一般オルダム継手の研究*
(第1報, 中間節の運動解析)小松原 英範^{*1}, 三 留 謙 一^{*1}, 太 田 裕 輔^{*2}Generalized Oldham Coupling
(1st Report, Motion Analysis of Intermediate Element)Hidenori KOMATSUBARA^{*3}, Ken-ichi MITOME and Yusuke OHTA^{*3} Department of Mechanical System Engineering, Yamagata University,
4-3-16 Jonan, Yonezawa-shi, Yamagata, 992-8510 Japan

This paper deals with a new mechanism, the generalized Oldham coupling. This is a turning block double-slider crank mechanism with circular-arc-sliders and is a cyclical varying speed coupling. Type of a cyclical varying speed motion is decided by form of circular-arc-sliders. The motion of the intermediate element disk is similar to that of the "hula-hoop", but more complicated. This paper aims at analyzing the motion of the intermediate element of the generalized Oldham coupling. First an instantaneous center of rotation of the intermediate element is found, and the fixed centrode is obtained as the locus of this center in the fixed coordinate system. Secondly the moving centrode is also obtained as the locus of this center in the moving coordinate system attached on the intermediate element. The motion of intermediate element is expressed as the motion that this moving centrode rolls on the fixed centrode.

Key Words: Generalized Oldham Coupling, Motion Analysis, Fixed Centrode, Moving Centrode, Intermediate Element

1. 緒 言

オルダム継手は平行な2軸間において等速回転運動を伝えることができる。このオルダム継手は、直線スライダを持つ入力節、表裏の両面に直線溝を持つ中間節、そして直線スライダを持つ出力節の三つから構成される。

このオルダム継手を拡張した一般的な継手を、一般オルダム継手と呼ぶ^{(1)~(3)}。著者の一人である三留はこの継手の存在を1968年に推論し、これに連結された2軸間の相対運動を解析し、かつこれを実験によって検証した⁽¹⁾⁽²⁾。ついで1984年には、Freudensteinらが三留とは異なる推論でこの継手の存在を明らかにし、自動車用トランスミッションへの応用について述べている⁽³⁾。

この一般オルダム継手は平行な2軸間において不等速回転運動を伝える⁽¹⁾⁽²⁾。この一般オルダム継手は、一般に円弧スライダを持つ入力節、表裏の両面に円弧溝を持つ中間節、そして円弧スライダを持つ出力節の

三つから構成される。この運動は両クランク機構による運動に対応する。この不等速回転運動が一般オルダム継手の最大の特徴である。入力軸に対する出力軸の角速度比を入出力角速度比と呼ぶ。だ円歯車や偏心歯車の場合、入出力角速度比は正弦曲線となる。しかし一般オルダム継手は、正弦曲線から大きくずれた入出力角速度比を実現することができる⁽¹⁾⁽²⁾。

かくはん機では、定速度で回転した場合には、塊やダマになる現象が起きる。しかし不等速で回転させることにより、これらの塊やダマの発生を未然に防ぐことができる。ゆえに一般オルダム継手はかくはん機に適していると考えられる。

これまでの研究では、一般オルダム継手に連結された2軸間の相対回転運動が解析されている⁽¹⁾⁽²⁾。また、オルダム継手では、中間節がフラフープのような運動をしており、これに起因して、出力トルクを一定とした場合、入力トルクは変動する。これについてはすでに解析されている⁽⁴⁾。しかし一般オルダム継手の中間節は、オルダム継手のそれよりさらに複雑なフラフープのような運動をしており、その運動は、まだ解明されていない。さらにこれに起因して、出力トルクを一定とした場合、入力トルクはさらに大きく変動することが予想される。

* 原稿受付 2004年8月23日。

^{*1} 正員, 山形大学工学部(〒992-8510 米沢市城南4-3-16)。^{*2} (株)SANKYO(〒376-0002 桐生市境野町6-460)。

E-mail: hkomatsu@yz.yamagata-u.ac.jp

そこで、本研究では一般オルダム継手の中間節の運動特性および入出力軸のトルク特性を明らかにすることを目的としている。本報では、第一段階として一般オルダム継手の運動解析を行う。まず、入力節に直線溝を持ち出力節に円弧溝を持つ一般オルダム継手の中間節の運動解析を行う。このとき、中間節の瞬間中心Pの移動軌跡を Γ_m 、その固定軌跡を Γ_f として、中間節の運動を軌跡 Γ_m が軌跡 Γ_f 上を転がる運動として表現する。次に、入力節および出力節に円弧溝を持つ一般オルダム継手の運動を解析する。最後に、入力節に円弧溝を持ち出力節に直線溝を持つ一般オルダム継手の運動を解析し、その挙動を明らかにする。

2. 一般オルダム継手の 中間節の運動解析

一般オルダム継手の運動は、両クランク機構の二つのクランク間の相対回転運動に等しい。このためこの継手は、運動が等しいということで、両クランク機構に1対1の対応をしている⁽¹⁾。

2・1 入力節に直線溝を出力節に円弧溝を持つ場合

図1に一般オルダム継手の一例として、入力節に直

Fig. 1 Generalized Oldham coupling

Fig. 2 Turning block double circular arc slider crank mechanism

線溝を出力節に円弧溝を持つ継手を示す。一般オルダム継手は固定両スライダ機構、回り両スライダ機構から連鎖の交替によって得られるので以下では、回り両スライダ機構に置換えて解析を行う。

2・1・1 入力軸回転角 ϕ と出力軸回転角 ψ の関係

入力節に直線溝を出力節に円弧溝を持つ固定両スライダ機構を図2に示す。この機構における入出力回転角 ϕ と ψ の関係はすでに求められているが、ここでは要約して述べておく⁽¹⁾⁽²⁾。基本寸法は R_1, R_2, β, L である。この場合 $R_1 = \infty$ であるので、入力軸回転角を ϕ 出力角回転角を ψ とした場合、これらの関係は図2より式(1)となる。なお角 ϕ と ψ は反時計回りを正とする。

$$\psi = \phi + \cos^{-1} \left(\cos \beta + \frac{L}{R_2} \cos \phi \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

2・1・2 中間節の運動解析

図3に直線溝と円弧溝を持つ一般オルダム継手を示す。この機構のパラメータは $R_1 = \infty, R_2 = 50, L = 30, \beta = \pi/2$ とする。図3において点Pは中間節Cの瞬間中心である。座標系 B_0-xy は静止節Dに固定した静止座標系であり、座標系 $O-XY$ は中間節Dに固定した動座標系である。いま入力節Aが、反時計回りに回転して中間節Cの運動を伝えるとする。このとき、中間節Cの瞬間中心は点Pとなる。

ここで、静止座標系でとらえた瞬間中心Pの軌跡を固定軌跡と呼び、 Γ_f とする。また、動座標系でとらえた瞬間中心Pの軌跡を移動軌跡と呼び、 Γ_m とする。瞬間中心Cの固定軌跡 Γ_f は、点 $P(x, y)$ を静止座標系 B_0-xy でとらえたものであり、次式によって表される。

Fig. 3 Moving centrodre and Fixed centrodre generalized Oldham coupling

$$\left. \begin{aligned} x &= L \tan \phi (\tan \phi - \tan \psi) \\ y &= L \tan \phi \tan \psi / (\tan \phi - \tan \psi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

瞬間中心の移動軌跡 Γ_m は、点 $P(X, Y)$ を動座標系 $O-XY$ でとらえたものであり、 $A_o B_o = L$ として次式によって求められる。

$$\left. \begin{aligned} X &= (x - x_o) \cos \phi + (y - y_o) \sin \phi \\ Y &= -(x - x_o) \sin \phi + (y - y_o) \cos \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

なお、 (x_o, y_o) は、静止座標系 B_o-xy における点 O の座標である。これらは、点 O_2 に中心を持つ半径 R_2 の円と Y 軸の交点 O の座標として求められる。

Fig. 4 Moving centre and fixed centre generalized Oldham coupling

$$\left. \begin{aligned} x_o &= L + \frac{1}{A} \left(\frac{-C + \sqrt{C^2 - BD}}{B} \right) \\ y_o &= \frac{-C - \sqrt{C^2 - BD}}{B} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{R_2 \sin \phi}{-R_2 \cos \phi - L} \\ B &= (A^2 + 1)/A^2 \\ C &= (L + R_2 \cos \phi - A \cdot R_2 \sin \phi)/A \\ D &= L^2 + 2L \cdot R_2 \cos \phi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

図4に瞬間中心 P の固定軌跡 Γ_f と移動軌跡 Γ_m を示す。図4は入力角 $\phi=0$ の Γ_f に対する Γ_m の位置を示す。このとき、固定軌跡 Γ_f の外側を移動軌跡 Γ_m の内側が転がり運動をする。

次に ϕ を 45° ずつ変化させたときの中間節 C の運動をこの二つの軌跡によって図5(a)~(h)に示す。図5に示すように、直線溝と円弧溝を持つ一般オルダム継手の場合、中間節 C は変則的なフラフープのような運動をする。

2.2 入出力節ともに円弧溝を持つ場合

2.2.1 入力軸回転角 ϕ と出力軸回転角 ψ の関係

二つの曲線溝を持つ固定両スライダ機構を図6に示す。基本寸法は R_1, R_2, β, L である。角 ϕ と ψ の関係を次式に示す⁽¹⁾⁽²⁾。

Fig. 5 Motion of moving centre to fixed centre during one rotation of input shaft of Oldham coupling

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \tan^{-1} \left\{ R_1 \sin \phi / (L + R_1 \cos \phi) \right\} \\ &+ \cos^{-1} \{ (N + 2LR_1 \cos \phi) / 2R_2 M_1 \} \\ M_1 &= \sqrt{L^2 + R_1^2 + 2LR_1 \cos \phi} \\ N &= L^2 + R_1^2 + R_2^2 - S_0^2 \\ &= L^2 + 2R_1 R_2 \cos \beta \end{aligned} \right\} \cdots (6)$$

ここで

$$S_0 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos \beta} \cdots \cdots (7)$$

2・2・2 中間節の運動解析 図7に入出力節ともに円弧溝を持つ一般オルダム継手を示す。この機構のパラメータは $R_1=68, R_2=39, L=36, \beta=80^\circ$ とする。図7において点Pは中間節Cの瞬間中心である。座標系 B_o-xy は静止節Dに固定した静止座標系であり、座標系 $O-XY$ は中間節Dに固定した動座標系である。いま入力節Aが、反時計回りに回転して中間節Cの運動を伝えるとする。このとき、中間節Cの瞬間中心は点Pとなる。

Fig. 6 Turning block double circular arc slider crank mechanism

Fig. 7 Moving centre and fixed centre generalized Oldham coupling

ここで、静止座標系でとらえた瞬間中心Pの軌跡を固定軌跡と呼び、 Γ_f とする。また、動座標系でとらえた瞬間中心Pの軌跡を移動軌跡と呼び、 Γ_m とする。

瞬間中心Cの固定軌跡 Γ_f は、点 $P(x, y)$ を静止座標系 B_o-xy でとらえたものであり、次式によって表される。

$$\left. \begin{aligned} x &= L \tan \phi (\tan \phi - \tan \psi) \\ y &= L \tan \phi \tan \psi / (\tan \phi - \tan \psi) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (8)$$

瞬間中心の移動軌跡 Γ_m は、点 $P(X, Y)$ を動座標系 $O-XY$ でとらえたものであり、 $A_o B_o = L$ として次式によって求められる。

$$\left. \begin{aligned} X &= (x - x_0) \cos \phi + (y - y_0) \sin \phi \\ Y &= -(x - x_0) \sin \phi + (y - y_0) \cos \phi \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (9)$$

なお、 (x_0, y_0) は、静止座標系 B_o-xy における点Oの座標である。

図7に瞬間中心Pの固定軌跡 Γ_f と移動軌跡 Γ_m を示す。このとき、固定軌跡 Γ_f の外側を移動軌跡 Γ_m の内側が転がり運動をする。また、入出力節ともに円弧溝を持つ一般オルダム継手の場合も、中間節Cは変則的なフラフープのような運動をする。

2・3 入力節に円弧溝を出力節に直線溝を持つ場合

2・3・1 入力軸回転角 ϕ と出力軸回転角 ψ の関係

入力節に円弧溝を出力節に直線溝を持つ固定両スライダ機構を図8に示す。基本寸法は R_1, R_2, β, L である。この場合 $R_2 = \infty$ であるので、角 ϕ と ψ の関係は次式となる⁽¹⁾⁽²⁾。

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \tan^{-1} \left\{ \sin \phi / \left(\frac{L}{R_1} + \cos \phi \right) \right\} \phi \\ &+ \cos^{-1} (\cos \beta / m_1) \\ m_1 &= \frac{M_1}{R_1} = \sqrt{1 + \left(\frac{L}{R_1} \right)^2 + \frac{2L}{R_1} \cos \phi} \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (10)$$

2・3・2 中間節の運動解析

図9に入力節に円弧溝を出力節に直線溝を持つ一般オルダム継手を示す。

Fig. 8 Turning block double circular arc slider crank mechanism

Fig. 9 Moving centrode and fixed centrode generalized Oldham coupling

この機構のパラメータは $R_1=50$, $R_2=\infty$, $L=29$, $\beta=80^\circ$ とする。

図9に瞬間中心Pの固定軌跡 Γ_f と移動軌跡 Γ_m を示す。この固定軌跡と移動軌跡は先ほどと同様に求めることができる。図9に示すように、入力節に円弧溝を出力節に直線溝を持つ一般オルダム継手の場合も、中間節Cは変則的なフラフープのような運動をする。

3. 結 言

一般オルダム継手の中間節の運動を解析し、以下の結論を得た。

(1) 入力節に直線溝を出力節に円弧溝を持つ一般オルダム継手の場合、中間節Cは変則的なフラフープのような運動をする。また、中間節Cの運動は、その

瞬間中心Pの固定軌跡 Γ_f のまわりを移動軌跡 Γ_m が転がる運動として表現される。

(2) 入力節に円弧溝を持つ一般オルダム継手の場合も、中間節Cは変則的なフラフープのような運動をする。また、中間節Cの運動は、その瞬間中心Pの固定軌跡 Γ_f のまわりを移動軌跡 Γ_m が転がる運動として表現される。

(3) 入力節に円弧溝を出力節に直線溝を持つ一般オルダム継手の場合も、中間節Cは変則的なフラフープのような運動をする。また、中間節Cの運動は、その瞬間中心Pの固定軌跡 Γ_f のまわりを移動軌跡 Γ_m が転がる運動として表現される。

(4) 一般オルダム継手の中間節の運動を明らかにした。このことは、一般オルダム継手の運動伝達性を解明する手掛かりを与えるものである。

終わりに、本研究には、本学の多くの大学院生、および卒業研究生が参加してきた。これら各位に対して心から感謝する。

文 献

- (1) 三留謙一・石田喜助, 一般オルダム継手の研究, 機論, **30**-300 (1971), 1597-1604.
- (2) Mitome, K. and Ishida, K., Generalized Oldham Coupling of Turning Block Double Circular-Arc-Slider Mechanism, *Bull. JSME*, **15**-82 (1972), 520-527.
- (3) Freudenstein, F., Tsai, L. W. and Maki, E. R., The Generalized Oldham Coupling, *Trans. ASME, J. Mach.*, **106** (1984), 475-481.
- (4) 小松原英範・三留謙一, オルダム継手の運動解析と静力学, 機論, **71**-704, C (2005), 1384-1391.