薄肉平板におけるパワフロー制御に関する研究* (振動インテンシティ抑制法による局所静粛領域の生成)

坂 野 彰 秀^{*1}, 田 中 信 雄^{*2}

Active Power Flow Control of a Thin Plate (Generation of a Quiet Zone by Using Vibration Intensity Suppression)

Akihide SAKANO and Nobuo TANAKA^{*3}

^{*3} Department of Mechanical Engineering, Tokyo Metropolitan Institute of Technology,
6-6 Asahigaoka, Hino-shi, Tokyo, 191-0065 Japan

This paper addresses the active power flow control of a vibrating plate. Unlike conventional modal-based vibration control, power flow control falling into a category of active wave control has the potential for suppressing all the vibration modes of a target structure. From a viewpoint of wave propagation, this paper presents a novel power flow control using vibration intensity as a criterion of vibration energy flow. By expanding the conception of the approach presented in the work, a control method to generate a quiet zone on a designated area of the target plate is then proposed. Finally, a numerical simulation as well as an experiment using adaptive feedforward control was conducted, demonstrating the validity of the proposed active power flow control.

Key Words: Vibration, Active Vibration Control, Active Wave Control, Simply Supported Plate Power Flow, Vibration Intensity, Standing Wave, Quiet Zone

1. 緒言

振動問題の主たる要因となる、構造物が有する固有の振動モードは、対象とする構造物自身の形状が複雑になるにつれ、これを抑制するための制御手法、制御機器等の面において、様々な問題を抱えることとなる。また、昨今の業界内における、製品の軽量化に伴う工業素材の薄肉柔軟化により、取り扱うべき振動モードも多様を極めると言えよう。これに対し、従来主流とされてきたモード制御法^{(1)~(3)}においては、対処すべき振動モード数に比例し、その数倍の数の制御機器を必要とするといった問題を抱え、また、その手法としては、構造物から得られる某かの情報を元にして、ダンピング付加を行うことで振動レベルを抑制するものであり、振動モードの励起の有無に関わらず、そのレベルを減衰させるに留まるものである。そこで、これらの問題に解決を見出す制御手法として、構造物に存在する振動モードの励起メカニズムに着目し展開された

波動制御法^{(4)~(8)}が、これからの振動制御手法の主流として期待される。本論文で扱うパワフロー制御法^{(9)~(13)}は、波動制御法を基とするものであり、振動モードの励起因子のいずれかを抑制、もしくはそれらの干渉バランスを崩すことで、構造物内に無限に存在する全振動モードの不活性化を可能とする制御手法である。

これまでに報告されているパワフロー制御法では、主として構造物内を流動する振動インテンシティ制御を追及している。しかしながら、振動インテンシティを抑制することにより、構造物内には二つの異なる状態が生じる。すなわち、構造物における振動レベルの減少に至る状態と、逆にこれを増大させてしまう状態の二律背反問題を抱える。しかしながら、構造物の任意の箇所において振動インテンシティを抑制する手法は、その周辺領域に対するエネルギーの拡散もしくは流入を抑制することに繋がり、これが実現すれば構造物内の任意の領域に対して局所集中的な振動抑制が可能となり、従来の振動制御問題に対して斬新的なアプローチが加わることが期待される。

そこで、本論文では振動インテンシティ抑制による平板振動の局所静粛化を目的とする。まずこの実現にあたり、振動インテンシティの抑制に生じる二律背反

* 原稿受付 2004 年 8 月 20 日。

^{*1} 正員、東京都立科学技術大学大学院 (〒191-0065 日野市旭が丘 6-6)。

^{*2} 正員、フェロー、東京都立科学技術大学工学部。
E-mail: ntanaka@cc.tmit.ac.jp

問題を解決すべく、波動制御の観点より振動インテンシティと振動エネルギーの関係について言及する。ここで得られる知見を元に、当該問題に対するブレークスルーとして、振動インテンシティを構成する四つの状態量を二つのベクトルに弁別し、速度と角速度で構成される速度ベクトルの抑制が、振動レベルの抑制と同時に、振動インテンシティの抑制にも至ることを示す。

次いで、局所静粛領域の生成にあたり、薄肉周辺単純支持平板を対象として、平板内の任意点における振動インテンシティを抑制し、その周辺における想定静粛領域 (Quiet Zone) へのエネルギーの流入を抑制することで、領域内に静粛化をもたらすためのフィードフォワード制御則を導出する。まず、数値解析を元に、当制御則を適用することで、対象平板の意図した領域に対して静粛化が得られることを示し、その特徴について論ずる。さらに、当制御法の具現化を目的として、filtered-x LMS アルゴリズムをベースとするフィードフォワード制御系を構成する。この際、三組の加速度センサからの出力信号を積分器に介し速度信号に変換し、これらを加減算することにより、センサ間の制御対象点における速度ならびに角速度を近似的に得て、本制御系を構築する上で必要な誤差信号とする。さらに、この信号を最小化する制御利得および位相が得られ、これらをパワアップに介し制御用アクチュエータを駆動することにより、平板の任意箇所における振動インテンシティを抑制し、想定領域内へのエネルギーの流入を遮断することで静粛化が得られる。最後に、周辺単純支持平板を対象として、適応型フィードフォワード制御を用いた実験を行い、平板の任意領域に対する静粛化を達成し、当制御法の有意性を立証する。

2. パワフローと振動抑制効果

本章では、分布定数系薄肉平板を対象とし、パワフロー制御を扱う上で、その評価指標の主として取り扱われる振動インテンシティが有する特徴、ならびにこれを抑制する上で生じる問題点について言及する。

2.1 振動エネルギーと振動インテンシティ 平板は等方性で、厚さは一樣かつ他の次元に比べて十分に薄いものとする。すると、平板任意点 $\mathbf{r}=(x, y)$ において、 N_m 個の集中力 f_k ($k=1, 2, \dots, N_m$) により調和加振された平板の運動方程式は、次のように記述される。

$$D\nabla^2\nabla^2 w(\mathbf{r}, t) + \rho h \frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \sum_{k=1}^{N_m} f_k \delta(x-x_k) \delta(y-y_k) e^{j\omega t} \quad (1)$$

ただし、

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

なお、 ρ は単位面積あたりの密度、 h は板厚、 D は曲げ剛性、 ∇^2 はラプラス演算子、 w は曲げ振動の変位、 δ はディラックのデルタ関数、 j は虚数単位、 ω は加振角周波数を表す。すると、式(1)の運動方程式の解は次のように求まる。

$$w(\mathbf{r}, t) = \mathbf{w}(\mathbf{r}) \mathbf{f}^T e^{j\omega t} \quad (3)$$

ただし、

$$\mathbf{w}(\mathbf{r}) = [w_1(\mathbf{r}) \ w_2(\mathbf{r}) \ \dots \ w_k(\mathbf{r}) \ \dots \ w_{N_m}(\mathbf{r})] \quad (4)$$

$$w_k(\mathbf{r}) = \sum_{m,n} \frac{4 \varphi_{mn}(\mathbf{r}_k) \varphi_{mn}(\mathbf{r})}{\rho h L_x L_y (\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \quad (5)$$

$$\mathbf{f} = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_k \ \dots \ f_{N_m}] \quad (6)$$

となる。なお、 $\varphi_{mn}(\mathbf{r})$ 、 ω_{mn} 、 L_x 、 L_y および m, n は、各々ベクトルの転置、固有関数、固有角周波数、 x 並びに y 軸方向の辺長、および x, y 軸方向のモード指数を表す。

つぎに、変位振幅 $w(\mathbf{r}, t)$ が求まることにより、材料力学の公式に従い、傾斜角 θ 、曲げモーメント M 、ねじりモーメント T 、剪断力 Q は次のように得られる。

$$\theta_x(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial x} \quad (7)$$

$$\theta_y(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial y} \quad (8)$$

$$M_x(\mathbf{r}, t) = -D \left(\frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial y^2} \right) \quad (9)$$

$$M_y(\mathbf{r}, t) = -D \left(\nu \frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial y^2} \right) \quad (10)$$

$$T_{xy}(\mathbf{r}, t) = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial x \partial y} \quad (11)$$

$$Q_x(\mathbf{r}, t) = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial y^2} \right) \quad (12)$$

$$Q_y(\mathbf{r}, t) = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w(\mathbf{r}, t)}{\partial y^2} \right) \quad (13)$$

ここで、各状態量のサフィックスはその軸に関する成分を表す。変位振幅を含めたこれら八つの状態量を用いることで、二次元分布定数系構造物の全ての振動現

象は数値的に捉えることができ、さらに、平板任意点のエネルギー伝播を表す振動インテンシティ $I_v(\mathbf{r})$ は、これらを用いて次のように記述される。

$$I_v(\mathbf{r}) = [I_x(\mathbf{r}) \ I_y(\mathbf{r})]^T \quad (14)$$

$$I_x(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2} \text{Re} \cdot [Q_x(\mathbf{r}, t) \dot{w}^*(\mathbf{r}, t) + M_x(\mathbf{r}, t) \dot{\theta}_x^*(\mathbf{r}, t) + T_{xy}(\mathbf{r}, t) \dot{\theta}_y^*(\mathbf{r}, t)] \quad (15)$$

$$I_y(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2} \text{Re} \cdot [Q_y(\mathbf{r}, t) \dot{w}^*(\mathbf{r}, t) + M_y(\mathbf{r}, t) \dot{\theta}_y^*(\mathbf{r}, t) + T_{xy}(\mathbf{r}, t) \dot{\theta}_x^*(\mathbf{r}, t)] \quad (16)$$

ここで、 Re は複素数の実部、 $\dot{\cdot}$ は時間微分、 $*$ は共役複素数を表す。

また、平板任意点 $\mathbf{r}$ における振動エネルギーの時間平均 $V(\mathbf{r})$ は、運動エネルギー $V_k(\mathbf{r})$ およびポテンシャルエネルギー $V_p(\mathbf{r})$ の和として、次のように記述される。

$$V(\mathbf{r}) = V_k(\mathbf{r}) + V_p(\mathbf{r}) \quad (17)$$

$$V_k(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \rho h \dot{w}(\mathbf{r}, t) \dot{w}^*(\mathbf{r}, t) \quad (18)$$

$$V_p(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \left\{ M_x(\mathbf{r}, t) \frac{\partial^2 w^*(\mathbf{r}, t)}{\partial x^2} + M_y(\mathbf{r}, t) \frac{\partial^2 w^*(\mathbf{r}, t)}{\partial y^2} + 2 T_{xy}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial^2 w^*(\mathbf{r}, t)}{\partial x \partial y} \right\} \quad (19)$$

2.2 振動インテンシティと振動抑制効果 本節では、パワフロー制御において、その評価関数として扱われる振動インテンシティの性質を、前節で示した振動エネルギーとの関係から明らかにする。そこで、解析を行うにあたり、表1に示す諸元を有する周辺単純支持平板を対象とすると、式(5)中の固有関数 $\varphi_{mn}(\mathbf{r})$ ならびに固有角周波数 ω_{mn} は、次式で与えられる。

$$\varphi_{mn}(\mathbf{r}) = \sin \frac{m\pi}{L_x} x \sin \frac{n\pi}{L_y} y \quad (20)$$

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{\rho h} \left\{ \left(\frac{m\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y} \right)^2 \right\}} \quad (21)$$

Table 1 Design parameters of a plate

x-axis length	y-axis length	Thickness
0.612 m	1.212 m	4.2 mm
Young's modulus	Density	Material
2.1×10^{11} N/m ²	7800 kg/m ³	Steel

この平板に対し、 $\mathbf{r}_d = (0.163\text{m}, 0.273\text{m})$ の位置に外乱力 f_d (10N)、さらにこれと対称な位置である $\mathbf{r}_c = (0.449\text{m}, 0.939\text{m})$ に、次式で記述されるフィードフォワード制御力 f_c を講じた場合の、一次の振動モード周波数近傍 35Hz における振動制御効果について数値解析を行う。

$$f_c = \alpha e^{j\phi} f_d \quad (22)$$

ここで、制御力ゲイン α を 1 と固定し、位相差 ϕ のみを 0° から 360° へと変化させた場合の、 $\mathbf{r}_c = (0.163\text{m}, 0.655\text{m})$ の点に生ずる振動インテンシティと、振動エネルギーをプロットしたものを図1に示す。なお、振動インテンシティは、式(14)で示すようにベクトル量であり、図においては x 方向成分のみ扱っているが、その特性は各方向成分において同様な性質を有する。

まず、位相差 0° すなわち外乱力と同相の制御力を講じた場合には、制御を講じない場合と同様に平板には定在波が生じ、振動モードが励起されたままの状態となる。これは、図1の破線で示す振動エネルギーが最大値をとることからも明らかである。これに対し、外乱力と制御力との間に位相差を与えることにより、平板上に発現する波形と振動モードの固有形状との間に、徐々に不適合が生じ、 120° を境に振動抑制状態にはいる。さらに、逆位相となる 180° において、振動エネルギーは最小となっていることがわかる。また、振動インテンシティは各軸方向を正とするベクトル量であり、図1の実線で示すように、 0° および 180° において零となり、その前後でエネルギーの流れる方向が変わる。

さて、振動エネルギーとの関係より、振動インテンシティの抑制について言及しよう。まず、定在波によって支配された状態である位相差 0° においては、平板内部にストックされる振動エネルギーにはフローが生じず、振動インテンシティは零となる。また、外乱力と制御力が逆位相となる 180° においても、振動インテ

Fig. 1 Vibration intensity and vibration energy versus the phase difference of feedforward control

ンシティは零となり、平板上には定在波が生じていることが明らかであるが、この場合において振動エネルギーは最小値を示している。これは定在波型抑制⁽⁷⁾と呼ばれ、平板上に生じている定在波の形状が、振動モードの形状と不整合であるために起こる現象である。これらより、振動インテンシティを評価対象とし、これを零もしくは最小化する某かの制御を講じた場合、振動エネルギーの抑制に至る状態とは逆に、振動エネルギーを増大させてしまう逆加振状態が起こりうるという問題が生じる。

この問題に対するブレイクスルーとして、本論文では、振動インテンシティを構成する各状態量の関係について着目する。式(14)~(16)で記述される振動インテンシティは、平板に存在する八つの状態量のうち、いずれか二つの積の和で構成され、次式のように分解できる。

$$I_{xx}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \{ Q_x(\mathbf{r}, t) M_x(\mathbf{r}, t) T_{xy}(\mathbf{r}, t) \} \{ \dot{w}(\mathbf{r}, t) \dot{\theta}_x(\mathbf{r}, t) \dot{\theta}_y(\mathbf{r}, t) \}^H \} \quad (23)$$

$$I_{yy}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \{ Q_y(\mathbf{r}, t) M_y(\mathbf{r}, t) T_{xy}(\mathbf{r}, t) \} \{ \dot{w}(\mathbf{r}, t) \dot{\theta}_y(\mathbf{r}, t) \dot{\theta}_x(\mathbf{r}, t) \}^H \} \quad (24)$$

なお、^H はエルミートを表す。このように、振動インテンシティは応力ベクトルと速度ベクトルとに弁別することができる。そこで、この速度ベクトルに着目し、構成要素である速度ならびに x , y 軸方向の角速度を、零ないしは最小化する某かの制御を講じたい。例えば、平板のある点においての速度ならびに角速度をとともに零とした場合、式(23), (24)に基づき振動インテンシティもこの点において零となる。すなわち、この点における振動レベルの抑制と同時に、振動インテンシティをも抑制可能となり、従来の振動インテンシティ抑制手法における二律背反問題に触れることのない制御手法となる。

Fig. 2 Simply supported panel with disturbance force and control forces.

3. 局所静粛領域生成のための最適フィードフォワード制御則の導出

本章では、2章で得られた知見を基に、パワフロー制御を用いた局所静粛領域の生成を目的とした制御手法を提案する。周辺単純支持平板を対象として、図2のモデルに示すような静粛領域 (Quiet Zone) を想定し、外乱力 f_d により注入され、想定領域へと流入するエネルギーを抑制する制御手法を提案する。そこで、静粛領域へのエネルギーの流入を妨げる点 $\mathbf{r}_s$ における、振動インテンシティを抑制するために、この点の速度ならびに角速度を最小化する手法をとる。

まず、制御対象点 $\mathbf{r}_s$ における速度ベクトル $\mathbf{v}(\mathbf{x}_s, t)$ は、次のように記述される。

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}_s, t) = [\dot{w}(\mathbf{r}_s, t) \quad \dot{\theta}_x(\mathbf{r}_s, t) \quad \dot{\theta}_y(\mathbf{r}_s, t)]^T \quad (25)$$

ここで、式(25)の各要素に、式(4), (7), (8)を代入し整理すると、次式となる。

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}_s, t) = j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{w}(\mathbf{r}_s) \\ \partial \mathbf{w}(\mathbf{r}_s) / \partial x \\ \partial \mathbf{w}(\mathbf{r}_s) / \partial y \end{bmatrix} \mathbf{f}^T e^{j\omega t} \quad (26)$$

つぎに、当制御則の評価関数 J として、速度ベクトル $\mathbf{v}(\mathbf{x}_s, t)$ の二乗値とし、次式のように記述する。

$$J = \mathbf{v}^T(\mathbf{r}_s, t) \mathbf{v}(\mathbf{r}_s, t) \quad (27)$$

さらに式(26)を代入すると、次のように展開される。

$$J = \omega^2 \mathbf{f} \mathbf{A} \mathbf{f}^H \quad (28)$$

ただし、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}(\mathbf{r}_s) \\ \partial \mathbf{w}(\mathbf{r}_s) / \partial x \\ \partial \mathbf{w}(\mathbf{r}_s) / \partial y \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{w}(\mathbf{r}_s) \\ \partial \mathbf{w}(\mathbf{r}_s) / \partial x \\ \partial \mathbf{w}(\mathbf{r}_s) / \partial y \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{f} = [f_d \quad f_{c1} \quad f_{c2} \quad \cdots \quad f_{cn}] \quad (30)$$

つぎに、式(28)で示す評価関数を最小とする最適フィードフォワード制御力 f_{ci}^{opt} ($i = 1, 2, \dots, n$) を求める。まず、制御力 f_{ci} が式(22)で記述されるような複素数となることを考慮し、その実部 $f_{ci,r}$ および虚部 $f_{ci,i}$ に関して偏微分をとり、各々の項を複素数として構成する手順をとる。すなわち、

$$\frac{\partial \mathbf{f} \mathbf{A} \mathbf{f}^H}{\partial f_{ci,r}} = \omega^2 (\mathbf{a}^{(i+1)} \mathbf{f}^H + \mathbf{f} \mathbf{a}_{i+1}) \quad (31)$$

$$\frac{\partial \mathbf{f} \mathbf{A} \mathbf{f}^H}{\partial f_{ci,i}} = \omega^2 (j \cdot \mathbf{a}^{(i+1)} \mathbf{f}^H - j \cdot \mathbf{f} \mathbf{a}_{i+1}) \quad (32)$$

ここで、 $\mathbf{a}^{(n+1)}$ および $\mathbf{a}_{n+1}$ は、行列 $\mathbf{A}$ の行ベクトルおよび列ベクトルであり、次のような関係を有する。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{a}^{(n+1)} \end{bmatrix} = [\mathbf{a}_1 \cdots \mathbf{a}_{n+1}] \quad (33)$$

ついで、式(31)、(32)で得られた導関数をゼロとし、次式に従い整理する。

$$\frac{\partial \mathbf{f} \mathbf{A} \mathbf{f}^H}{\partial f_{c,r}} + j \frac{\partial \mathbf{f} \mathbf{A} \mathbf{f}^H}{\partial f_{c,i}} = 0 \quad (34)$$

すると、作用力ベクトル $\mathbf{f}$ について次式を得る。

$$\mathbf{f} \mathbf{a}_{n+1} = 0 \quad (35)$$

さらに、式(35)を転置し、作用力ベクトル $\mathbf{f}$ を外乱力 f_d と制御ベクトル $\mathbf{f}_c$ に分解することで、最適フィードバック制御ベクトル $\mathbf{f}_c^{opt}$ を次式のように得る。

$$\mathbf{f}_c^{opt,T} = - \begin{bmatrix} a_{2,2} & \cdots & a_{2,n+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n+1,2} & \cdots & a_{n+1,n+1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a_{2,1} \\ \vdots \\ a_{n+1,1} \end{bmatrix} f_d \quad (36)$$

ここで得られた最適制御則を講じることで、式(23)、(24)の速度要素が最小化され、制御対象点における振動インテンシティも最小となる。これに伴い、各作用点より注入されたエネルギーは、制御対象点 $\mathbf{r}_s$ において抑制され、その周辺領域に対し静粛化が達成される。

4. 局所静粛領域化制御の数値解析

表1に示す諸元の周辺単純支持平板を対象として、前章で導出した最適制御則の制御効果を、数値解析の立場より明らかにする。図3は $\mathbf{r}_d = (0.100\text{m}, 0.100\text{m})$ の位置で、(1,1)モード周波数近傍である 35Hz で剪断加振された平板の、非制御時ならびに制御時における絶対変位の包絡面図である。図3(a)に示す非制御時には、(1,1)モードが励起されており、最大振幅は 0.150mm となっている。つぎに、外乱設置点とは異なる三隅の $\mathbf{r}_{c1} = (0.100\text{m}, 1.112\text{m})$ 、 $\mathbf{r}_{c2} = (0.512\text{m}, 0.100\text{m})$ 、 $\mathbf{r}_{c3} = (0.512\text{m}, 1.112\text{m})$ にそれぞれ制御力を配置し、制御対象点 $\mathbf{r}_s = (0.505\text{m}, 0.655\text{m})$ における振動インテンシティを抑制した際の制御結果が図3(b)である。図より明らかなように、制御対象点における振動が完全に抑制されており、この点の周辺領域に対しても静粛化が達成されている。また、想定領域のみならず、平板全域の最大変位も約 4.6% にまで抑制されている。

さて、パワフロー制御の観点より振動問題を追及する本研究の理念上、平板内部を流動するエネルギーフ

ローの抑制が達成されてなければならない。そこで、制御後の振動インテンシティの分布を図4に示す。まず、図4(a)は最適制御状態における分布図であるが、図からわかるように、平板全域において振動インテンシティは値を持っていない。すなわち、平板において定在波が完全に支配していることを示している。しかしながら、図3の解析にて示したように、平板全域の振動レベルは大幅に抑制されている。これについては、制御前後の平板全域の波形から論及できる。すなわち、当該手法を講じることで、平板に生じる波形はモードの固有形状と比較してアンバランスな波形を呈している。その結果、振動モードは励起されることなく、平板には定在波型抑制の形で当制御が講じられているからである。さて、定在波型抑制が達成されると、本論分の主題である振動インテンシティが対象平板より消滅するので、この観点より当該制御効果を吟味することができない。そこで、各制御力の最適位相に -1° の振動を与え、最適状態近傍で発現する振動インテンシティの分布を示したのが図4(b)である。図より明らかなように、各制御位相を遅らせたことにより、平板は最適状態である定在波型抑制状態から外れ、振動イン

Fig. 3 Envelope of absolute wave amplitude before and after control at 35Hz of the (1,1) mode

テンシティが発現する。外乱を含む各作用点のうち、距離が近いもの同士がペアとなり、それぞれがエネルギーの吸い込みと吹き出しとなり、大部分のエネルギーフローはペア間内の領域のみに生じている。また、各ペア間でのエネルギーのやり取りから漏れ、制御対象点方向へ向うエネルギーフローは、反対側のペアから漏れたエネルギーフローとの干渉により相殺され、想定静粛領域のエネルギーフローが抑制されていることがわかる。

さらに、最適制御状態において、想定領域へのエネルギーフローの流入が抑制されているかについては、振動エネルギーの観点から議論を進めていく。図5は、制御前後における振動エネルギーの分布をプロットしたものである。まず、図5(a)に示す制御前の状態においては、変位の分布と同様に(1,1)モードの形状を呈している。つぎに、図5(b)の制御後の抑制結果では、意図した静粛領域のみならず、広範囲にわたって振動エネルギーが抑制されており、制御時の変位分布の形状よりもさらに、各作用点の近傍領域にのみ振動エネルギーの分布が集中している。すなわち、当該制御を講じることで、各作用点から注入されたエネルギーが、その流動を完全に抑制され(定在波型抑制状態)、その周辺領域にのみ分布を残すに止まっていることが分かる。なお、制御時の最大値は制御前の約5%となり、さらに静粛領域においては、約0.006%にあたる $7.66 \times 10^{-7} \text{ N/m}$ と、

無振動状態とも言えるレベルにまで抑制されている。

さらに、もう一例として図6に示す制御結果を挙げる。こちらは、外乱力の位置は変えずに制御力群のみを図6(c)に示す位置 $\mathbf{r}_{c1}=(0.120\text{m}, 0.357\text{m})$, $\mathbf{r}_{c2}=(0.270\text{m}, 0.357\text{m})$, $\mathbf{r}_{c3}=(0.420\text{m}, 0.357\text{m})$ に並べ、平板の中心部近傍点 $\mathbf{r}_s=(0.277\text{m}, 0.559\text{m})$ における振動インテンシティを抑制したものである。変位分布図6(a)ならびに、振動エネルギー分布図6(b)より明らかなように、制御対象点を挟み、各作用点の反対側領域の広範囲において静粛化が得られている。この現象について、最適状態より位相差を 1° 遅らせた場合の振動インテンシティの分布図6(c)より論及する。先に挙げた例と同様に、当該制御を講じることで、各作用点は各々がエネルギーの吸い込みと吹き出しとなり、主に近い作用点同士でエネルギーのやりとりが行われる。これにより、エネルギーの流動が作用点間にのみに調整されることで、制御対象点における振動インテンシティが最小化される。さらに、このケースでは制御対象点を挟み、各作用点が集まる領域と、そうでない領域とに二分されるため、作用点側領域にエネルギーが封じ込められる形となり、広範囲にわたり静粛化が達成される結果となっている。

Fig. 4 Vibration intensity with (a) optimum control and (b) control which phases between optimum control are perturbed by 0.1 degree, driven at 35Hz of the (1,1) modal frequency

Fig. 5 Envelope of absolute vibration energy amplitude before and after control at 35Hz of the (1,1) mode

5. 局所静粛化実験

図3で示した数値解析に関して、同様の条件となる平板を用いて実験を行い、当該制御法の具現化を図る。式(36)に示す最適制御則は、その実現に当たって、フィードフォワード制御則特有のロバスト性などに難点を抱える。これに対処すべく、本論文では、filtered-x LMS アルゴリズムを基調とする適応制御系を構築する。図7は制御系概念図を示したものである。まず、必要となる誤差信号として、制御対象点 $\mathbf{r}_s = (0.505\text{m}, 0.655\text{m})$ における振動インテンシティの構成要素である速度ならびに角速度をセンシングする。この際、制御対象点 $\mathbf{r}_s$ とその近傍点 $\mathbf{r}_{s+\Delta x} = (x_s + \Delta x, y_s)$, $\mathbf{r}_{s+\Delta y} = (x_s, y_s + \Delta y)$ に設置した三つの加速度計より得られる信号を、積分器を介して速度信号に変換し、これらを有限差分法に基づき近似し、速度ベクトルを次式のように得る。

$$\begin{bmatrix} \dot{w}(\mathbf{r}_s) \\ \dot{\theta}_x(\mathbf{r}_s) \\ \dot{\theta}_y(\mathbf{r}_s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/\Delta x & -1/\Delta x & 0 \\ 0 & -1/\Delta y & 1/\Delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{w}(\mathbf{r}_s) \\ \dot{w}(\mathbf{r}_{s+\Delta x}) \\ \dot{w}(\mathbf{r}_{s+\Delta y}) \end{bmatrix} \quad (37)$$

Fig. 6 Control result of blocking vibration intensity at 35Hz of the (1,1) mode

なお、センサ間隔 $\Delta x, \Delta y$ は、差分近似の性質上、可能な限り狭くすべきである。しかしながら、本実験で用いた加速度計の分解能の限界により、密にし過ぎることで得られる信号の間に十分な差が生じず、角速度のセンシングが不十分となる為、若干の余裕を持たせ $\Delta x = \Delta y = 10\text{cm}$ とした。また、filtered-x LMS アルゴリズムのサンプリング周波数は 1000Hz、システム同定および制御用のタップ数は 256 とした。さらに、平板の四隅から 10cm の位置に電磁コイルを用いた加振器を設置し、うち一つを外乱用とし(1,1)モード周波数で加振をし、他三つを制御用として実験を行った。

さて、周辺単純支持平板に当制御手法を講じた際の実験結果を図8に示す。まず、図8(a)は非制御状態における変位分布の絶対包絡線図であり、最大変位は約 1.89mm となっている。つぎに、当該制御法の適用により、平板内の意図する領域を静粛化する実験結果を示したのが図8(b)である。図より明らかなように、制御対象点 $\mathbf{r}_s$ の周辺領域に対して静粛化が達成された。この際の制御対象点の変位振幅は、制御前の 1.57mm から 0.045mm へと約 2.9% にまで抑制される結果となった。また、平板全域における最大変位振幅は制御前の約 7.9% にあたる 0.15mm となり、数値解析結果と同様に、平板に生じる波形とモードの固有形状との間にアンバランスが生じた結果として、振動モードの励起を妨げるに至ったことが分かる。なお、図3に示した解析結果と比較して波形に差異が見受けられる。これに関しては二つの理由が考えられる。まず、加速度計の設置間隔に余裕を持たせたことにて、差分近似において誤差が生じてしまう点である。また、センサ設置間隔をある程度広く取った理由と同様に、得られた微小な信号を制御するためのコントローラ、さらには、

Fig. 7 Signal flow diagram of generating a quiet zone

精密なアクチュエーションを実現する加振装置が必要になるという点である。実験に用いた装置の性能では、解析で得られた最適状態に達するレベルに至らず、波形に差異が生じたものと考えられる。しかしながら、最適状態とまでは至らなかったものの、当制御法の目的とするところの、制御対象点周辺領域への静粛化は達成されており、他の領域内の振動状態に関しては二次的なものと考え、当制御法の持つ有意性を十分に示す結果であると言える。

6. 結言

本論文は、分布定数系薄肉平板を対象として、パワフロー制御の観点から振動現象を扱うことで、構造物振動の局所静粛化を目的とした新たな制御手法を提案し、数値解析ならびに実験検証によりその有意性を明らかにした。以下、本論文で得られた成果を示す。

1. パワフロー制御の観点より、振動インテンシティの抑制の際に生じる二律背反問題を解決すべく、振動インテンシティと振動エネルギーの関係を明らかにした。
2. この問題に対するブレイクスルーとして、振動イ

ンテンシティが速度ベクトルと応力ベクトルの積により構成されることに着目し、速度と角速度で構成される速度ベクトルを抑制することで、振動レベルの抑制と振動インテンシティの抑制が一意的に得られることを明らかにした。

3. 平板の任意点における振動インテンシティを抑制することで、この点の周辺領域に対して局所静粛化をもたらす制御法を提案すると共に、そのためのフィードフォワード制御を基調とする最適制御則を導出し、数値解析を用いてその検証を行った。

4. 平板四隅に外乱力と制御力を講じたケースにおいて、各作用点が吸い込みと吹き出し部となり、制御対象点へのエネルギーの流入を調整することで、想定領域に対して静粛化が達成された。

5. 外乱力と制御力群が比較的狭い領域に集中するケースにおいては、エネルギーフローの調整がこの領域に集中される形となり、それ以外の広範囲の領域に対し静粛化が達成された。

6. filtered-x LMS アルゴリズムを基調とする適応型フィードフォワード制御系を構築することで、当制御法の具現化を行った。誤差信号となる速度ならびに角速度のセンシングにおいては、三組の加速度計を用い、得られる加速度情報を積分器に介して速度情報とし、これらを加減算することにより差分近似的に求めた。

7. 数値解析例と同様の条件にて、想定領域への静粛化を実現し、当制御法の有意性を実験により立証した。

文献

- (1) Balas, M.J., *J. Guidance*, 6-5(1983), 351
- (2) Meirovitch, I. and Baruh, H., *J. Guidance*, 8-6, (1985), 706.
- (3) Kosut, R.L., *J. Guidance*, 6-2(1983), 104.
- (4) Procopio, G.M. and Hubbard, J.E., *1987 ASME Design Technology Conference*, (1987), 35.
- (5) Von Flotow, A.H. and Shafer, B.E., *J. Guidance*, 9-6, (1986), 673.
- (6) 田中信雄・菊島義弘, 機論, 56-522, C(1990), 351.
- (7) 田中信雄・菊島義弘, 機論, 56-530, C(1990), 2575.
- (8) 田中信雄・ほか 2 名, 機論, 58-546, C(1992), 360.
- (9) 田中信雄・ほか 2 名, 機論, 58-547, C(1992), 788.
- (10) 田中信雄・ほか 3 名, 機論, 59-561, C(1993), 1363.
- (11) 田中信雄・ほか 3 名, 機論, 59-566, C(1993), 3086.
- (12) 田中信雄・ほか 2 名, 機論, 62-600, C(1996), 1548.
- (13) Pan, X. and Hansen, C. H., *J. Sound and Vibration*, 184-4, (1995), 585.

Fig. 8 Experimental result of Envelope of absolute wave amplitude at 35Hz of the (1,1) mode