェーブレットの2次元MRAによる同じ処理を図10に掲げておくが、従来の2次元MRAでは、3種類の方向選択性しか得られない上に、とりわけ斜め45°にクロスした対角線の2方向は、それを分離することができない。これは方向選択性を応用した画像処理の実用化をさらに困難にしている。なお図10におけるジャギー（ギザギザの模様）は、シフト不変性の欠如に起因するものと考えられる。

Fig.6 Impulse response energy obtained by $m=4,3$ RI-Spline wavelet on level -4 : 75°

Fig.7 Impulse response energy obtained by $m=4$ Spline wavelet on level -4 : LH

Fig.8 Circle Image (256 × 256)

Fig.9 Directional selection obtained by the CMRA of the $m=4,3$ RI-Spline wavelet

Fig.10 Directional selection obtained by the MRA of the $m=4$ Spline wavelet

Fig.11 Samples of fingerprints (128×128) on a scale of 3/4

	Sample A	Sample A'	Sample B
CMRA on a scale of 1/2			
CMRA on level -1	75° 	75° 	75°
	45° 	45° 	45°
	15° 	15° 	15°
	-15° 	-15° 	-15°
	-45° 	-45° 	-45°
	-75° 	-75° 	-75°

Fig.12 CMRA of the samples with the m=4,3 RI-Spline wavelet

Fig.13 ICMRA on level -1: 75°

4. 指紋の解析による検証

指紋を解析することで、2次元 CMRA による方向選択性の有効性を検証する。図 11 には、解析する指紋のサンプルデータを示す。ただし、Sample A と Sample A' は同一の指紋であるが、別々に採取した画像である。Sample A はノイズも少なく、比較的、良好な画像であるが、Sample A' は、指紋の一部が滲んでいたり、あるいは擦れていたりにして、状態の悪い画像である。また Sample B は、Sample A、Sample A' とは異なる別の指紋であり、比較的、良好な状態の画像である。

これらのサンプルに、m=4,3 RI-Spline ウェーブレットの 2次元 CMRA による方向選択性の解析を施したものが図 12 である。この図の CMRA on a scale of 1/2 は図 9 に対応する画像で、2次元 CMRA を元に、図 3 に示した手法により方向選択性の抽出を施した全体像である。ただし、これらの画像は 1/2 に縮小してある。また CMRA on level -1 には、その中からレベル -1 の各方向性 75° ~ -75° の成分を抽出して並べてある。また図 13 は、図 12 のそれぞれのサンプルより

	Sample A	Sample A'	Sample B
MRA on a scale of 1/2			
MRA on level -1	LH 	LH 	LH
	HH 	HH 	HH
	HL 	HL 	HL

Fig.14 MRA of the samples with the m=4 Spline wavelet

Fig.15 IMRA on level -1: LH

レベル-1の75°方向の成分のみを抽出し、逆変換したものである。さらに同じような解析を、従来の実数型4階Splineウェーブレットによる2次元MRAにより実行したものが図14で、MRA on level-1はレベル-1の成分LH, HH, HLを並べたもの、また図15はレベル-1のLH成分のみを抽出した画像である。

ここで2次元CMRAにより75°方向の成分を抽出した図13において、それぞれの画像を正規化し、Sample Aの一部を切り出してSample A'、Sample Bとのパターンマッチングを試みる。すなわち指紋のパターンが比較的明瞭に表れたSample Aの正方形領域(左上座標(48, 8), 64×64で囲んだ部分)を切り取ってテンプレートにし、これをSample A'やSample Bの画像に重ね合わせて、縦横にシフトさせながら、それぞれの位置における正規化距離を次式で計算する。

$$D = \left(\sum_{x,y} |d_{x,y}^p| - \sum_{x,y} |d_{x,y}^p - d_{x,y}^s| \right) / \sum_{x,y} |d_{x,y}^p| \quad (17)$$

ただし $d_{x,y}^p$ はテンプレート画像のデータで、 $d_{x,y}^s$ はサンプル画像のデータである。サンプル画像は、ある位置での D の値が大きいくほど、その位置付近にテンプレートと同じ方向の成分が多く存在し、そのパターンが類似している可能性が高い。図16はテンプレートとSample A' (図16(a)) および Sample B (図16(b)) とのパターンマッチングである。Sample A'の図16(a)には明瞭なピークが現れ D は0.196となるが、この位置に75°方向の成分が多く存在し、パターンも類似していると考えられる。これに対しSample B

の図16(b)に現れるピークは不明瞭で D は-0.044となるが、これはSample A, Bは異なる指紋で、75°方向の成分のパターンも異なるためと考えられる。また、他の方向においても同様の結果が得られた。

次に2次元MRAによりLHを抽出した図15に対し、まったく同じパターンマッチングを行ったものが図17(a) (Sample A'), 図17(b) (Sample B) であるが、図16の2次元CMRAほど明瞭な結果は得られず、それぞれのピークの D は-0.049, -0.108であった。また、本論文では図16(b)と図17(b)の間の有意差について議論しなかった。これは有意差があるかどうかにもかわらず指紋の判定結果が変わらないためである。

6. まとめ

本研究では、2次元CMRAにより、RI-Splineウェーブレットを用いて、全レベルの方向選択性とシフト不変性を同時に実現する手法を検討し、その有用性を検証した。得られた結果は、次の通りである。

- 1) 方向選択性とシフト不変性を、全レベルの領域で実現する手法を提案した。方向選択性は2次元CMRAにより得られた4種類のウェーブレット係数の和と差の計算を施することにより実現され、また、シフト不変性は複素数型RI-Splineウェーブレットを用いる2次元CMRAにより実現された。
- 2) 本手法をモデル信号やサンプルデータに適用し、従来の実数型2次元MRAの方向選択性の脆弱性が2次元CMRAを応用することにより改善され、その有効性が明らかにされた。
- 3) 応用例として、RI-Splineウェーブレットによる2次元CMRAを指紋の解析に応用し、任意のレベルの、2次元のエッジの方向を選択的に抽出することができ、その有用性を確認した。

参考文献

- (1) S.G. Mallat: A Theory for Multiresolution Signal Decomposition The Wavelet Representation, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 11-7(1989), pp.674-693
- (2) S. Mallat: a wavelet tour of signal processing, Academic Press(1999), pp.146
- (3) J.F.A. Magarey and N.G. Kingsbury: Motion Estimation using a Complex-Valued Wavelet Transform, IEEE Trans. on Signal Processing, 46-4 (1989), pp.1069-1084.
- (4) 章 忠, 戸田浩, 川畑洋昭: 複素数多重解像度解析によるレコード音楽中のパルスノイズの除去に関する研究, 日本機械学会論文集C編, 69-680(2003), pp. 966-973
- (5) 戸田浩, 章 忠, 川畑洋昭: 2次元複素数多重解像度解析および画像ノイズの除去への応用に関する研究, 日本機械学会論文集C編, 70-689(2004), pp. 176-183
- (6) N.G. Kingsbury: Image processing with complex wavelets, Phil. Trans. Royal Society London A, (September 1999)
- (7) C.K. Chui 著, 桜井 新井 訳: ウェーブレット入門, 東京電機大学出版局, (1993)

Fig.16 Distance D obtained by 2-D CMRA

Fig.17 Distance D obtained by 2-D MRA